

Bài 1.

Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} + \frac{1}{1+c^2}.$$

Bài 2.

Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_0 > 1$; $u_{n+1} = \frac{u_n + 1 + \sqrt{2(u_n^2 + 1)}}{u_n - 1}$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Tìm $\lim u_n$.

Bài 3.

Cho hai đường tròn (O_1) , (O_2) có bán kính khác nhau và có hai tiếp tuyến chung trong Δ_1 , Δ_2 cắt nhau tại I. Một tiếp tuyến chung ngoài Δ_3 tiếp xúc với (O_1) , (O_2) lần lượt tại M và N. Đường tròn (O_3) nằm trong phần mặt phẳng giới hạn bởi Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 và tiếp xúc với ba đường thẳng này theo thứ tự tại P, Q, R. Biết rằng bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn (C).

1) Chứng minh rằng tâm của đường tròn (C) nằm trên đường tròn đi qua ba giao điểm của Δ_1 , Δ_2 và Δ_3 .

2) Chứng minh $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

Bài 4.

Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn $x < y$ và $x^y - (y+1)^x = x + 2y + 1$.

Bài 5.

Tìm số nguyên dương n lớn nhất thỏa mãn tồn tại n tập hợp $A_1, A_2, \dots, A_n$, mỗi tập gồm 5 phần tử sao cho hai tập bất kì có đúng một phần tử chung và hợp của tất cả các tập có n phần tử.

———— Hết ————