

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

1 Điểm - Đường thẳng

Bài 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(3;3)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M(2; \frac{4}{3})$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N(3; \frac{13}{3})$ thuộc đường thẳng CD . Viết phương trình đường chéo BD biết đỉnh B có hoành độ nhỏ hơn 3.

Bài 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(-1;2)$ và đường thẳng $(d): x-2y+3=0$. Tìm trên đường thẳng (d) hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại C và $AC = 3BC$.

Bài 3. Cho điểm $A(-1;3)$ và đường thẳng Δ có phương trình $x-2y+2=0$. Dựng hình vuông $ABCD$ sao cho hai đỉnh B, C nằm trên Δ và các tọa độ đỉnh C đều dương. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D .

Bài 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , hãy viết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh của tam giác ABC biết $A(1;6)$ và hai đường trung tuyến nằm trên hai đường thẳng có phương trình là $x-2y+1=0, 3x-y-2=0$.

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $A(-1;4), B(1;-4)$ và đường thẳng BC đi qua điểm $I(2; \frac{1}{2})$. Tìm tọa độ đỉnh C .

Bài 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có đường phân giác trong $(AD): x-y=0$, đường cao $(CH): 2x+y+3=0$, cạnh AC qua $M(0;-1)$, $AB = 2AM$. Viết phương trình ba cạnh của tam giác ABC .

Bài 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-1;2)$. Trung tuyến $CM: 5x+7y-20=0$ và đường cao $BH: 5x-2y-4=0$. Viết phương trình các cạnh AC và BC .

Bài 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, $I(\frac{9}{2}; \frac{3}{2})$ là tâm của hình chữ nhật và $M(3;0)$ là trung điểm của cạnh AD . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Bài 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(2;-4), B(0;-2)$ và trọng tâm G thuộc đường thẳng $3x-y+1=0$. Hãy tìm tọa độ của C biết rằng tam giác ABC có diện tích bằng 3.

Bài 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(0;2)$ và đường thẳng $(d): x-2y+2=0$. Tìm trên đường thẳng (d) hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông ở B và $AB = 2BC$.

Bài 11. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1; -1)$ và hai đường thẳng $d_1 : x - y - 1 = 0$, $d_2 : 2x + y - 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của d_1, d_2 . Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M cắt d_1, d_2 lần lượt ở B và C sao cho ba điểm A, B, C tạo thành tam giác có $BC = 3AB$.

Bài 12. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có đáy lớn là CD , $\widehat{BCD} = 45^\circ$, đường thẳng AD có phương trình $3x - y = 0$ và đường thẳng BD có phương trình $x - 2y = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC biết diện tích hình thang bằng 15 và điểm B có hoành độ dương.

Bài 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ biết đường thẳng AB có phương trình $x - 2y - 1 = 0$, đường thẳng BD có phương trình $x - 7y + 14 = 0$ và đường thẳng AC đi qua điểm $M(2; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Bài 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; 2)$, đường thẳng $\Delta_1 : x + y - 3 = 0$ và đường thẳng $\Delta_2 : x + y - 9 = 0$. Biết điểm B thuộc Δ_1 và điểm C thuộc Δ_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A . Tìm tọa độ điểm B và C .

Bài 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $C(2; -5)$ và đường thẳng $\Delta : 3x - 4y + 4 = 0$. Tìm trên đường thẳng Δ hai điểm A và B đối xứng nhau qua điểm $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 15.

Bài 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng $d_1 : 2x + y + 3 = 0$; $d_2 : 3x - 2y - 1 = 0$; $\Delta : 7x - y + 8 = 0$. Tìm điểm $P \in d_1$ và $Q \in d_2$ sao cho Δ là đường trung trực của đoạn thẳng PQ .

Bài 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm $G\left(\frac{4}{3}; 1\right)$, trung điểm BC là $M(1; 1)$, phương trình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ B là $x + y - 7 = 0$. Tìm tọa độ A, B, C .

Bài 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Đường cao kẻ từ A , trung tuyến kẻ từ B , trung tuyến kẻ từ C lần lượt nằm trên các đường thẳng có phương trình $x + y - 6 = 0$, $x - 2y + 1 = 0$, $x - 1 = 0$. Tìm tọa độ A, B, C .

Bài 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông cân tại A , phương trình $BC : 2x - y - 7 = 0$, đường thẳng AC đi qua điểm $M(-1; 1)$, điểm A nằm trên đường thẳng $\Delta : x - 4y + 6 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết rằng đỉnh A có hoành độ dương.

Bài 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , phương trình các đường thẳng chứa đường cao và đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A lần lượt là $x - 2y - 13 = 0$ và $13x - 6y - 9 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C biết tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I(-5; 1)$.

Bài 21. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 3x - y - 5 = 0, d_2: x + y - 4 = 0$. và điểm $M(1; 1)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $2MA - 3MB = 0$.

Bài 22. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho các điểm $A(1; 2), B(4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\widehat{MAB} = 135^\circ$ và khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Bài 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm $G(1; 1)$; đường cao từ đỉnh A có phương trình $2x - y + 1 = 0$ và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết diện tích tam giác ABC bằng 6.

Giải:

Bài 24. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC cân tại A . Đường thẳng AB và BC lần lượt có phương trình: $7x + 6y - 24 = 0; x - 2y - 2 = 0$. Viết phương trình đường cao kẻ từ B của tam giác ABC .

Bài 25. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông tại B , có phương trình đường cao qua $C: 2x + y + 4 = 0$, đường phân giác trong góc A có phương trình $d_A: x - y - 1 = 0$. Gọi $M(0; -2)$ nằm trên cạnh AC . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C của tam giác đó.

Bài 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(3; 4), B(1; 2), C(5; 0)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(3; 4)$ sao cho: $d = 2d(B; d) + d(C; d)$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 27. Tam giác ABC có trung tuyến $BM: 2x + y - 3 = 0$; phân giác trong $BN: x + y - 2 = 0$. Điểm $P(2; 1)$ thuộc AB , bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \sqrt{5}$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác.

Bài 28. Cho tam giác ABC có 3 góc đều nhọn. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AC của tam giác, biết tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh $A; B; C$ tương ứng là: $M(-1; -2); N(2; 2); P(-1; 2)$.

Bài 29. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ cố định, biết $A(2; 1), I(3; 2)$ (I là giao điểm của AC và BD). Một đường thẳng d đi qua C cắt các tia AB, AD lần lượt tại M và N . Viết phương trình đường thẳng d sao cho độ dài MN là nhỏ nhất.

Bài 30. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(-1; 4)$ và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng $\Delta: x - y - 4 = 0$. Xác định tọa độ các điểm B, C biết tam giác ABC có diện tích bằng 18.

Bài 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy viết phương trình 4 cạnh của hình vuông không song song với các trục tọa độ, có tâm O và 2 cạnh kề lần lượt đi qua $M(-1;2); N(3;-1)$.

Bài 32. Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC có $A \in (d) : 2x - y + 6 = 0$, đường trung tuyến $(BM) : x + y + 3 = 0$, trung điểm cạnh BC là $N(1;2)$. Tính S_{ABC} biết $BC \parallel (d)$.

Bài 33. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có diện tích bằng 24 và phương trình các đường trung tuyến kẻ từ các đỉnh A, B, C lần lượt là

$$\Delta_1 : x - y + 2 = 0, \quad \Delta_2 : 5x - y - 2 = 0, \quad \Delta_3 : x + 3y - 10 = 0.$$

Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Bài 34. Xác định m để khoảng cách từ điểm $A(3,1)$ đến đường thẳng $(\Delta) : x + (m-1)y + m = 0$ là lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 35. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có diện tích bằng 2, AB có phương trình $x - y = 0$, $I(2,1)$ là trung điểm của BC . Tìm tọa độ trung điểm K của AC .

Bài 36. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có cạnh $AB = 4\sqrt{2}$ và đỉnh $C(1;5)$. Đường thẳng AB có phương trình $x - y + 2 = 0$, đường thẳng $(d) : x + 3y - 16 = 0$ đi qua trọng tâm G của tam giác. Tìm tọa độ các đỉnh A, B .

Bài 37. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $B(-4;-1), C(3;-2)$, diện tích tam giác ABC bằng $\frac{51}{2}$ và trọng tâm G thuộc đường thẳng $(d) : x - y + 2 = 0$. Hãy tìm tọa độ đỉnh A .

Bài 38. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC . Đường phân giác góc A có phương trình $x + y - 3 = 0$, đường trung tuyến từ B có phương trình $x - y + 1 = 0$ đường cao kẻ từ C có phương trình $2x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Bài 39. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(1;1)$. Hãy tìm điểm B trên đường thẳng $y = 3$ và điểm C trên trục hoành sao cho ΔABC đều.

Bài 40. Trong mặt phẳng Oxy cho hình thoi $ABCD$ biết phương trình của một đường chéo là: $3x + y - 7 = 0$ và điểm $B(0;-3)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thoi biết diện tích của hình thoi bằng 20.

Bài 41. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $B(\frac{1}{2};1)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với cạnh BC, AC, AB tương ứng tại các điểm D, E, F . Cho $D(3;1)$ và đường thẳng EF có phương trình $y - 3 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A biết A có tung độ dương.

Bài 42. Trong mặt phẳng Oxy cho ba đường thẳng $d_1 : 4x + y - 9 = 0$, $d_2 : 2x - y + 6 = 0$, $d_3 : x - y + 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi $ABCD$, biết hình thoi $ABCD$ có diện tích bằng 15, các đỉnh A, C thuộc d_3 , B thuộc d_1 và D thuộc d_2 .

Bài 43. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC cân tại A , cạnh $BC : x - y + 1 = 0$, đường cao hạ từ đỉnh B là: $x + 3y + 5 = 0$. Đường cao hạ từ đỉnh C đi qua $M(3;0)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Bài 44. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có trực tâm $H(2;0)$, phương trình đường trung tuyến $CM : 3x + 7y - 8 = 0$, phương trình đường trung trực của $BC : x - 3 = 0$. Tìm tọa độ của đỉnh A .

Bài 45. Trong mặt phẳng Oxy cho $(d) : x - y = 0$ và $M(2,1)$. Tìm phương trình (d_1) cắt trục hoành tại A và cắt (d) tại B sao cho tam giác AMB vuông cân tại M .

Bài 46. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $B(1,2)$ phân giác trong $AK : 2x + y - 1 = 0$. Khoảng cách từ C đến AK bằng 2 lần khoảng cách từ B đến AK . Tìm tọa độ đỉnh A, C biết C thuộc trục tung.

Bài 47. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với đường cao kẻ từ đỉnh B và phân giác trong của góc A có phương trình lần lượt là $x - 2y - 2 = 0$ và $x - y - 1 = 0$. Điểm $M(0;2)$ thuộc đường thẳng AB và $AB = 2AC$. Tìm tọa độ các đỉnh của ΔABC .

Bài 48. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;3)$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I(2;0)$ và $A(3;4)$. Viết phương trình của đường thẳng BC .

