SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
*****
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
Năm học 2000 - 2001
MÔN THI : TOÁN
(Thời gian làm bài 180 phút)
****

Đỗ Bá Chủ tặng www.mathvn.com

Bài 1 : (4 điểm)

Tìm tất cả giá trị của tham số a để phương trình :

$$x^3 - 3x^2 - a = 0$$

có ba nghiệm phân biệt , trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1 .

Bài 2 : (6 điểm)

Trên mặt phẳng toạ độ cho các đường thẳng có phương trình :

$x\sin t + y\cos t + \cos t + 2 = 0$, trong đó t là tham số .

1, Chứng minh rằng khi t thay đổi , các đường thẳng này luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định .

2, Gọi (x_0 ; y_0) là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} x\sin t + y\cos t + \cos t + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

Chứng minh rằng : $x_0^2 + y_0^2 \le 9$

Bài 3 : (3 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số :

$$y = \frac{2\cos^2 x + |\cos x| + 1}{|\cos x| + 1}$$

Bài 4 : (4 điểm)

Trên mặt phẳng toạ độ cho hai đường thẳng d_1 , d_2 có phương trình :

(d_1) : $4x + 3y + 5 = 0$

(d_2) : $3x - 4y - 5 = 0$

Hãy viết phương trình đường tròn tiếp xúc với hai đường thẳng trên và có tâm nằm trên đường thẳng d có phương trình : $x - 6y - 8 = 0$

Bài 5 : (3 điểm)

Chứng minh bất đẳng thức sau đúng với mọi $x > 0$.

$$e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
*****
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
Năm học 2001 - 2002
MÔN THI : TOÁN
(Thời gian làm bài 180 phút)
****

Đỗ Bá Chủ tặng www.mathvn.com

Bài 1 : (6 điểm)

Cho hàm số: $y=\dfrac{-2x^2+(m+2)x+m}{2x-m}$

1 ,Tìm các điểm cố định của đồ thị hàm số khi m thay đổi .

2 , Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số .

3 , Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho có cực đại , cực tiểu

Bài 2 : (4 điểm)

1 , Tìm m để :

$9x^2+20y^2+4z^2-12xy+6xz+mzy\ge 0$ với mọi số thực x , y , z.

2 , Chứng minh rằng nếu các số a , b , c khác 0 và m > 0 thoả mãn hệ thức :

$$\frac{a}{m+2}+\frac{b}{m+1}+\frac{c}{m}=0$$

thì phương trình $ax^2+bx+c=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng (0 ; 1)

Bài 3 : (4 điểm)

1, Với giá trị nào của a thì hàm số :

$$y=\sqrt{\cos^6 x+\sin^6 x+a\sin x\cos x}$$

xác định với mọi giá trị của x .

2, Tìm dạng của tam giác ABC thoả mãn :

$$\begin{cases}\cot gA-\cot gB=A-B\\ 1000A+1001B=2\pi\end{cases}$$

Bài 4 : (4 điểm)

Cho tam giác ABC , gọi d_1 , d_2 , d_3 là khoảng cách từ một điểm M nằm phía trong tam giác đến các cạnh của tam giác .

1 , Chứng minh bất đẳng thức : $d_1d_2d_3\le\dfrac{8S^3}{27abc}$, trong đó S là diện tích tam giác ABC ; a , b , c là độ dài các cạnh tam giác .

2 , Lập bất đẳng thức tương tự cho tứ diện trong không gian.

