

**ĐÁP ÁN THAM KHẢO TOÁN KINH TẾ 2011**

**PHẦN A: TOÁN CAO CẤP (4 điểm)**

**Câu 1:**

Gọi  $X = (x_1, x_2, x_3)$  là lượng đơn vị đầu ra của 3 ngành.

Gọi  $Y = (y_1, y_2, y_3)$  là lượng đơn vị đầu vào của 3 ngành.

a) Ứng với ma trận hệ số đầu vào  $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,4 \\ 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$

Theo đề bài ta có  $X = (10, 20, 30)$

Mối liên hệ giữa X và Y được thể hiện qua phương trình  $A \cdot X = Y$

Từ đây ta có  $Y = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,4 \\ 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 14 \\ 14 \end{pmatrix}$

b) Với  $D = (100, 150, 100)$

Theo đề bài ta có  $X - Y = D \Leftrightarrow X = (I - A)^{-1} * D$

Trong đó  $I - A = \begin{pmatrix} 0,8 & -0,1 & -0,4 \\ -0,3 & 0,6 & -0,1 \\ -0,2 & -0,3 & 0,8 \end{pmatrix}$

Đặt  $B = 10 * (I - A) = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -4 \\ -3 & 6 & -1 \\ -2 & -3 & 8 \end{pmatrix}$ ;  $B^{-1} = \frac{1}{\det B} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{pmatrix}^T$ ,  $B_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot \det B_{ij}$ .

Trong đó  $\det B = \begin{vmatrix} 8 & -1 & -4 \\ -3 & 6 & -1 \\ -2 & -3 & 8 \end{vmatrix} = 250 \neq 0$ , tồn tại  $B^{-1}$

$B_{11} = (-1)^{1+1} * \begin{vmatrix} 6 & -1 \\ -3 & 8 \end{vmatrix} = 45$ ;  $B_{12} = (-1)^{1+2} * \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 8 \end{vmatrix} = 26, \dots$

Vậy  $B^{-1} = \frac{1}{250} \begin{pmatrix} 45 & 20 & 25 \\ 26 & 56 & 20 \\ 21 & 26 & 45 \end{pmatrix} \Rightarrow (I - A)^{-1} = 10 * B^{-1} = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} 45 & 20 & 25 \\ 26 & 56 & 20 \\ 21 & 26 & 45 \end{pmatrix}$

**Kết luận:** Vậy  $X = (I - A)^{-1} * D = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} 45 & 20 & 25 \\ 26 & 56 & 20 \\ 21 & 26 & 45 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 100 \\ 150 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 400 \\ 520 \\ 420 \end{pmatrix}$

**Câu 2:**

a) Để A có ma trận nghịch đảo khi và chỉ khi  $\det A \neq 0$ .

Ta có  $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & m+5 & 9 \\ 1 & 2 & 6 & m+3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{d_2 \rightarrow d_2 - d_1 \\ d_3 \rightarrow d_3 - d_1 \\ d_4 \rightarrow d_4 - d_1}} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & m+1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & m \end{vmatrix} = m(m+1) - 12 = m^2 + m - 12$

Kết luận:  $\det A \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3 \text{ \& } m \neq -4$

b) Tìm ma trận nghịch đảo của A khi  $m=2$

Để tìm ma trận nghịch đảo của A ta lập ma trận mở rộng

$$\begin{aligned}
 (A | I_4) &= \left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 4 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 5 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 7 & 9 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{d_2 \rightarrow d_2 - d_1 \\ d_3 \rightarrow d_3 - d_1 \\ d_4 \rightarrow d_4 - d_1}} \left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 4 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \\
 &\xrightarrow{\substack{d_1 \rightarrow d_1 - 2d_2 \\ d_3 \rightarrow d_3 - 3d_2 \\ d_4 \rightarrow d_4 - 2d_2}} \left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 6 & -1 & 3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \frac{-1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{d_1 \rightarrow d_1 - 6d_3 \\ d_2 \rightarrow d_2 + d_3 \\ d_4 \rightarrow d_4 - d_3}} \left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -13 & 5 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & \frac{-4}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \frac{-1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{-1}{6} & 0 & \frac{-1}{3} & \frac{1}{2} \end{array} \right) \\
 &\xrightarrow{d_4 \rightarrow -d_4} \left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -13 & 5 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & \frac{-4}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \frac{-1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{-1}{2} \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{d_1 \rightarrow d_1 + 13d_4 \\ d_2 \rightarrow d_2 - 4d_4 \\ d_3 \rightarrow d_3 - 2d_4}} \left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{43}{6} & -2 & \frac{7}{3} & \frac{-13}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{-2}{3} & 0 & \frac{-1}{3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{-1}{2} \end{array} \right) \\
 \text{Vậy } A^{-1} &= \begin{pmatrix} 43/6 & -2 & 7/3 & -13/2 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \\ -2/3 & 0 & -1/3 & 1 \\ 1/6 & 0 & 1/3 & -1/2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

