



ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN
OLYMPIC TOÁN HỌC SINH VIÊN NĂM 2005

ĐỀ THI MÔN : ĐẠI SỐ

Câu 1:

Cho ma trận : $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, Hãy tính A^{2005} .

Câu 2:

Tìm ma trận X thỏa mãn đẳng thức:

$$X \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -7 \\ 15 & 2 & -13 \end{pmatrix}$$

Câu 3:

Tính định thức cấp n :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & n \\ x & 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 \\ x & x & 1 & 2 & \cdots & n-2 \\ x & x & x & 1 & \cdots & n-3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x & x & x & x & \cdots & 1 \end{vmatrix}$$

Câu 4:

Cho ma trận :

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

Hãy tìm các giá trị riêng của ma trận A^4 .

Câu 5:

Cho A, B là các ma trận vuông cấp n ($n \geq 2$) thỏa mãn : $A + B = AB$ và $A^{2005} = 0$. Khi đó hệ phương trình tuyến tính thuần nhất n ẩn số $x_1, x_2, \dots, x_n$ nhận B làm ma trận hệ số có bao nhiêu nghiệm ? Hãy giải thích rõ lý do.

Câu 6:

Giải và biện luận phương trình $XA = 0$, trong đó A cho trước và X cần tìm là các ma trận vuông cấp hai.