Bài 5 : (2 điểm)

Cho đường tròn tâm O , đường kính AB = 2R . Qua điểm M thuộc đường tròn , kẻ đường thẳng MH vuông góc với AB (H thuộc AB) . Điểm I thuộc đường thẳng MH thoả mãn : IM = 2IH . Tìm tập hợp các điểm I khi M di chuyển trên đường tròn

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
*****
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
Năm học 2002 - 2003

MÔN THI : TOÁN

(Thời gian làm bài 180 phút)
****

Đỗ Bá Chủ tặng www.mathvn.com

Bài 1 : (3 điểm)

Cho hàm số $y = \begin{cases} e^x & \text{với } x \geq 0 \\ x^2 + x + 1 & \text{với } x < 0 \end{cases}$

Tính đạo hàm của hàm số tại điểm x = 0

Bài 2 : (2 điểm)

Lập bảng biến thiên của hàm số sau :

$$y = x^n(2 - x)^2 \quad \text{với n nguyên dương .}$$

Bài 3 : (2 điểm)

Tìm a để hàm số sau chỉ có cực tiểu mà không có cực đại :

$$y = x^4 + 4ax^3 + 3(a+1)x^2 + 1$$

Bài 4 : (3 điểm)

Cho phương trình : $x^3 + mx^2 - 1 = 0$ (1)

1, Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có một nghiệm dương .
2, Xác định m để phương trình (1) có một nghiệm duy nhất .

Bài 5 : (6 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm A(a ; 0) , B(0 ; a) (với a > 0)và đường tròn (ξ) có phương trình :

$$x^2 + y^2 - 2ax - m\sqrt{2}y + a^2 = 0 \quad (\text{ m là tham số })$$

1 , Chứng minh rằng đường tròn (ξ) tiếp xúc với Ox tại A . Tìm giao điểm thứ hai P của đường tròn (ξ) và đường thẳng AB.

2 , Lập phương trình đường tròn (ξ') đi qua P và tiếp xúc Oy tại B.

3 , Hai đường tròn (ξ) và (ξ') cắt nhau tại P và Q . Chứng minh rằng khi m thay đổi đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định .

Bài 6 : (2 điểm)

Lập phương trình đường phân giác của góc tạo bởi 2 đường thẳng :

$x + y - 3 = 0$, $7x - y + 4 = 0$ có chứa điểm $M_0(-1 ; 5)$

Bài 7 : (2 điểm)

Cho các số thực $x_1, x_2, \ldots, x_{2002}, y_1, y_2, \ldots, y_{2000}$ thoả mãn các điều kiện sau :

1) $e \leq x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_{2002} < y_1 \leq y_2 \leq \ldots \leq y_{2000}$

2) $x_1 + x_2 + \ldots + x_{2002} \geq y_1 + y_2 + \ldots + y_{2000}$

Chứng minh : $x_1 x_2 \ldots x_{2002} > y_1 y_2 \ldots y_{2000}$

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
*****
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
Năm học 2003 - 2004

MÔN THI : TOÁN

(Thời gian làm bài 180 phút)
****

Đỗ Bá Chủ tặng www.mathvn.com

Bài 1 : (5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + x - 1$

1 , Chứng minh rằng hàm số có 3 cực trị .

2 , Cho tam giác có toạ độ đỉnh là toạ độ các điểm cực trị trên , tìm toạ độ trọng tâm tam giác.

Bài 2 : (4 điểm)

1 , Tìm tập hợp các điểm M sao cho từ đó có thể kẻ được 2 tiếp tuyến với parabol $y = 4x - x^2$ và hai tiếp tuyến đó vuông góc nhau.

2 , Tính diện tích tam giác có đỉnh là điểm $M(\frac{5}{2};\frac{17}{4})$ và các tiếp điểm của các tiếp tuyến đó đi qua điểm M.

Bài 3 : (5 điểm)

1, Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^3 - 3x = y^3 - 3y \\ x^6 + y^6 = 1 \end{cases}$$

2, Giải và biện luận phương trình ;

$$3^{x^2+2ax+2} - 3^{2x^2+4ax+a+2} = x^2 + 2ax + a$$

Bài 4 : (4 điểm)

Cho họ đường cong (C_m) có phương trình :

$$\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{m^2 - 16} = 1$$

trong đó m là tham số , $m \neq 0, m \neq \pm 4$.

1 , Tuỳ theo giá trị của m , xác định tên gọi của đường cong đó .