Bài 49. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(-3;5)$ và hai đường phân giác trong của ΔABC lần lượt là $(d_1) : x + y - 2 = 0$, $(d_2) : x - 3y - 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC .

Bài 50. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1;3)$ và cắt trục Ox, Oy lần lượt tại M, N sao cho $\frac{2}{OM^2} + \frac{1}{ON^2}$ nhỏ nhất.

Bài 51. (Trích đề thi thử THPT Quốc gọc Huế-2012).
Trong mặt phẳng Oxy cho 2 đường thẳng: $(L_1) : 4x - 2y + 5 = 0$, $(L_2) : 4x + 6y - 13 = 0$
Đường thẳng Δ cắt $(L_1), (L_2)$ lần lượt tại T_1, T_2 . Biết rằng (L_1) là phân giác góc tạo bởi OT_1 và Δ , (L_2) là phân giác góc tạo bởi OT_2 và Δ . Tìm tọa độ giao điểm của Δ và trục tung?

Bài 52. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông tại A và điểm $B(1,1)$. Phương trình đường thẳng $AC : 4x + 3y - 32 = 0$. Tia BC lấy M sao cho $BM \cdot BC = 75$. Tìm C biết bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC là $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Bài 53. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có: $A(0;2); B(2;6)$ và C thuộc đường thẳng $(d): x - 3y + 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C sao cho phân giác trong xuất phát từ đỉnh A song song với đường thẳng d .

Bài 54. Trong mặt phẳng Oxy cho $\triangle ABC$ cân tại A . Biết phương trình các đường thẳng $AB; BC$ có phương trình lần lượt là $x + 2y - 1 = 0; 3x - y + 5 = 0$. Viết phương trình cạnh AC biết rằng $M(1; -3)$ thuộc cạnh AC .

Bài 55. Trong mặt phẳng Oxy cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(2;1)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M\left(0; \frac{1}{3}\right)$ thuộc đường thẳng AB ; điểm $N(0;7)$ thuộc đường thẳng CD . Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

Bài 56. (*) Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có phương trình các đường cao AH , phân giác trong BD , trung tuyến CM lần lượt là $2x + y - 12 = 0, y = x - 2, x - 5y - 3 = 0$. Tìm tọa độ A, B, C .

Bài 57. Trong mặt phẳng Oxy cho hình vuông có $AB: 4x - 3y - 4 = 0, CD: 4x - 3y - 18 = 0$ và tâm I thuộc $d: x + y - 1 = 0$, viết phương trình đường thẳng chứa hai cạnh còn lại của hình vuông đó

Bài 58. Trong mặt phẳng Oxy cho $\triangle ABC$ cân đỉnh A . Cạnh bên AB và cạnh đáy BC có phương trình lần lượt là $x + 2y - 1 = 0$ và $3x - y + 5 = 0$. Lập phương trình cạnh AC biết đường thẳng AC đi qua điểm $M(1; -3)$.

Bài 59. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC biết $A(5;2)$, phương trình đường trung trực của BC , đường trung tuyến CD lần lượt có phương trình là: $x + y - 6 = 0$ và $2x - y + 3 = 0$.

Bài 60. Trong mặt phẳng Oxy cho đường phân giác từ A , trung tuyến từ B , đường cao từ C có phương trình lần lượt là: $x + y - 3 = 0, x - y + 1 = 0, 2x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác.

Bài 61. Trong mặt phẳng Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 4. Biết $A(1;0), B(0;2)$ và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm tọa độ đỉnh C và D .

Bài 62. Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm $A(0;1), B(2;-1)$ và hai đường thẳng $d_1: (m-1)x + (m-2)y + 2 - m = 0, d_2: (2-m)x + (m-1)y + 3m - 5 = 0$. Chứng minh d_1 và d_2 luôn cắt nhau, Gọi P là giao điểm của d_1 và d_2 , Tìm m sao cho $PA + PB$ lớn nhất.

Bài 63. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông cân tại A . Biết rằng cạnh huyền nằm trên đường thẳng $d: x + 7y - 31 = 0$. Điểm $N(1; \frac{5}{2})$ thuộc đường thẳng AC , điểm $M(2; -3)$ thuộc đường thẳng AB . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Bài 64. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $B(-4; -1), C(3; -2)$, diện tích tam giác ABC bằng $\frac{51}{2}$ và trọng tâm G thuộc đường thẳng $d: x - y + 2 = 0$. Hãy tìm tọa độ đỉnh A.

Bài 65. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $S = \frac{3}{2}$, hai đỉnh là $A(2; -3), B(3; -2)$ và trọng tâm G của tam giác thuộc đường thẳng $3x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C

Bài 66. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$ và các đỉnh $A(3; -5), B(4; -4)$. Biết rằng trọng tâm G của tam giác ABC thuộc đường thẳng $3x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C.

Bài 67. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(1; 1)$ trên mặt phẳng tọa độ. hãy tìm điểm B trên đường thẳng $y = 3$ và điểm C trên trục hoành sao cho tam giác ABC là tam giác đều.

Bài 68. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông có đỉnh $A(0; 5)$ và một đường chéo nằm trên đường thẳng có phương trình $y - 2x = 0$. Tìm tọa độ hình vuông đó

Bài 69. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với $A(-1; 3)$, đường cao BH nằm trên đường thẳng $y = x$, phân giác trong của góc C nằm trên đường thẳng $x + 3y + 2 = 0$. Viết phương trình cạnh BC.

Bài 70. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC cân ở A. Điểm $M(1; -1)$ là trung điểm của BC, trọng tâm $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C.

Bài 71. Trong mặt phẳng Oxy hãy viết phương trình các cạnh của tam giác ABC biết trực tâm $H(1; 0)$, chân đường cao hạ từ đỉnh B là $K(0; 2)$, trung điểm cạnh AB là $M(3; 1)$.

Bài 72. Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật ABCD có phương trình đường thẳng AB: $x - 2y + 1 = 0$, phương trình đường thẳng BD: $x - 7y + 14 = 0$, đường thẳng AC đi qua $M(2; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Bài 73. Trong mặt phẳng Oxy cho hình bình hành ABCD có diện tích bằng 4, các đỉnh $A(2; 2), B(-2; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C và D biết rằng giao điểm của AC và BD thuộc đường thẳng $x - 3y + 2 = 0$

Bài 74. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(10; 5), B(15; -5), D(-20; 0)$ là các đỉnh của hình thang cân ABCD trong đó AB song song với CD. Tìm tọa độ điểm C.

Bài 75. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $M(-2; 2)$ là trung điểm của cạnh BC. Cạnh AB có phương trình là $x - 2y - 2 = 0$, cạnh AC có phương trình là $2x + 5y + 3 = 0$. Hãy xác định tọa độ các đỉnh của tam giác đó.

Bài 76. Trong mặt phẳng Oxy cho đỉnh $A(-1; -3)$ biết hai đường cao $BH : 5x + 3y - 25 = 0$, $CK : 3x + 8y - 12 = 0$ Hãy xác định tọa độ các đỉnh B và C .

Bài 77. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $d_1 : x + 2y - 3 = 0$, $d_2 : 3x + y - 4 = 0$ cắt nhau tại $M(1, 1)$. Lập phương trình đường thẳng d_3 đi qua điểm $A(-2, -1)$ cắt d_1, d_2 tại các điểm P, Q sao cho : $MP = \sqrt{2}MQ$.

Bài 78. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x - 3y + 4 = 0$, $\Delta_2 : 3x + 2y + 5 = 0$ và điểm $M(1; 1)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua M và cùng với các đường thẳng Δ_1, Δ_2 tạo thành một tam giác cân.

Bài 79. Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A(3; 4)$, $B(1; 2)$, $C(5; 0)$. viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(3; 4)$ sao cho : $d = 2d(B; d) + d(C; d)$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 80. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $I(2; 4)$ và 2 đường thẳng $d_1 : 2x - y - 2 = 0$, $d_2 : 2x + y - 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn tâm I , cắt d_1 tại 2 điểm A, B và cắt đường thẳng d_2 tại 2 điểm C, D thoả mãn $AB + CD = \frac{16}{\sqrt{5}}$

Bài 81. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(8; 4), B(-7; -1), C(4; 6)$. Gọi (C) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Xác định M thuộc đường tròn (C) sao cho $\overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{NB}$ min

2 Đường tròn - Đường elip

Bài 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 18x - 6y + 65 = 0$ và $(C') : x^2 + y^2 = 9$. Từ điểm M thuộc đường tròn (C) kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn (C') , gọi A, B là các tiếp điểm. Tìm tọa độ điểm M , biết độ dài đoạn AB bằng 4,8.

Bài 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(6;2)$ và đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$. Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua M và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$.

Bài 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ và điểm $M(6;2)$. Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua M và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$.

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ và đường thẳng $(d) : x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d) mà qua đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến MA và MB với (C) (A, B là hai tiếp điểm) sao cho $\widehat{AMB} = 60^\circ$.

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta : x - y + 5 = 0$ và hai elip $(E_1) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, $(E_2) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ có cùng tiêu điểm. Biết rằng (E_2) đi qua điểm M thuộc đường thẳng Δ . Tìm tọa độ điểm M sao cho elip (E_2) có độ dài trục lớn nhỏ nhất.

Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $K(3;2)$ và đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ với tâm là I . Tìm tọa độ điểm $M \in (C)$ sao cho $\widehat{IMK} = 60^\circ$.

Bài 7. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2 lần lượt nằm bên trái và bên phải trục tung. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1^2 + 7MF_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 8. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho parabol $(P) : y^2 = 4x$. Lập phương trình đường thẳng d đi qua tiêu điểm của (P) , cắt (P) tại A và B sao cho $AB = 4$.

Bài 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ và đường thẳng $\Delta : 5x - 2y - 19 = 0$. Từ một điểm M nằm trên đường thẳng Δ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) (A và B là hai tiếp điểm). Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác AMB biết rằng $AB = \sqrt{10}$.

Bài 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết điểm $M(0;1)$ là trung điểm cạnh AB và điểm A có hoành độ dương.

Bài 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hypebol $(H) : \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$. Gọi F_1, F_2 là các tiêu điểm của (H) (F_1 có hoành độ âm). Tìm tọa độ điểm M thuộc (H) sao cho $\widehat{F_1MF_2} = 60^\circ$ và điểm M có hoành độ dương.

Bài 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y^2 = 2x$ và điểm $K(2; 0)$. Đường thẳng d đi qua K cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N . Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN nằm trên đường thẳng d .

Bài 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$. Gọi I là tâm đường tròn (C) . Đường thẳng Δ đi qua $M(1; -3)$ cắt (C) tại hai điểm A và B . Viết phương trình đường thẳng Δ biết tam giác IAB có diện tích bằng 8 và cạnh AB là cạnh lớn nhất.

Bài 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : 2x + y + 3 = 0$ và elíp $(E) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với d và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1.

Bài 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y^2 = 4x$ có tiêu điểm F . Gọi M là điểm thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{FM} = -3\overrightarrow{FO}$; d là đường thẳng bất kì đi qua M , d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B . Chứng minh rằng tam giác OAB là tam giác vuông.

