Geometry Mathley

Round 2-2011

Vietnamese

1 Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R và M là một điểm nằm ngoài tam giác ABC. Ký hiệu S_a, S_b, S_c tương ứng là diện tích các tam giác MBC, MCA, MAB. Giả sử rằng $S_bS_c = S_aS_b + S_aS_c$, chứng minh rằng $OM \geq R$.

Nguyễn Tiến Lâm
Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN

2 Cho tam giác ABC không cân. Đường tròn (O) đi qua B, C lần lượt cắt các đoạn BA, CA tại điểm thứ hai F, E. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE cắt đường thẳng CF tại M, N sao cho M nằm giữa C và F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACF cắt đường thẳng BE tại P, Q sao cho P nằm giữa B và E. Đường thẳng qua N vuông góc AN cắt BE tại R. Đường thẳng qua Q vuông góc AQ cắt CF tại S. Gọi U là giao điểm của SP và NR, còn V là giao điểm của RM với QS. Chứng minh rằng ba đường thẳng NQ, UV và RS đồng quy.

Trần Quang Hùng
Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN

3 Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) với trực tâm H. Một đường thẳng bất kì đi qua H cắt đường tròn (O) tại hai điểm P và Q. Qua P, Q lần lượt kẻ các đường vuông góc với AP, AQ, các đường này cắt đường thẳng BC lần lượt tại hai điểm M, N. Chứng minh rằng đường thẳng qua P và vuông góc với OM và đường thẳng qua Q và vuông góc với ON cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O).

Nguyễn Văn Linh
Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN

4 Cho tam giác ABC, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đó. Các đường phân giác AD, BE, CF đồng quy tại I. Các điểm M, N, P theo thứ tự thuộc EF, FD, DE sao cho IM, IN, IP theo thứ tự vuông góc với BC, CA, AB. Chứng minh rằng AM, BN, CP đồng quy tại một điểm thuộc OI.

Nguyễn Minh Hà
Đại học Sư phạm Hà Nội, ĐHQGHN

English

1 Let ABC be an equilateral triangle with circumcircle of center O and radius R. Point M is exterior to the triangle such that $S_bS_c = S_aS_b + S_aS_c$, where S_a, S_b, S_c are the areas of triangles MBC, MCA, MAB respectively. Prove that $OM \geq R$.

Nguyễn Tiến Lâm
Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN

2 Let ABC be a scalene triangle. A circle (O) passes through B, C, intersecting the line segments BA, CA at F, E respectively. The circumcircle of triangle ABE meets the line CF at two points M, N such that M is between C and F. The circumcircle of triangle ACF meets the line BE at two points P, Q such that P is betweeen B and E. The line through N perpendicular to AN meets BE at R; the line through Q perpendicular to AQ meets CF at S. Let U be the intersection of SP and NR, V be the intersection of RM and QS. Prove that three lines NQ, UV and RS are concurrent.

Trần Quang Hùng
Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN

3 Let ABC be a triagle inscribed in a circle (O). A variable line through the orthocenter H of the triangle meets the circle (O) at two points P, Q. Two lines through P, Q that are perpendicular to AP, AQ respectively meet BC at M, N respectively. Prove that the line through P perpendicular to OM and the line through Q perpendicular to ON meet each other at a point on the circle (O).

Nguyễn Văn Linh
Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN

4 Let ABC be a triangle inscribed in a circle of radius O. The angle bisectors AD, BE, CF are concurrent at I. The points M, N, P are respectively on EF, FD, and DE such that IM, IN, IP are perpendicular to BC, CA, AB respectively. Prove that the three lines AM, BN, CP are concurrent at a point on OI.

Nguyễn Minh Hà
Đại học Sư phạm Hà Nội, ĐHQGHN