2 , Giả sử A là một điểm tuỳ ý trên đường thẳng x = 1 và A không thuộc trục hoành. Chứng minh rằng với mỗi điểm A luôn có 4 đường cong họ (C_m) đi qua A .

3 , Khi m = 5 hãy tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong trên.

Bài 5 : (2 điểm)

Chứng minh rằng trong tam giác ABC luôn có :

$$\cot gA + \cot gB + \cot gC + 3\sqrt{3} \leq 2\left(\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}\right)$$

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
*****
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
Năm học 2004 - 2005

MÔN THI : TOÁN

(Thời gian làm bài 180 phút)
****

Đỗ Bá Chủ tặng www.mathvn.com

Bài 1 : (5 điểm)

Cho đường cong (C_m) có phương trình :

$$y = (m+1)x^3 - 3(m+1)x^2 - (6m-1)x - 2m$$

1 , Chứng minh rằng (C_m) luôn đi qua ba điểm cố định thẳng hàng khi m thay đổi .

2 , Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng toạ độ để (C_m) không đi qua với mọi m .

Bài 2 : (3 điểm)

Xác định dạng của tam giác ABC nếu :

$$\frac{a\cos A + b\cos B + c\cos C}{a\sin A + b\sin B + c\sin C} = \frac{a+b+c}{9R}$$

Bài 3 : (4 điểm)

Cho parabol $y = x^2 - 2x$ và elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$

1, Chứng minh rằng parabol và elip luôn có bốn giao điểm có hoành độ x_1 , x_2 , , x_3 ,x_4 thoả mãn $-1 < x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3 < 2 < x_4 < 3$

2, Viết phương trình đường tròn đi qua 4 giao điểm trên .

Bài 4 : (6 điểm)

1, Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 2z+1 = x^3 + x^2 + x \\ 2y+1 = z^3 + z^2 + z \\ 2x+1 = y^3 + y^2 + y \end{cases}$

2 , Giải phương trình : $\left(\frac{1+a^2}{2a}\right)^x - \left(\frac{1-a^2}{2a}\right)^x = 1$ với $0 < a < 1$

Bài 5 : (2điểm)

Cho hàm số f(x) liên tục trên đoạn $[0;1]$ thoả mãn điều kiện f(0) = f(1) .

Chứng minh rằng phương trình :

$$f(x) = f(x + \frac{1}{2004})$$

luôn có nghiệm thuộc $[0;1]$

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
*****
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
Năm học 2005 - 2006

MÔN THI : TOÁN

(Thời gian làm bài 180 phút)
****

Đỗ Bá Chủ tặng www.mathvn.com

Bài 1 : (5 điểm)

Cho hàm số : $y = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 3x + a}{x}$

1 , Tìm a để đồ thị hàm số trên có ba điểm cực trị .

2 , Chứng minh rằng các điểm cực trị này luôn nằm trên một parabol cố định khi a thay đổi

Bài 2 : (4 điểm)

Cho hai phương trình :

$$x^2 + x + 2m - 1 = 0 \qquad (1)$$

$$x^2 + 2x + 2m + 1 = 0 \qquad (2)$$

1 , Tìm m để hai phương trình có nghiệm chung .

2 , Tìm m để một trong hai nghiệm của phương trình này nằm trong khoảng hai nghiệm của phương trình kia và ngược lại .

Bài 3 : (5 điểm)

Giải các phương trình :

1) $\sqrt{5\sin x + \cos 2x} + 2\cos x = 0$

2) $2007^x - 2006^x = 2005^x - 2004^x$

Bài 4 : (4 điểm)

Trên mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường tròn có phương trình : $x^2 + y^2 = 1$

1 , Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn tại điểm M , biết tia OM hợp với chiều dương trục Ox một góc a.

2 , Giả sử khi a thay đổi từ 0 đến $\dfrac{\pi}{4}$, tiếp tuyến trên thay đổi theo và quýet được một miền trên mặt phẳng toạ độ . Tính phần diện tích giới hạn bởi miền đó và đường thẳng y = 0 .