Bài 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ và điểm $A(5; -6)$. Từ A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (C) với B, C là các tiếp điểm. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Bài 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng $y = 4$ sao cho từ M kẻ được 2 tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) và AB đi qua điểm $E(2; 3)$.

Bài 18. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A với $B(-3; 0), C(3; 0)$. Biết tâm I của đường tròn nội tiếp ΔABC thuộc đường thẳng $(d) : y = x$. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC biết I có tung độ dương.

Bài 19. Trong mặt phẳng Oxy cho $(E) : \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ và đường thẳng $\Delta : x + y + 9 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc Δ , tiếp xúc với (E) có bán kính nhỏ nhất.

Bài 20. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $M(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}); N(\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$ lần lượt là trung điểm của BC, AC và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \frac{1}{3}t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ là đường phân giác trong của $\widehat{BAC}$.
Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Bài 21. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và đường thẳng $(d): x + y + 4 = 0$.
Tìm điểm A thuộc (d) sao cho từ A vẽ được 2 tiếp tuyến tiếp xúc (C) tại M, N thỏa mãn diện tích tam giác AMN bằng $3\sqrt{3}$.

Bài 22. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $(d): x - y + 1 = 0$ và đường tròn: $(C)x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$.
Tìm điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho từ M kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tại A và B sao cho $\widehat{AMB} = 60^\circ$.

Bài 23. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ và đường thẳng $(d): x - y - 1 = 0$.
Từ M thuộc d kẻ các tiếp tuyến MA, MB đến (T) trong đó A, B là các tiếp điểm.
Chứng minh đường thẳng qua A, B luôn đi qua điểm cố định.

Bài 24. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ và $(C'): x^2 + y^2 = 9$.
Viết phương trình đường tròn tâm I tiếp xúc với cả hai đường tròn (C) và (C') biết rằng I thuộc đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$.

Bài 25. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$ và đường thẳng $d: x - 5y - 2 = 0$.
Xác định tọa độ giao điểm A, B của đường tròn (C) và đường thẳng d (cho biết điểm A có hoành độ dương).
Tìm tọa độ điểm C thuộc đường tròn (C) sao cho tam giác ABC vuông ở B .

Bài 26. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC , có điểm $A(2; 3)$, trọng tâm $G(2; 0)$. Hai đỉnh B và C lần lượt nằm trên hai đường thẳng $d_1: x + y + 5 = 0$ và $d_2: x + 2y - 7 = 0$.
Viết phương trình đường tròn có tâm C và tiếp xúc với đường thẳng BG .

Bài 27. Trong mặt phẳng Oxy Cho hình vuông $ABCD$ điểm $A(-4; 5)$ đường chéo có phương trình $7x - y + 8 = 0$.
Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông.

Bài 28. Cho đường tròn: $\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{32}{9}$ và $A(0; 1); B\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.
Tìm M thuộc (C) sao cho $2MA + MB$ min.

Bài 29. Trong mặt phẳng tọa độ đề-các vuông góc cho elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$ với $a > b > 0$ A và B là 2 điểm tùy ý thuộc elip sao cho OA vuông góc với OB .
Hãy xác định vị trí A, B trên elip để tam giác OAB có diện tích lớn nhất và nhỏ nhất. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất đó.

Bài 30. Trong mặt phẳng Oxy cho elip $(E) : \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$. Viết phương trình đường thẳng (d) cắt (E) tại hai điểm phân biệt có tọa độ là các số nguyên.

Bài 31. Cho $(E) : 4x^2 + 9y^2 = 36$ và $M(1; 1)$. Lập phương trình đường thẳng qua M và cắt (E) tại $M_1; M_2$ sao cho $MM_1 = MM_2$

Bài 32. Trong mặt phẳng Oxy cho elip $(E) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$. M và N là 2 điểm trên (E) sao cho tam giác OMN vuông tại O (O là gốc tọa độ). Gọi H là hình chiếu của O trên MN . Tìm quỹ tích H .

Bài 33. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : (x - 4)^2 + y^2 = 4$ và điểm $I(8; 5)$. Tìm điểm M trên trục tung sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB đến (C) (A, B là hai tiếp điểm) đồng thời đường thẳng AB đi qua I

Bài 34. Trong mặt phẳng Oxy Cho hai đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2) : x^2 + y^2 = 25$. Từ điểm $M \in (C_2)$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (C_1) (A, B là các tiếp điểm). Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn tiếp xúc với một đường cong cố định.

Bài 35. Trong mặt phẳng Oxy Trong mặt phẳng Oxy cho $(C) : x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$ tìm M thuộc $d : 3x - 22y - 6 = 0$ sao cho từ M kẻ được đến (C) 2 tiếp tuyến MA, MB với A và B là các tiếp điểm. Và đường thẳng AB đi qua điểm $C(0; 1)$

Bài 36. Trong mặt phẳng Oxy Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có tâm I đi qua hai điểm $A(1; 0), B(0; 1)$ sao cho diện tích tam giác IAB bằng 9. Viết phương trình đường tròn (C)

Bài 37. Trong mặt phẳng Oxy cho $\triangle ABC$ có $M(\frac{3}{2}; \frac{7}{2})$, $N(\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$ lần lượt là trung điểm của BC, AC và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \frac{4}{3}t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ là đường phân giác trong của $\widehat{BAC}$.
Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Bài 38. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ và đường thẳng $(d) : y = x + 1$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho từ M kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tại A và B , sao cho: $\widehat{AMB} = 60^\circ$

Bài 39. Trong mặt phẳng Oxy Cho đường tròn $(T) : x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ và đường thẳng $(d) : x - y - 1 = 0$. Từ M thuộc d kẻ các tiếp tuyến MA, MB đến (T) trong đó A, B là các tiếp điểm. Chứng minh đường thẳng qua A, B luôn đi qua điểm cố định

Bài 40. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ và $(C') : x^2 + y^2 = 9$.
Viết phương trình đường tròn tâm I tiếp xúc với cả hai đường tròn (C) và (C') biết rằng I thuộc đường thẳng $d : x + y - 2 = 0$.

BÀI TẬP ÔN LUYỆN CÓ ĐÁP SỐ

1 Bài tập Điểm - Đường thẳng

Bài 1. Trong mặt phẳng Oxy chứng minh rằng với mọi số thực m phương trình : $mx^2 - m^2x + (m-1)xy + my - y^2 = 0$ là phương trình của đường thẳng.

ĐS : $mx - y = 0, x + y - m = 0$

Bài 2. Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC có đỉnh $A(1;2)$, đường trung tuyến $BM: 2x + y + 1 = 0$ và phân giác trong $CD: x + y - 1 = 0$ Viết phương trình đường thẳng BC .

ĐS : $4x + 3y + 4 = 0$

Bài 3. Trong mặt phẳng Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 4. Biết $A(1;0), B(0;2)$ và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm tọa độ đỉnh C và D .

ĐS : $C(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}), D(\frac{8}{3}; \frac{2}{3})$ hoặc $C(-1;0), D(0;-2)$

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy cho 2 đường thẳng: $d_1: 2x - y - 1 = 0, d_2: 2x + y - 3 = 0$. Gọi I là giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2 ; A là điểm thuộc d_1 , A có hoành độ dương khác 1 ($0 < x_A \neq 1$). Lập phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A , cắt d_2 tại B sao cho diện tích ΔIAB bằng 6 và $IB = 3IA$.

ĐS : $x + y - 5 = 0, 4x + y - 11 = 0$

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có trung điểm cạnh AB là $M(-1;2)$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là $I(2;-1)$. Đường cao của tam giác kẻ từ A có phương trình: $2x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C .

ĐS : $C(\frac{14}{15}; \frac{47}{15})$

Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $B(-12;1)$, đường phân giác trong góc A có phương trình: $x + 2y - 5 = 0$. Trọng tâm tam giác ABC là $G(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$. Viết phương trình đường thẳng BC

ĐS : $BC: x - 8y + 20 = 0$

Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Lập phương trình đường thẳng qua $M(2;1)$ và tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.

ĐS : $x + 2y - 4 = 0$

Bài 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2)$ và cắt đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$ theo một dây cung có độ dài bằng 8

ĐS : $d: 3x - 4y + 5 = 0$

Bài 9. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(1;4)$ và hai đường thẳng $b: x + y - 3 = 0; c: x + y - 9 = 0$. Tìm điểm B trên b , điểm C trên c sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

ĐS : $B(2;1), C(4;5)$ hoặc $B(-2;5), C(2;7)$.

Bài 10. Phương trình hai cạnh của một tam giác trong mặt phẳng tọa độ là $5x - 2y + 6 = 0; 4x + 7y - 21 = 0$. viết phương trình cạnh thứ ba của tam giác đó, biết rằng trục tâm của nó trùng gốc tọa độ O.

ĐS : $y + 7 = 0$

Bài 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Lập phương trình đường thẳng đi qua $A(8;6)$ và tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 12.

ĐS : $3x - 2y - 6 = 0, \quad 3x - 8y + 24 = 0$

Bài 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy viết phương trình các cạnh của hình chữ nhật ABCD .Biết rằng $AB = 2BC$, A,B thuộc đường thẳng đi qua $M(-\frac{4}{3};1)$, B,C thuộc đường thẳng đi qua $N(0;3)$, A,D thuộc đường thẳng đi qua $P(4;-\frac{1}{3})$, C,D thuộc đường thẳng đi qua $Q(6;2)$.

ĐS : Với $k = 1/3$ $AB : y = \frac{1}{3}(x + \frac{4}{3}) + 1, \quad DC : y = \frac{1}{3}(x - 6) + 2, \quad BC : x + \frac{1}{3}y - 1 = 0, \quad AD : x + \frac{1}{3}y - \frac{35}{9} = 0$

Với $k = -3/17$

$AB : y = -\frac{3}{17}(x + \frac{4}{3}) + 1, \quad DC : y = -\frac{3}{17}(x - 6) + 2, \quad BC : x - \frac{3}{17}y + \frac{9}{17} = 0, \quad AD : x - \frac{3}{17}y - 4 - \frac{3}{17} = 0$

Bài 13. Trong mặt phẳng Oxy cho hình tam giác ABC có diện tích bằng 2. Biết $A(1;0), B(0;2)$ và trung điểm I của AC nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm tọa độ đỉnh C.

ĐS : $C(-1;0)$ hoặc $C(\frac{5}{3}; \frac{8}{3})$

Bài 14. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC ,với $A(1;1), B(-2;5)$, đỉnh C nằm trên đường thẳng $x - 4 = 0$, và trọng tâm G của tam giác nằm trên đường thẳng $2x - 3y + 6 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC.

ĐS : $S_{ABC} = \frac{15}{2}$

Bài 15. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC ,với $A(2;-1), B(1;-2)$, trọng tâm G của tam giác nằm trên đường thẳng $x + y - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm C biết diện tích tam giác ABC bằng 13,5.