Bài 5 : (2điểm)

Tìm các giá trị của m để hệ sau có nghiệm :

$$\begin{cases} x^2 + 2xy - 7y^2 \ge \dfrac{1-m}{1+m} \\ 3x^2 + 10xy - 5y^2 \le 2 \end{cases}$$

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
*****
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
Năm học 2006 - 2007

MÔN THI : TOÁN

(Thời gian làm bài 180 phút)
****

Đỗ Bá Chủ tặng www.mathvn.com

Bài 1 : (5 điểm)

Cho hàm số : $y = \dfrac{x^2 - 2x + m}{x - 2}$ (C_m) với $m \neq 0$.

1 , Tìm m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A , B sao cho các tiếp tuyến với đồ thị tại A , B vuông góc nhau .

2 , Tìm m để tam giác tạo bởi một tiếp tuyến bất kì của đồ thị (C_m) với hai tiệm cận có diện tích bằng 1 .

Bài 2 : (4 điểm)

1 , Giải phương trình :

$$2^{\cos 2x - 1} + \frac{1}{2} = \cos 2x + \frac{1}{2}\log_2(3\cos 2x - 1)$$

2 , Tìm giá trị nhỏ nhất của a để hệ sau có nghiệm :

$$\begin{cases} x^2 + 4xy^2 + 12y^4 \geq 72 \\ 3x^2 + 20xy^2 + 80y^4 = a \end{cases}$$

Bài 3 : (3 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC . Đường phân giác trong AD ($D \in BC$), đường cao CH ($H \in AB$) lần lượt có phương trình : x – y = 0 , 2x + y + 3 = 0 .

Cạnh AC đi qua điểm M(0 ; -1) và AB = 2AM . Hãy viết phương trình các cạnh của tam giác ABC .

Bài 4 : (2 điểm)

Trên hệ toạ độ Oxy cho đường (C) có phương trình : $x^2 + y^2 = 9$. Tìm m để trên đường thẳng y = m có đúng 4 điểm sao cho từ mỗi điểm đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến (C) và mỗi cặp tiếp tuyến ấy tạo thành một góc 45°

Bài 5 : (5điểm)

1 , Chứng minh rằng với mọi x > 1 ta có :

$$\ln x < \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$$

2 , Tìm số thực α thoả mãn bất đẳng thức :

$$\alpha \leq \frac{1}{\ln(1 + \frac{1}{n})} - n \text{ , với mọi n nguyên dương.}$$

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
*****
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
Năm học 2007 - 2008

MÔN THI : TOÁN

(Thời gian làm bài 180 phút)
****

Đỗ Bá Chủ tặng www.mathvn.com

Bài 1 : (5 điểm)

Cho hai số m , p ($m \neq 0$).

Xét đồ thị (C_m): $y = \dfrac{x^2 - m^2}{x}$ và (C_p): $y = x^3 - (2p-1)x$

1, Tìm điều kiện của m và p để hai đồ thị tiếp xúc nhau.

2, Giả sử hai đồ thị tiếp xúc nhau , chứng minh rằng tiếp điểm của chúng thuộc thị hàm số $y = x - x^3$

Bài 2 : (2 điểm)

Biết rằng phương trình : $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ có 3 nghiệm phân biệt .
Chứng minh rằng : $a^2 - 3b > 0$

Bài 3 : (5 điểm)

1, Tìm m để hệ sau có nghiệm :

$$\begin{cases} x \geq 2^{\log_5(x+3)} \\ 1 + \log_2(m-x) \geq \log_2(x^4+1) \end{cases}$$

2, Tìm m để phương trình sau có nghiệm :

$$(2m-1)\sqrt{x+2} + (m-2)\sqrt{2-x} + m - 1 = 0$$

Bài 4 : (6 điểm)

1, Cho tam giác ABC với B (1 ; 2) , đường phân giác trong của góc A có phương trình $2x + y + 1 = 0$ (d) . Tìm toạ độ các đỉnh A và C biết rằng khoảng cách từ C đến (d) bằng hai lần khoảng cách từ A đến (d) và C nằm trên trục tung .