ĐS : $C = (-12;18)$ hoặc $C = (15;-9)$

Bài 16. Trong mặt phẳng Oxy cho $\triangle ABC$ có $A(2;1)$. Đường cao qua đỉnh B có phương trình $x - 3y - 7 = 0$.Đường trung tuyến qua đỉnh C có phương trình $x + y + 1 = 0$. Xác định tọa độ B và C . Tính diện tích $\triangle ABC$.

ĐS : $S_{ABC} = 16$

Bài 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(5;2)$. Phương trình đường trung trực cạnh BC, đường trung tuyến CC' lần lượt là $x + y - 6 = 0$ và $2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC

ĐS :

Bài 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm $A(-2; 1)$ và hai đường thẳng $\Delta: x + 3y + 8 = 0$, $\Delta': 3x - 4y + 10 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng Δ , đi qua điểm A và tiếp xúc với đường thẳng Δ' .

$$\text{ĐS: } (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

Bài 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , hãy viết phương trình các cạnh của tam giác ABC biết trục tâm $H(1; 0)$, chân đường cao hạ từ đỉnh B là $K(0; 2)$, trung điểm cạnh AB là $M(3; 1)$.

$$\text{ĐS: } AC: x - 2y + 4 = 0, AB: 3x - y - 8 = 0, BC: 3x + 4y + 2 = 0.$$

Bài 20. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, đường cao $CH: x - y + 1 = 0$, phân giác trong $BN: 2x + y + 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C và tính diện tích tam giác ABC .

$$\text{ĐS: } S_{ABC} = \frac{45}{4}$$

Bài 21. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, tâm I là giao điểm của đường thẳng $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x + y - 6 = 0$. Trung điểm của một cạnh là giao điểm của d_1 với trục Ox . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

$$\text{ĐS: } A(2; 1), B(5; 4), C(7; 2), D(4; -1)$$

Bài 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I = (\frac{1}{2}; 0)$. Đường thẳng AB có phương trình: $x - 2y + 2 = 0$, $AB = 2AD$ và hoành độ điểm A âm. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật đó.

$$\text{ĐS: } C(3; 0), D(-1; -2)$$

Bài 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm $C(2; -5)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 4 = 0$. Tìm trên Δ hai điểm A và B đối xứng nhau qua $I(2; \frac{5}{2})$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 15.

$$\text{ĐS: } A(0; 1) \text{ và } B(4; 4).$$

Bài 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $(d_1): 4x - 3y - 12 = 0$ và $(d_2): 4x + 3y - 12 = 0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có 3 cạnh nằm trên $(d_1), (d_2)$, trục Oy .

$$\text{ĐS: } I(4/3; 0), R = 4/3$$

Bài 25. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có trọng tâm $G(2, 0)$ biết phương trình các cạnh AB, AC theo thứ tự là $4x + y + 14 = 0; 2x + 5y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .

$$\text{ĐS: } A(-4, 2), B(-3, -2), C(1, 0)$$

Bài 26. Trong mặt phẳng Oxy cho hình thoi có một đường chéo có phương trình: $x + 2y - 7 = 0$, một cạnh có phương trình: $x + 3y - 3 = 0$. Một đỉnh là $(0; 1)$. Viết phương trình 3 cạnh và đường chéo thứ 2 của hình thoi.

$$\text{ĐS: } AD: 9x + 13y - 13 = 0 \text{ và } BC: 9x + 13y - 83 = 0$$

Bài 27. Trong mặt phẳng Oxy cho 2 điểm $M(1; 4)$ và $N(6; 2)$. Lập phương trình đường thẳng qua N sao cho khoảng cách từ M tới đó bằng 2.

$$\text{ĐS: } \Delta': y = 2 \text{ hoặc } 20x + 21y - 162 = 0.$$

Bài 28. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(3;1)$. Viết phương trình đường thẳng qua M và cắt 2 trục tọa độ Ox, Oy tương ứng tại A và B sao cho $OA + OB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{ĐS : PT } (1 + \sqrt{3})x + (3 + \sqrt{3})y - 6 - 4\sqrt{3} = 0$$

Bài 29. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC với $A(1;2)$, đường trung tuyến BM và đường phân giác trong CD có phương trình lần lượt là: $2x + y + 1 = 0$ và $x + y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

$$\text{ĐS : BC : } 4(x + 1) + 3y = 0 \text{ hay } 4x + 3y + 4 = 0$$

Bài 30. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy cho đường thẳng d có phương trình: $2x + 3y + 1 = 0$ và điểm $M(1;1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M tạo với d một góc 45°

$$\text{ĐS : } (d) : x - 5y + 4 = 0 \text{ hay } 5x + y - 6 = 0$$

Bài 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(1;0)$ và 2 đường thẳng lần lượt chứa đường cao kẻ từ B và C có phương trình: $x - 2y + 1 = 0; 3x + y + 1 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC

$$\text{ĐS : } S_{ABC} = 28$$

Bài 32. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $AB = AC$, góc $BAC = 90^\circ$. Biết $M(1; -1)$ là trung điểm của BC và $G(2/3; 0)$ là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa độ các đỉnh ABC.

$$\text{ĐS : } B(4;0); C(-2; -2) \text{ hoặc } B(-2; -2); C(4;0).$$

Bài 33. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC cân đỉnh A. Có trọng tâm là $G(4/3; 1/3)$, Phương trình đường thẳng BC là: $x - 2y - 4 = 0$, phương trình đường thẳng BG là: $7x - 4y - 8 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

$$\text{ĐS : } B(0; -2); A(0; 3); C(4; 0)$$

Bài 34. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật có tâm $I(1/2; 0)$. Phương trình đường thẳng AB là: $x - 2y + 2 = 0$ và $AB = 2AD$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D. Biết rằng A có hoành độ âm

$$\text{ĐS : } A(-2; 2); D(-1; -2); C(3; 0); B(2; 2)$$

Bài 35. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(0;2)$ và đường thẳng $d : x - 2y + 2 = 0$. Tìm trên d hai điểm B và C sao cho tam giác ABC vuông ở B và $AB = 2BC$.

$$\text{ĐS : } C(0;1) \text{ hoặc } C(4/5; 7/5)$$

Bài 36. Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC có $A(5;3); B(-1;2); C(-4;5)$ viết phương trình đường thẳng đi qua A và chia tam giác ABC thành 2 phần có tỉ số diện tích bằng nhau.

$$\text{ĐS : } d : y - 3 = 0 \text{ hay } d : x + 8y - 29 = 0$$

Bài 37. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC nhọn, viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AC biết tọa độ chân các đường cao hạ từ A, B, C lần lượt là: $A'(-1; -2), B'(2; 2), C(-1; 2)$.

$$\text{ĐS : } 4x - 3y - 2 = 0$$

Bài 38. Trong mặt phẳng Oxy cho hình vuông ABCD có đỉnh $A(3;0)$ và $C(-4;1)$ đối diện. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại?

ĐS : $B(-1;-3)$ hoặc $B(0;4)$ từ đó suy ra D

Bài 39. Trong mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng $d : 2x - y - 5 = 0$ và 2 điểm $A(1;2), B(4;1)$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc d và đi qua A, B.

ĐS :

Bài 40. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d : 4x + 3y - 43 = 0$ và điểm $A(7;5)$ trên d . Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với d tại A và có tâm nằm trên đường thẳng: $\Delta : 2x - 5y + 4 = 0$

ĐS :

Bài 41. Trong mặt phẳng Oxy cho 2 đường thẳng: $d_1 : 3x + 4y - 47 = 0$ và $d_2 : 4x + 3y - 45 = 0$ Lập phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $d : 5x + 3y - 22 = 0$ và tiếp xúc với cả d_1 và d_2

ĐS :

Bài 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(0;2)$ và $B(-\sqrt{3};-1)$. Tìm tọa độ trực tâm và tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác OAB.

ĐS : Trực tâm $H(\sqrt{3};-1)$, Tâm đường tròn ngoại tiếp $I(-\sqrt{3};1)$.

Bài 43. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $d_1 : x - y + 2 = 0, d_2 : 2x + y - 5 = 0$ và điểm $M(-1;4)$. Viết phương trình đường thẳng d cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho M là trung điểm của đoạn AB.

ĐS : $x = -1$

Bài 44. Trong mặt phẳng Oxy cho hình vuông ABCD tâm $I(2;-3)$, phương trình cạnh $AB : 3x + 4y - 4 = 0$. Tính độ dài cạnh hình vuông. Tìm phương trình cạnh CD, AD và BC.

ĐS : $a = 4; CD : 3x + 4y + 8 = 0, AD, BC : 4x - 3y - 7 = 0, 4x - 3y - 27 = 0$.

Bài 45. Cho tam giác ABC có 3 cạnh nằm trên 3 đường thẳng $AB : 2x - y + 2 = 0, BC : x - 2y - 5 = 0, CA : 2x + y - 10 = 0$. Tính chiều cao AH của tam giác. Viết phương trình đường phân giác trong góc B và tìm tọa độ tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

ĐS : $A(2;6), AH = 3\sqrt{5}$. Phân giác trong góc B : $x - y - 1 = 0$, góc C : $x + 3y - 5 = 0$. Tâm $I(2;1)$.

Bài 46. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $M(3;2)$ cắt tia Ox tại A, tia Oy tại B sao cho:
a) $OA + OB = 12$;

b) (d) hợp với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là 12.

ĐS : a) $x + 3y - 9 = 0$ hoặc $2x + y - 8 = 0$. b) $2x + 3y - 12 = 0$.

Bài 47. Viết phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1 : 2x - y + 1 = 0, d_2 : x - 2y - 3 = 0$, đồng thời chắn trên hai trục tọa độ những đoạn bằng nhau.

ĐS : $x + y + 4 = 0, 3x - 3y - 2 = 0, 7x - 5y = 0$

Bài 48. Cho tam giác ABC có $A(2; -1)$ và phương trình các đường cao là: $2x - y + 1 = 0$; $3x + y + 2 = 0$.
Lập phương trình trung tuyến của tam giác qua đỉnh A.

$$\text{ĐS: } B\left(-\frac{8}{5}; -\frac{11}{5}\right); C(4; 2); AM: 11x - 8y - 30 = 0.$$

Bài 49. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $C(-2; -4)$ và trọng tâm $G(0; 4)$.

a) Giả sử $M(2; 0)$ là trung điểm của cạnh BC. Xác định tọa độ các đỉnh A và B.

b) Giả sử M di động trên đường thẳng (D): $x + y - 2 = 0$, tìm quỹ tích của điểm B. Xác định M để độ dài AB là ngắn nhất.

$$\text{ĐS: a) } A(-4; 12), B(6; 4). \text{ b) Quỹ tích B: } x + y - 10 = 0. B\left(\frac{3}{2}; \frac{17}{2}\right); M\left(-\frac{1}{4}; \frac{9}{4}\right).$$

Bài 50. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $C(4; 3)$, đường phân giác trong và đường trung tuyến kẻ từ một đỉnh của tam giác có phương trình lần lượt là: $x + 2y - 5 = 0$ và $4x + 13y - 10 = 0$. Viết phương trình ba cạnh của tam giác ABC.

$$\text{ĐS: } BC: x + y - 7 = 0. AB: x + 7y + 5 = 0. AC: x - 8y + 20 = 0.$$

Bài 51. Trong mặt phẳng Oxy lập phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $I(-2; 3)$ và cách đều $A(5; -1)$ và $B(3; 7)$.

$$\text{ĐS: } 4x + y + 5 = 0 \text{ hay } y - 3 = 0.$$

Bài 52. Trong mặt phẳng Oxy Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với $M(1; 2)$ qua đường thẳng có phương trình $3x + 4y - 1 = 0$.

$$\text{ĐS: } M'\left(-\frac{7}{5}; -\frac{6}{5}\right)$$

Bài 53. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, pt hai đường trung tuyến kẻ từ B và C tương ứng là: $x - 2y + 1 = 0$ và $y - 1 = 0$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

$$\text{ĐS: } H\left(\frac{1}{3}; \frac{17}{3}\right)$$

Bài 54. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $A(2; -1)$, pt hai đường phân giác trong kẻ từ B và C tương ứng là: $x - 2y + 1 = 0$ và $x + y + 3 = 0$. Lập pt cạnh BC và tìm tọa độ B, C.

$$\text{ĐS: } BC: 4x - y + 3 = 0, B\left(-\frac{5}{7}; \frac{1}{7}\right), C\left(-\frac{6}{5}; -\frac{9}{5}\right).$$

Bài 55. Trong mặt phẳng Oxy cho $d_1: x + y + 3 = 0$, $d_2: x - y - 4 = 0$, $d_3: x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên d_3 sao cho khoảng cách từ M đến d_1 bằng 2 lần khoảng cách từ M đến d_2 .

$$\text{ĐS: } M(2; 1) \text{ hoặc } M(-22; -11)$$

Bài 56. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(1; 1)$, $B(4; -3)$. Tìm điểm C thuộc (d): $x - 2y - 1 = 0$ sao cho $d(C, AB) = 6$.

$$\text{ĐS: } C(7; 3) \text{ hoặc } C\left(-\frac{43}{11}; -\frac{27}{11}\right).$$

Bài 57. Trong mặt phẳng Oxy lập pt đt đi qua điểm $A(3;2)$ và tạo với trục hoành góc 60° .

$$\text{ĐS : } \sqrt{3}x \pm y - 2 - 3\sqrt{3} = 0$$

Bài 58. Trong mặt phẳng Oxy lập pttq của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3)$ và chắn trên các trục tọa độ những đoạn thẳng có độ dài bằng nhau.

$$\text{ĐS : } x + y - 4 = 0 \text{ hay } x - y + 2 = 0$$

Bài 59. Trong mặt phẳng Oxy Lập pt TQ của đt đi qua điểm $M(1; 2)$ và chắn trên các trục tọa độ những đoạn thẳng có độ dài bằng nhau.

$$\text{ĐS : } x + y - 3 = 0 \text{ hay } x - y + 1 = 0$$

Bài 60. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $A(1; 1)$, pt các đường cao kẻ từ B và C tương ứng là: $-2x + y - 8 = 0$ và $2x + 3y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{ĐS : } I\left(-\frac{43}{8}; -\frac{57}{4}\right)$$

Bài 61. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $AB : 5x - 3y + 2 = 0$, pt các đường cao kẻ từ A và B tương ứng là: $4x - 3y + 1 = 0$ và $7x + 2y - 22 = 0$. Lập pt 2 cạnh AC, BC và đường cao thứ 3.

$$\text{ĐS : } BC : 3x + 4y - 22 = 0, AC : 2x - 7y - 5 = 0, CH : 3x + 5y - 23 = 0$$

Bài 62. Trong mặt phẳng Oxy cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A

$$\text{ĐS : } A(1; -1) \text{ hoặc } A(4; 5)$$

Bài 63. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta : x + y + 2 = 0$ và đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Gọi I là tâm của (C) , M thuộc Δ . Qua M kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A và B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M , biết tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng 10

$$\text{ĐS : } M(2; -4) \text{ hoặc } M(-3; 1)$$

Bài 64. Trong mặt phẳng Oxy cho 2 đường thẳng $\Delta : x - y - 4 = 0$ và $d : 2x - y - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng ON cắt đường thẳng Δ tại điểm M thỏa mãn $OM.ON = 8$

$$\text{ĐS : } N(0; -2) \text{ hoặc } N\left(\frac{6}{5}; \frac{2}{5}\right)$$

Bài 65. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $B\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với cạnh BC, CA, AB tương ứng các điểm D, E, F . Cho $D(3; 1)$ và đường thẳng EF có phương trình $y - 3 = 0$. Tìm tọa độ A , biết A có tung độ dương.

$$\text{ĐS : } A\left(3; \frac{13}{3}\right)$$

Bài 66. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B và C sao cho tam giác vuông tại B. Viết phương trình của (T), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

$$\text{ĐS: (T): } \left(x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$$

Bài 67. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh A(6;6); đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x + y - 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C, biết điểm E(1;-3) nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác đã cho

$$\text{ĐS: } B(0; -4) \text{ và } C(-4; 0) \text{ hoặc } B(-6; 2) \text{ và } C(2; -6)$$

Bài 68. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh C(-4;1), phân giác trong góc A có phương trình $x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

$$\text{ĐS: } BC: 3x - 4y + 16 = 0$$

Bài 69. Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật ABCD có điểm I(6;2) là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Điểm M(1;5) thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $\Delta: x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB.

$$\text{ĐS: } AB: y - 5 = 0 \text{ hoặc } x - 4y + 19 = 0$$

Bài 70. Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật ABCD có tâm I($\frac{1}{2}$;0). Đường thẳng AB có phương trình: $x - 2y + 2 = 0$, $AB = 2AD$ và hoành độ điểm A âm. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật đó.

$$\text{ĐS:}$$

Bài 71. Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm A(1;0), B(-2;4), C(-1;4), D(3;5) và đường thẳng d: $3x - y - 5 = 0$. Tìm điểm M trên d sao cho hai tam giác MAB, MCD có diện tích bằng nhau.

$$\text{ĐS:}$$

Bài 72. Trong mặt phẳng Oxy cho hình tam giác ABC có diện tích bằng 2. Biết A(1;0), B(0;2) và trung điểm I của AC nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm tọa độ đỉnh C.

$$\text{ĐS:}$$

Bài 73. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC, với A(1;1), B(-2;5), đỉnh C nằm trên đường thẳng $x - 4 = 0$, và trọng tâm G của tam giác nằm trên đường thẳng $2x - 3y + 6 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC.

$$\text{ĐS:}$$

Bài 74. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC, với A(2;-1), B(1;-2), trọng tâm G của tam giác nằm trên đường thẳng $x + y - 2 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C biết diện tích tam giác ABC bằng 13,5.

$$\text{ĐS:}$$

Bài 75. Trong mặt phẳng Oxy cho $\triangle ABC$ có $A(2;1)$. Đường cao qua đỉnh B có phương trình $x - 3y - 7 = 0$. Đường trung tuyến qua đỉnh C có phương trình $x + y + 1 = 0$. Xác định tọa độ B và C . Tính diện tích $\triangle ABC$.

ĐS :

Bài 76. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $A(5;2)$. Phương trình đường trung trực cạnh BC , đường trung tuyến CC' lần lượt là $x + y - 6 = 0$ và $2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

ĐS :

Bài 77. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $\Delta: x + 3y + 8 = 0$, $\Delta': 3x - 4y + 10 = 0$ và điểm $A(-2;1)$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng Δ , đi qua điểm A và tiếp xúc với đường thẳng Δ' .

ĐS :

Bài 78. Trong mặt phẳng Oxy viết phương trình các cạnh của tam giác ABC biết trục tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ đỉnh B là $K(0;2)$, trung điểm cạnh AB là $M(3;1)$.

ĐS :

Bài 79. Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình đường thẳng $AB: x - 2y + 1 = 0$, phương trình đường thẳng $BD: x - 7y + 14 = 0$, đường thẳng AC đi qua $M(2;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS :

Bài 80. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC , có điểm $A(2;3)$, trọng tâm $G(2;0)$. Hai đỉnh B và C lần lượt nằm trên hai đường thẳng $d_1: x + y + 5 = 0$ và $d_2: x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm C và tiếp xúc với đường thẳng BG .

ĐS :

Bài 81. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác cân ABC có đáy BC nằm trên đường thẳng $2x - 5y + 1 = 0$, cạnh bên AB nằm trên đường thẳng $12x - y - 23 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC biết rằng nó đi qua điểm $(3;1)$

ĐS :

Bài 82. Trong mặt phẳng Oxy viết phương trình các cạnh của tam giác ABC biết $B(2;-1)$, đường cao và đường phân giác trong qua đỉnh A, C lần lượt là $(d_1): 3x - 4y + 27 = 0$ và $(d_2): x + 2y - 5 = 0$

ĐS :

Bài 83. Trong mặt phẳng Oxy xét tam giác ABC vuông tại A , phương trình đường thẳng BC là $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$, các đỉnh A và B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

ĐS :

Bài 84. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(1;1)$ và đường thẳng $\Delta: 2x + 3y + 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm B thuộc đường thẳng Δ sao cho đường thẳng AB và Δ hợp với nhau góc 45° .

ĐS :

Bài 85. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $d_1 : 2x - y + 5 = 0$, $d_2 : 3x + 6y - 7 = 0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $P(2; -1)$ sao cho đường thẳng đó cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 .

ĐS :

Bài 86. Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB : x - 2y - 1 = 0$, đường chéo $BD : x - 7y + 14 = 0$ và đường chéo AC đi qua điểm $M(2; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS :

Bài 87. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng (Δ) có phương trình: $x - 2y - 2 = 0$ và hai điểm $A(-1; 2); B(3; 4)$. Tìm điểm $M \in (\Delta)$ sao cho $2MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất.

ĐS :

Bài 88. Trong mặt phẳng Oxy Cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm $M(2; 4)$
a) Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt đường tròn tại 2 điểm A và B , sao cho M là trung điểm của AB .
b) Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn, biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -1$.

ĐS :

Bài 89. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AB : x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh $AC : x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác $G(3; 2)$. Viết phương trình cạnh BC .

ĐS :

Bài 90. Trong mặt phẳng Oxy viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(2; 5), B(4; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng có phương trình $3x - y + 9 = 0$.

ĐS :

Bài 91. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-2, 0)$ biết phương trình các cạnh AB, AC theo thứ tự là $4x + y + 14 = 0; 2x + 5y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .

ĐS :

Bài 92. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $(d_1) : 4x - 3y - 12 = 0$ và $(d_2) : 4x + 3y - 12 = 0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có 3 cạnh nằm trên $(d_1), (d_2)$, trục Oy .

ĐS :

Bài 93. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $C(2; -5)$ và đường thẳng $\Delta : 3x - 4y + 4 = 0$. Tìm trên Δ hai điểm A và B đối xứng nhau qua $I(2; 5/2)$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 15.