2, Cho A(0 ; 4) và B(-4 ; 0) . Xét đường thẳng Δ : $ax + by + 2 = 0$ ($a^2 + b^2 > 0$) luôn tiếp xúc với đường tròn : $x^2 + y^2 = 16$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ A và B đến Δ

Bài 5: (2 điểm)

Gọi x_i là nghiệm của bất phương trình :

$x^2 - 2a_i x + (a_i - 1)^2 \leq 0$ ($i = \overline{1;n}$) và $\dfrac{1}{2} \leq a_i \leq 5, i = 1;2;...;n$

Chứng minh rằng : $\sqrt{\dfrac{x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2}{2n}} \leq 1 + \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
*****
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
Năm học 2008 - 2009
MÔN THI : TOÁN
(Thời gian làm bài 180 phút)
****

Đỗ Bá Chủ tặng www.mathvn.com

Bài 1 : (3 điểm)

1, Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số : $y = |x|^3 - 3|x| - 2\ (\xi)$

2, Gọi d là đường thẳng đi qua M(2 ; 0) và có hệ số góc k . Tìm k để đường thẳng d cắt (ξ) tại 4 điểm phân biệt.

Bài 2 : (4 điểm)

1, Cho dãy (x_n) xác định bởi : $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = 1 + \dfrac{2008}{1 + x_n} \end{cases}$ với $n \geq 1$

Chứng minh rằng dãy (x_n) có giới hạn và tìm giới hạn đó .

2, Tìm m để phương trình : $x + y + \sqrt{2x(y-1) + m} = 2$ có nghiệm .

Bài 3 : (2 điểm)

Cho $\dfrac{1}{4} < a, b, c, d < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$F = \log_a(b - \frac{1}{4}) + \log_b(c - \frac{1}{4}) + \log_c(d - \frac{1}{4}) + \log_d(a - \frac{1}{4})$$

Bài 4 : (3 điểm)

1, Giải phương trình : $x^2 - x - 2008\sqrt{1 + 16064x} = 2008$

2, Tìm nghiệm của phương trình

$$|\cos x| - |\sin x| - \cos 2x\sqrt{1 + \sin 2x} = 0 \text{ thoả mãn } 2008 < x < 2009$$

Bài 5: (2 điểm)

Cho tam giác ABC biết A(1 ; -2), hai đường phân giác trong của góc B và C lần lượt có phương trình là $(d_1) : 3x + y - 3 = 0$ và $(d_2) : x - y - 1 = 0$. Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC.

Bài 6: (4 điểm)

Cho một tam diện vuông Oxyz và một điểm A cố định bên trong tam diện . Gọi khoảng cách từ A đến ba mặt phẳng Oyz , Ozx , Oxy lần lượt là a , b , c . Một mặt phẳng (α) qua A cắt Ox , Oy , Oz lần lượt tại M , N , P .

1, Chứng minh rằng $\dfrac{a}{OM} + \dfrac{b}{ON} + \dfrac{c}{OP} = 1$

2, Xác định vị trí của mặt phẳng (α) để thể tích tứ diện OMNP đạt giá trị nhỏ nhất . Khi thể tích tứ diện OMNP nhỏ nhất , hãy chỉ rõ vị trí điểm A .

3, Chứng minh rằng : $(MN + NP + PM)^2 \leq 6(OM^2 + ON^2 + OP^2)$

Bài 7: (2 điểm)

Cho $\begin{cases} 0 < a \leq b \leq c \leq d \\ bc \leq ad \end{cases}$. Chứng minh rằng : $a^b.b^c.c^d.d^a \geq a^d.d^c.c^b.b^a$

Tản mạn !

Cực đại ơi , cực tiểu ơi .
Lơ lửng đâu đây giữa khoảng trời .
Nằm về hai phía trục toạ độ .
Biết đến bao giờ mới chụm đôi .

Đỗ Bá Chủ.