ĐS :

Bài 94. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, đường cao $CH : x - y + 1 = 0$, phân giác trong $BN : 2x + y + 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C và tính diện tích tam giác ABC

ĐS :

Bài 95. Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, tâm I là giao điểm của đường thẳng $d_1 : x - y - 3 = 0$ và $d_2 : x + y - 6 = 0$. Trung điểm của một cạnh là giao điểm của d_1 với trục Ox . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS :

Bài 96. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(4; -1), B(1; 5), C(-4; -5)$. Viết phương trình các đường thẳng sau:

- a) Đường cao AH
- b) Các đường trung tuyến BB_1, CC_1
- c) Các đường phân giác trong BB_2, CC_2 .

$$AH : x + 2y - 2 = 0$$

$$\text{ĐS : } BB_1 : 8x - y - 3 = 0, CC_1 : 14x - 13y - 9 = 0$$

$$BB_2 : x - 1 = 0, CC_2 : x - y - 1 = 0$$

Bài 97. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(4; -1)$ và phương trình hai đường trung tuyến $BB_1 : 8x - y - 3 = 0, CC_1 : 14x - 13y - 9 = 0$. tìm tọa độ các đỉnh B, C .

$$\text{ĐS : } B(1; 5), C(-4; -5).$$

Bài 98. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $C(-4; -5)$ và phương trình đường cao $AH : x + 2y - 2 = 0$, đường trung tuyến $BB_1 : 8x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B .

$$\text{ĐS : } B(1; 5), A(4; -1).$$

Bài 99. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $B(1; 5)$ và phương trình đường cao $AH : x + 2y - 2 = 0$, đường phân giác $CC_2 : x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, C .

$$\text{ĐS : } A(4; -1), C(-4; -5).$$

Bài 100. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(4; -1)$ và phương trình đường trung tuyến $BB_1 : 8x - y - 3 = 0$, phương trình phân giác $CC_2 : x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ B, C .

$$\text{ĐS : } B(1; 5), C(-4; -5).$$

Bài 101. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 2)$ và hai đường cao lần lượt có phương trình $9x - 3y - 4 = 0; x + y - 2 = 0$. Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC .

$$\text{ĐS : } AB : x - y = 0, AC : x + 3y - 8 = 0, BC : 7x + 5y - 8 = 0.$$

Bài 102. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; -1)$ và các đường phân giác trong của góc B và C lần lượt có phương trình là: $x - 2y + 1 = 0; x + y + 3 = 0$. Lập phương trình đường thẳng BC .

$$\text{ĐS : } BC : 4x - y + 3 = 0.$$

Bài 103. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(4; 3)$ và hai trung tuyến lần lượt có phương trình là: $x + y - 5 = 0, 2x - y - 1 = 0$. Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC .

$$\text{ĐS : } AB : 3x - 5y + 3 = 0; BC : 15x + 9y - 55 = 0; CA : 3x - 4y = 0.$$

Bài 104. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $C(4;3)$ và các đường phân giác trong, trong tuyến kẻ từ A lần lượt là: $x + 2y - 5 = 0$; $4x + 13y - 10 = 0$. Xác định tọa độ điểm B .

ĐS : $B(-12,1)$.

Bài 105. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(4;-1)$. Đường cao và trung tuyến kẻ từ B lần lượt có phương trình: $2x - 3y + 12 = 0$; $2x + 3y = 0$. Xác định tọa độ điểm C .

ĐS : $C(8;-7)$.

Bài 106. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(1;2)$. Đường trung tuyến BM : $2x + y + 1 = 0$ và phân giác trong CD : $x + y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC .

ĐS : $4x + 3y + 4 = 0$.

Bài 107. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(-1;3)$. Đường cao BH nằm trên đường thẳng $y = x$. Phân giác của góc C nằm trên đường thẳng $x + 3y + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC .

ĐS : $BC : x - 7y - 18 = 0$.

Bài 108. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có 3 góc đều nhọn. Tọa độ chân các đường cao hạ từ các đỉnh A, B, C tương ứng là $A_1(-1;-2)$; $B_1(2;2)$; $C_1(-1,2)$. Viết phương trình cạnh AC .

ĐS : $AC : 2x + y - 6 = 0$.

Bài 109. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông tại A , đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC , biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

ĐS : $BC : 3x - 4y + 16 = 0$.

Bài 110. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(-1;2)$, $B(2;1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc $d : x + 2y - 3 = 0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 2.

ĐS : $C(-9;6)$ hoặc $C(7;-2)$.

Bài 111. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(1;0)$, $B(3;-1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc $d : x - 2y - 1 = 0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 6 và C có tung độ lớn hơn 2.

ĐS : $C(7;3)$.

Bài 112. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $B(2;-1)$, đường cao qua A có phương trình $d_1 : 3x - 4y + 27 = 0$, phân giác trong của góc C có phương trình $d_2 : x + 2y - 5 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A .

ĐS : $A(-5;3)$.

Bài 113. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$, $A(2;-3)$, $B(3;-2)$. Tìm tọa độ đỉnh C biết C nằm trên đường thẳng $d : 3x - y - 4 = 0$.

ĐS : $C(-2;-10)$ hoặc $C(1;-1)$.

Bài 114. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $A(2; -3), B(3; -2)$, có diện tích bằng $\frac{3}{2}$ và trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 3x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ C.

ĐS : $C(-2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$.

Bài 115. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; 0), B(3; -1)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng 6.

ĐS : $C(7; 3)$ hoặc $C(-5; 3)$.

Bài 116. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(2; -3)$ và $B(3; -2)$ diện tích tam giác bằng $\frac{3}{2}$ và trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 3x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C.

ĐS : $C(-2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$.

Bài 117. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $B(1; -2)$, đường cao $AH: x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A, C của tam giác ABC biết C thuộc đường thẳng $d: 2x + y - 1 = 0$ và diện tích tam giác ABC bằng 1.

ĐS : $C(2; -3), A(-1; 2)$ hoặc $A(-3; 0)$.

Bài 118. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(-3; 6)$, trực tâm $H(2; 1)$, trọng tâm $G\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$. Xác định tọa độ các đỉnh B, C.

ĐS : $B(1; -2), C(6; 3)$ hoặc $B(6; 3), C(-1; 2)$.

Bài 119. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(3; -4)$. Phương trình trung trực cạnh $BC: x + y - 1 = 0$, đường trung tuyến xuất phát từ C có phương trình $3x - y - 9 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh B, C của tam giác ABC.

ĐS : $C(3; 0), B(1; -2)$.

Bài 120. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC cân tại đỉnh A có $A(6; 6)$, đường thẳng d đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x + y + 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, biết điểm $D(1; -3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác ABC.

ĐS : $B(0; -4), C(-4; 0)$ hoặc $B(-6; 2), C(2; -6)$.

Bài 121. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $C(2; -5)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 4 = 0$. Tìm trên Δ hai điểm A, B đối xứng nhau qua $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 15.

ĐS : $A(0; 1), B(4; 4)$.

Bài 122. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với $AB = \sqrt{5}$, đỉnh $C(-1; -1)$ phương trình cạnh AB : $x + 2y - 3 = 0$ và trọng tâm G của tam giác ABC thuộc đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$. Xác định tọa độ đỉnh A, B của tam giác ABC.

ĐS : $A\left(4; -\frac{1}{2}\right), B\left(6; -\frac{3}{2}\right)$ hoặc $B\left(4; -\frac{1}{2}\right), A\left(6; -\frac{3}{2}\right)$.

Bài 123. Trong mặt phẳng Oxy tìm tọa độ các đỉnh của một tam giác vuông cân, biết $C(3; -1)$ và phương trình cạnh huyền $d: 3x - y + 2 = 0$.

$$\text{ĐS} : A\left(\frac{3}{5}; \frac{19}{5}\right), C\left(-\frac{9}{5}; -\frac{17}{6}\right).$$

Bài 124. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với đường cao BH : $3x + 4y + 10 = 0$, đường phân giác trong góc A là AD có phương trình $x - y + 1 = 0$, điểm $M(0; 2)$ thuộc đường thẳng AB đồng thời cách C một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

$$\text{ĐS} : A(4; 5), B\left(-3; -\frac{1}{4}\right), C(1; 1) \text{ hoặc } C\left(\frac{31}{25}; \frac{33}{25}\right).$$

Bài 125. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC cân có đáy là BC. Đỉnh A có tọa độ là các số dương, hai điểm B, C nằm trên trục Ox, phương trình cạnh AB : $3\sqrt{7}x - y - 3\sqrt{7} = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết chu vi của tam giác ABC bằng 18.

$$\text{ĐS} : A(2; 3\sqrt{7}), B(1; 0), C(3; 0).$$

Bài 126. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết phương trình chứa các cạnh AB, BC lần lượt có phương trình là: $4x + 3y - 4 = 0$, $x - y - 1 = 0$. Phân giác trong của góc A nằm trên đường thẳng $x + 2y - 6 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

$$\text{ĐS} : A(-2; 4), B(1; 0), C(5; 4).$$

Bài 127. Trong mặt phẳng Oxy biết tọa độ trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC lần lượt là $H(2; 2)$, $I(1; 2)$ và trung điểm $M\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$ của cạnh BC. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết $x_B > x_C$.

$$\text{ĐS} : A(-1; 1), B(3; 1), C(2; 4).$$

Bài 128. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC cân tại C có diện tích bằng 10, phương trình cạnh AB : $x - 2y = 0$, điểm $I(4; 2)$ là trung điểm của AB, điểm $M\left(4; \frac{9}{2}\right)$ thuộc cạnh BC. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết tung độ điểm B lớn hơn hoặc bằng 3.

$$\text{ĐS} : A(2; 1); B(6; 3); C(2; 6).$$

Bài 129. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông tại A, các đỉnh A, B thuộc đường thẳng $d : y = 2$, phương trình cạnh BC : $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $\sqrt{3}$.

$$\text{ĐS} : A(3 + \sqrt{3}; 2), B(0; 2), C(3 + \sqrt{3}; 5 + 3\sqrt{3}) \text{ hoặc } A(-3 - \sqrt{3}; 2), B(0; 2), C(-1 - 3\sqrt{3}).$$

2 Bài tập Đường tròn - Đường elip

Bài 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho ba đường thẳng $(d_1) : 2x + y - 3 = 0$, $(d_2) : 3x + 4y + 5 = 0$ và $(d_3) : 4x + 3y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc (d_1) và tiếp xúc với (d_2) và (d_3) .

$$\text{Đáp số: } (C) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = \frac{49}{25}, (C) : (x - 4)^2 + (y + 5)^2 = \frac{9}{25}$$

Bài 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(-2; 1)$, hai đường thẳng $(d_1) : x + 3y + 8 = 0$ và $(d_2) : 3x - 4y + 10 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng (d_1) , đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng (d_2)

$$\text{Đáp số: } (C) : (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

Bài 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $(d_1) : 4x - 3y + 3 = 0$ và $(d_2) : 3x - 4y - 31 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với (d_1) tại điểm có tung độ bằng 9 và tiếp xúc với (d_2) .

$$\text{Đáp số: } (C) : (x - 10)^2 + (y - 6)^2 = 25, (C) : (x + 190)^2 + (y - 156)^2 = 60025$$

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1; 1)$ và $B(3; 3)$, đường thẳng $(d) : 3x - 4y + 8 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C) qua A, B và tiếp xúc với đường thẳng (d) .

$$\text{Đáp số: } (C) : (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25, (C) : \left(x - \frac{31}{2}\right)^2 + (y + 27)^2 = \frac{4225}{4}$$

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $(d_1) : x + 2y - 3 = 0$ và $(d_2) : x + 3y - 5 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C) có bán kính bằng $\frac{2\sqrt{10}}{5}$, có tâm thuộc (d) và tiếp xúc (d_2) .

$$\text{Đáp số: } (C) : (x + 9)^2 + (y - 6)^2 = \frac{8}{5}, (C) : (x - 7)^2 + (y + 2)^2 = \frac{8}{5}$$

Bài 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}x - 4 = 0$. Tia Oy cắt (C) tại A . Lập phương trình đường tròn (C') , bán kính $R' = 2$ và tiếp xúc ngoài với (C) tại A .

$$\text{Đáp số: } (C') : (x - \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 4$$

Bài 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C') đối xứng với (C) qua điểm $M\left(\frac{4}{5}; \frac{2}{5}\right)$

$$\text{Đáp số: } (C') : \left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{6}{5}\right)^2 = 9.$$

Bài 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C') tâm $M(5;1)$ biết (C') cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

Đáp số: $(C') : (x-5)^2 + (y-1)^2 = 43, (C') : (x-5)^2 + (y-1)^2 = 13$.

Bài 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và điểm $K(3;4)$. Lập phương trình đường tròn (T) có tâm K , cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất, với I là tâm đường tròn (C) .

Đáp số: $(C) : (T) : (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4, (T) : (x-3)^2 + (y-4)^2 = 20$

Bài 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-2;3), B\left(\frac{1}{4};0\right)$ và $C(2;0)$. Lập phương trình đường tròn (C) nội tiếp tam giác ABC .

Đáp số: $(C) : \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

Bài 11. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $(d_1) : 4x - 3y - 12 = 0$ và $(d_2) : 4x + 3y - 12 = 0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có 3 cạnh nằm trên $(d_1), (d_2)$ và trục Oy .

Đáp số: $I\left(\frac{4}{3};0\right), R = \frac{4}{3}$

Bài 12. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $(d) : x - y - 1 = 0$ và hai đường tròn có phương trình $(C_1) : (x-3)^2 + (y+4)^2 = 8, (C_2) : (x+5)^2 + (y-4)^2 = 32$. Lập phương trình đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng (d) và tiếp xúc ngoài với (C_1) và (C_2) .

Đáp số: $(C) : x^2 + (y+1)^2 = 2$

Bài 13. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y-1)^2 = 10$ và đường thẳng $(d) : 2x - y - 2 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) , biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng (d) một góc 45° .

Đáp số: có 4 tiếp tuyến cần tìm là $3x + y + 6 = 0, 3x + y - 14 = 0, x - 3y - 8 = 0, x - 3y + 12 = 0$

Bài 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0,$
 $(C_2) : x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) .

Đáp số: có 3 tiếp tuyến chung $x = 3, y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x + \frac{4+7\sqrt{2}}{4}, y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + \frac{4-7\sqrt{2}}{4}$

Bài 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1) : (x-1)^2 + y^2 = \frac{1}{2}$, $(C_2) : (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Viết phương trình đường thẳng (d) tiếp xúc với (C_1) và cắt (C_2) tại hai điểm M, N sao cho $MN = 2\sqrt{2}$.

Đáp số: $(d) : x + y - 2 = 0, (d) : x + 7y - 6 = 0, (d) : x - y - 2 = 0, (d) : 7x - y - 2 = 0$.

Bài 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ và đường thẳng $(d) : x + 2y - 12 = 0$. Tìm M trên (d) sao cho từ M vẽ được với (C) hai tiếp tuyến lập với nhau một góc 60° .

Đáp số: $M(6;3), M\left(\frac{6}{5}; \frac{27}{5}\right)$.

Bài 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $(d) : x + y + m = 0$. Tìm m để trên (d) có duy nhất một điểm A mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến AB, AC tới (C) (B, C là tiếp điểm) sao cho tam giác ABC vuông.

Đáp số: $m \in \{-5; 7\}$

Bài 18. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $(d) : 3x - 4y + m = 0$. Tìm m để trên (d) có duy nhất một điểm A mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến AB, AC tới (C) (B, C là tiếp điểm) sao cho tam giác ABC đều.

Đáp số: $m \in \{-41; 9\}$

Bài 19. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 - 18x - 6y + 65 = 0$ và $(C_2) : x^2 + y^2 = 9$. Từ điểm M thuộc (C_1) kẻ hai tiếp tuyến với (C_2) , gọi A, B là các tiếp điểm. Tìm tọa độ M , biết độ dài đoạn AB bằng 4,8.

Đáp số: $M(4;3), M(5;0)$

Bài 20. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y+1)^2 = 25$ và điểm $M(7;3)$. Lập phương trình đường thẳng (d) qua M cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt sao cho $MA = 3MB$

Đáp số: $(d) : y - 3 = 0, (d) : 12x - 5y - 69 = 0$.

Bài 21. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Gọi A, B là các điểm trên (E) sao cho $AF_1 + AF_2 = 8$, với F_1, F_2 là các tiêu điểm. Tính $AF_2 + BF_1$.

Đáp số: $AF_2 + BF_1 = 12$

Bài 22. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình elip (E) với các tiêu điểm $F_1(-1;1), F_2(5;1)$ và tâm sai $e = 0,6$.

$$\text{Đáp số: } (E) : \frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$$

Bài 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $C(2;0)$ và elip $(E) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E) , biết rằng A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

$$\text{Đáp số: } A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$$

Bài 24. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$. Tìm $M \in (E)$ sao cho $\widehat{F_1MF_2} = 120^\circ$ (với F_1, F_2 là hai tiêu điểm)

$$\text{Đáp số: } M_1(0;5), M_2(0;-5)$$

Bài 25. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip (E) có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0), F_2(\sqrt{3};0)$ và đi qua điểm $A\left(\sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$. Lập phương trình chính tắc của (E) và với mọi điểm M trên elip, hãy tính giá trị biểu thức $P = F_1M^2 + F_2M^2 - 3OM^2 - F_1M \cdot F_2M$

$$\text{Đáp số: } (E) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1, P = 1$$

Bài 26. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : 4x^2 + 16y^2 = 64$. Gọi F_2 là tiêu điểm bên phải của (E) , M là điểm bất kì trên (E) . Chứng minh rằng tỉ số khoảng cách từ M tới F_2 và tới đường thẳng $\Delta : x = \frac{8}{\sqrt{3}}$ có giá trị không đổi.

$$\text{Đáp số: } \frac{MF_2}{d(M; \Delta)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Bài 27. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : 5x^2 + 16y^2 = 80$ và hai điểm $A(-5;-1), B(-1;1)$. Một điểm M di động trên (E) . Tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác MAB .

$$\text{Đáp số: } S_{\max} = 9 \text{ khi } M\left(\frac{8}{3}; -\frac{5}{3}\right)$$

Bài 28. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và hai điểm $A(3;-2), B(-3;2)$. Tìm trên (E) điểm (C) có hoành độ và tung độ dương sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

$$\text{Đáp số: } M\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2}\right)$$

Bài 29. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ và điểm $M(1;1)$. Viết phương trình đường thẳng qua M và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm của AB .

Đáp số: $9x + 25y - 34 = 0$

Bài 30. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$. Tìm M trên (E) sao cho M có tọa độ nguyên.

Đáp số: $(2; 1), (2; -1), (-2; 1), (-2; -1)$

Bài 31. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$. Tìm $M \in (E)$ sao cho tổng hai tọa độ của M có giá trị lớn nhất.

Đáp số: $M\left(\frac{4\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right)$

Bài 32. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và các đường thẳng $(d_1) : mx - ny = 0, (d_2) : nx + my = 0$, với $m^2 + n^2 \neq 0$. Gọi M, N là các giao điểm của (d_1) với (E) , P, Q là các giao điểm của (d_2) với (E) . Tìm điều kiện đối với m, n để diện tích tứ giác $MPNQ$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Đáp số: $m = \pm n$

Bài 33. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $(d) : 3x + 4y - 12 = 0$. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm $C \in (E)$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 6.

Đáp số: $C_1\left(2\sqrt{2}; -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right), C_2\left(-2\sqrt{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

Bài 34. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$ và $A(3; 0)$. Tìm tọa độ các điểm $B, C \in (E)$ sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

Đáp số: $B\left(\frac{12}{5}; \frac{3}{5}\right), C\left(\frac{12}{5}; -\frac{3}{5}\right)$ hoặc $B\left(\frac{12}{5}; -\frac{3}{5}\right), C\left(\frac{12}{5}; \frac{3}{5}\right)$

Bài 35. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$. M và N là hai điểm trên (E) sao cho tam giác OMN vuông tại O (O là gốc tọa độ). Gọi H là hình chiếu của O trên MN . Tìm quỹ tích H .

Đáp số: $x_H^2 + y_H^2 = \frac{100}{29}$

Bài 36. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) , biết (E) có độ dài trục lớn bằng 8 và (E) cắt (C) tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của hình vuông.

$$\text{Đáp số: (E): } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$$

Bài 37. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh A, B, C, D . Biết A thuộc Ox .

$$\text{Đáp số: (E): } \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$$

Bài 38. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) , có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

$$\text{Đáp số: } A\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), B\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ hoặc } A\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right), B\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Bài 39. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; \sqrt{3})$ và elip $(E): \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$. Gọi F_1 và F_2 là các tiêu điểm (E) (F_1 có hoành độ âm); M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E) ; N là điểm đối xứng của F_2 qua M . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2 .

$$\text{Đáp số: } (x-1)^2 + \left(y - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}.$$

Bài 40. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. Tìm điểm $M \in (E)$ sao cho M nhìn đoạn nối hai tiêu điểm dưới góc 60°

$$\text{Đáp số: } M\left(\frac{\sqrt{21}}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{6}\right); M\left(-\frac{\sqrt{21}}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{6}\right); M\left(-\frac{\sqrt{21}}{2}; -\frac{5\sqrt{3}}{6}\right); M\left(\frac{\sqrt{21}}{2}; -\frac{5\sqrt{3}}{6}\right)$$

Bài 41. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $(d): x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng (d) mà qua M kẻ được 2 tiếp tuyến tiếp xúc với (C) tại A và B sao cho $\widehat{AMB} = 60^\circ$.

ĐS:

Bài 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$, $(C'): x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$ cùng đi qua $M(1; 0)$. Viết phương trình đường thẳng qua M cắt hai đường tròn (C) , (C') lần lượt tại A, B sao cho $MA = 2MB$.

$$\text{ĐS: } 6x + 1y - 6 = 0$$

Bài 43. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$. Tìm M thuộc trục tung sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến của (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60° .

ĐS:

Bài 44. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn hai đường $(C) : x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$, $(C') : x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$ cùng đi qua $M(1;0)$. Viết phương trình đường thẳng qua M cắt hai đường tròn (C) , (C') lần lượt tại A, B sao cho $MA = 2MB$.

ĐS :

Bài 45. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d : 3x + y - 2 = 0$ và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.

ĐS :

Bài 46. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 = 1$, đường thẳng $(d) : x + y + m = 0$. Tìm m để (C) cắt (d) tại A và B sao cho diện tích tam giác ABO lớn nhất.

ĐS :

Bài 47. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y - 1 = 0$ và đường thẳng $d : x + y + 1 = 0$. Tìm những điểm M thuộc đường thẳng d sao cho từ điểm M kẻ được đến (C) hai tiếp tuyến hợp với nhau góc 90°

ĐS :

Bài 48. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}x - 4 = 0$. Tia Oy cắt (C) tại A . Lập phương trình đường tròn (C') , bán kính $R' = 2$ và tiếp xúc ngoài với (C) tại A .

ĐS :

Bài 49. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') tâm $M(5,1)$ biết (C') cắt (C) tại các điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

ĐS :

Bài 50. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $d : x + y + m = 0$. Tìm m để trên đường thẳng d có duy nhất một điểm A mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (C) (B, C là hai tiếp điểm) sao cho tam giác ABC vuông.

ĐS :

Bài 51. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ và đường thẳng d có phương trình $x + y + m = 0$. Tìm m để trên đường thẳng d có duy nhất một điểm A mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (C) (B, C là hai tiếp điểm) sao cho tam giác ABC vuông.

ĐS :

Bài 52. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d : x - 2y + 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm $I(3;1)$ chắn trên đường thẳng d một dây cung có độ dài bằng 4.

ĐS : $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Bài 53. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(2;3), B(-1;1)$ và đường thẳng $\Delta : x - 3y - 11 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên Δ và qua hai điểm A, B .

ĐS : $x^2 + y^2 - 7x + 5y - 14 = 0$.

Bài 54. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(0;5), B(2;3)$. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và có bán kính $R = \sqrt{10}$.

$$\text{ĐS : } (x+1)^2 + (y-2)^2 = 10 \text{ hoặc } (x-3)^2 + (y-6)^2 = 10.$$

Bài 55. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta : x + y - 5 = 0$ và đường thẳng $d : 3x + y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng Δ có bán kính bằng 10 đồng thời tiếp xúc với đường thẳng d .

$$\text{ĐS : } (x-4)^2 + (y-1)^2 = 10 \text{ hoặc } (x+6)^2 + (y-11)^2 = 10.$$

Bài 56. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta : 2x + y = 0$ và đường thẳng $d : x - 7y + 10 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng Δ và tiếp xúc với d tại $A(4;2)$.

$$\text{ĐS : } (x-6)^2 + (y+12)^2 = 200.$$

Bài 57. Trong mặt phẳng Oxy cho ba đường thẳng $d_1 : 2x + y - 3 = 0, d_2 : 3x + 4y + 5 = 0, d_3 : 4x + 3y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc d_1 và tiếp xúc với d_2, d_3 .

$$\text{ĐS : } (x-10)^2 + y^2 = 49 \text{ hoặc } \left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2.$$

Bài 58. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d : x - 7y + 10 = 0$ và đường tròn $(C') : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) qua $A(1; -2)$ và các giao điểm của (C') và d .

$$\text{ĐS : } x^2 + y^2 - 2x + 4y - 10 = 0.$$

Bài 59. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$, $A(2; -3), B(3; -2)$, trọng tâm G của tam giác ABC nằm trên đường thẳng $d : 3x - y - 8 = 0$. Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B, C .

$$\text{ĐS : } x^2 + y^2 - \frac{11}{3}x + \frac{11}{3}y + \frac{16}{3} = 0 \text{ hoặc } x^2 + y^2 - \frac{91}{3}x + \frac{91}{3}y + \frac{416}{3} = 0.$$

Bài 60. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 12x - 4y + 36 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C_1) tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy đồng thời tiếp xúc ngoài với đường tròn (C) .

$$\text{ĐS : } (x-18)^2 + (y-18)^2 = 324, (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4, (x-6)^2 + (y+6)^2 = 36.$$

Bài 61. Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm $A(-1;7), B(4;-3), C(-4;-1)$. Hãy viết phương trình đường tròn (C) nội tiếp tam giác ABC .

$$\text{ĐS : } (x+1)^2 + (y-2)^2 = 5.$$

Bài 62. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và cắt (C) theo một dây cung có độ dài bằng 8.

$$\text{ĐS : } y = 0 \text{ hoặc } 3x - 4y = 0.$$

Bài 63. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ và điểm $A(3;0)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm M, N sao cho MN có độ dài nhỏ nhất.

$$\text{ĐS : } x + 2y - 3 = 0.$$

Bài 64. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ và điểm $A(3;0)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm M, N sao cho MN có độ dài lớn nhất.

$$\text{ĐS : } 2x - y - 6 = 0.$$

Bài 65. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ có tâm I và điểm $M(-1;-3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất.

$$\text{ĐS : } x + y + 4 = 0 \text{ hoặc } 7x + y + 10 = 0.$$

Bài 66. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến với (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60° .

$$\text{ĐS : } M(0; -\sqrt{7}) \text{ hoặc } M(0; \sqrt{7}).$$

Bài 67. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ và đường thẳng $d : x + 2y - 12 = 0$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến với (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60° .

$$\text{ĐS : } M(6;3), M\left(\frac{6}{5}; \frac{27}{5}\right).$$

Bài 68. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 18x - 6y + 65 = 0$ và $(C') : x^2 + y^2 = 9$. Từ điểm M thuộc đường tròn (C) kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn (C') , gọi A, B là hai tiếp điểm. Tìm tọa độ điểm M , biết độ dài AB bằng $\frac{9}{5}$.

$$\text{ĐS : } M(4;3) \text{ hoặc } M(5;0).$$

Bài 69. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : (x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$ và đường thẳng $\Delta : 3x - 4y + 10 = 0$. Lập phương trình đường thẳng d biết d vuông góc với Δ và d cắt (C) tại A, B sao cho $AB = 6$.

$$\text{ĐS : } 4x + 3y + 27 = 0 \text{ hoặc } 4x + 3y - 13 = 0.$$

Bài 70. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 = 13$ và $(C_2) : (x-6)^2 + y^2 = 25$. Gọi A là giao điểm của (C_1) và (C_2) với $y_A > 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A cắt $(C_1), (C_2)$ theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

$$\text{ĐS : } x - 2 = 0 \text{ hoặc } x - 3y + 7 = 0.$$

Bài 71. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d : x - 5y - 2 = 0$ và đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$. Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường tròn (C) và đường thẳng d biết A có hoành độ dương. Tìm tọa độ điểm C thuộc đường tròn (C) sao cho tam giác ABC vuông ở B .

$$\text{ĐS : } C(-4;4).$$

Bài 72. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$ và $A(0; -1)$. Tìm tọa độ B, C thuộc đường tròn (C) sao cho tam giác ABC đều.

$$\text{ĐS : } B\left(\frac{7+\sqrt{3}}{2}; \frac{3-3\sqrt{3}}{2}\right), C\left(\frac{7-\sqrt{3}}{2}; \frac{3+3\sqrt{3}}{2}\right).$$

Bài 73. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : (x-3)^2 + (y-4)^2 = 35$ và điểm $A(5; 5)$. Tìm trên (C) hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

$$\text{ĐS : } B\left(\frac{7+3\sqrt{13}}{2}; \frac{11-\sqrt{13}}{2}\right), C\left(\frac{9+\sqrt{13}}{2}; \frac{7+3\sqrt{13}}{2}\right) \text{ hoặc } B\left(\frac{7-3\sqrt{13}}{2}; \frac{11+\sqrt{13}}{2}\right), C\left(\frac{9-\sqrt{13}}{2}; \frac{7-3\sqrt{13}}{2}\right).$$

Bài 74. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 = 4$ và điểm $A\left(1; \frac{-8}{3}\right), B(3; 0)$. Tìm M thuộc (C) sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $\frac{20}{3}$.

$$\text{ĐS : } M(-2; 0) \text{ hoặc } M\left(-\frac{14}{25}; \frac{48}{75}\right).$$

Bài 75. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và đường thẳng $d : x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên d sao cho đường tròn tâm M có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn (C) và tiếp xúc ngoài với đường tròn (C) .

$$\text{ĐS : } M(1; 4), M(-2; 1).$$

Bài 76. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $d : 3x - 4y + m = 0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là hai tiếp điểm) sao cho tam giác ABC đều.

$$\text{ĐS : } m = 19, m = -41.$$

Bài 77. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + y^2 = 1$ có tâm I . Xác định tọa độ điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho $\widehat{IMO} = 30^\circ$.

$$\text{ĐS : } M\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ hoặc } M\left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Bài 78. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(2; 0)$ và $B(6; 4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại A và khoảng cách từ tâm của (C) đến điểm B bằng 5.

$$\text{ĐS : } (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ hoặc } (x-2)^2 + (y-7)^2 = 49.$$

Bài 79. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm $M(-3; 1)$. Gọi A, B là hai tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) . Viết phương trình đường thẳng AB .

$$\text{ĐS : } AB : 2x + y - 3 = 0.$$

Bài 80. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : (x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\Delta_1 : x - y = 0, \Delta_2 : x - 7y = 0$. Xác định tọa độ tâm K của đường tròn (C_1) biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với đường thẳng Δ_1, Δ_2 và tâm K thuộc đường tròn (C) .

$$\text{ĐS : } K\left(\frac{8}{5}; \frac{4}{5}\right), R = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

Bài 81. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và đường thẳng $d : x - y - 1 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua d .

$$\text{ĐS : } (x-2)^2 + y^2 = 4.$$

Bài 82. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(0;2), B(-2;-2), C(4;-2)$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ B , M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC . Viết phương trình đường tròn đi qua điểm H, M, N .

$$\text{ĐS : } x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0.$$

Bài 83. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng $\Delta : x + my - 2m + 3 = 0$ với m là tham số thực. Gọi I là tâm đường tròn (C) . Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

$$\text{ĐS : } m = 0, m = \frac{8}{15}.$$

Bài 84. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $d_1 : \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2 : \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B . Viết phương trình đường tròn (C) biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

$$\text{ĐS : } \left(x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y + \frac{2}{2}\right)^2 = 1.$$

Bài 85. Trong mặt phẳng Oxy cho các đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 = 4, (C_2) : x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$ và đường thẳng $d : x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc (C_2) , tiếp xúc với d cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB vuông góc với d .

$$\text{ĐS : } (x-3)^2 + (y-3)^2 = 8.$$

Bài 86. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d : 2x - y + 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc d , cắt Ox tại A, B , cắt Oy tại C, D sao cho $AB = CD = 2$.

$$\text{ĐS : } (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2 \text{ hoặc } (x+3)^2 + (y+3)^2 = 10.$$