## Câu 2:

1) Sử dụng phương pháp nhân tử Lagrang.

Xét hàm số  $f(x, y, \lambda) = 2 \ln x + 3 \ln y + \lambda(12, 5x + 20y - 300)$

Điểm dừng của hàm số trên là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + 12,5\lambda = 0 & (1) \\ \frac{3}{y} + 20\lambda = 0 & (2) \\ 12,5x + 20y - 300 = 0 & (3) \end{cases}$$

Rút x, y ở phương trình (1) và (2) thay vào (3) tìm được  $\lambda = \frac{-1}{60}$ . Thay ngược lại vào (1) và (2), ta tìm được bộ điểm

dừng  $(x, y, \lambda) = \left( 9, 6; 9; \frac{-1}{60} \right)$ . Bộ nghiệm này thỏa mãn điều kiện cực đại.

Vậy  $x = 9; y = 9,6$  là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

2) Điểm dừng của hàm doanh thu là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \pi'_{Q_1} = a - 3Q_1^2 = 0 \\ \pi'_{Q_2} = b - 6Q_2^2 = 0 \end{cases}$$

Theo giả thiết doanh thu đạt cực đại tại  $Q_1 = 1; Q_2 = 2$  suy ra  $Q_1 = 1; Q_2 = 2$  là nghiệm của hệ phương trình trên. Thay vào ta có  $a=3; b=24$ .

Mặt khác  $\pi(1, 2) = 66$ . Suy ra  $3 \times 1 + 24 \times 2 - 1^3 - 2 \times 2^3 + c = 66 \Rightarrow c = 32$ .

Vậy  $(a, b, c) = (3; 24; 32)$ .

## **PHẦN B: XÁC SUẤT- THỐNG KÊ ( 4 điểm).**

### Câu 3:

Lấy ngẫu nhiên một câu hỏi. Gọi L là biến cố đó là câu hỏi lý thuyết; T là biến cố đó là câu hỏi tính toán; D là biến cố anh A trả lời đúng câu hỏi đó. Chú ý hệ hai biến cố  $\{K, T\}$  là đầy đủ.

Với mỗi câu hỏi; xác suất A trả lời đúng là

$$P(D) = P(L)P(D | L) + P(T)P(D | T) = 0,65 \times 0,8 + 0,35 \times 0,6 = 0,73$$

Gọi  $X$  là số câu trả lời đúng của anh A trong đề thi 100 câu hỏi. Để thấy quy luật phân phối của  $X$  là  $X \sim B(100; 0,73)$ .  
Xấp xỉ phân phối của  $X$  bằng phân phối chuẩn  $N(73; 19,71)$ .

$$\begin{aligned} \text{Xác suất A đạt được môn học K này là } P(X \geq 75) &= P\left(Z \geq \frac{75 - 73}{\sqrt{19,71}}\right) = 1 - P(Z \leq 0,45) \\ &= 1 - (0,5 + \Phi(0,45)) = 0,5 - \Phi(0,45) = 0,5 - 0,17364 = 0,32636 \approx 0,33 \end{aligned}$$

Vậy xác suất A thi đạt môn học K là 0,33

**Câu 4:**

Theo giả thiết có

$$P(X > 20) = 0,1585 \quad (1) \quad \text{và} \quad P(X > 25) = 0,0225 \quad (2)$$

Biến đổi (1) và (2),

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow P\left(Z > \frac{20 - \mu}{\sigma}\right) = 0,1585 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} - P\left(Z \leq \frac{20 - \mu}{\sigma}\right) = 0,1585 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{20 - \mu}{\sigma}\right) = 0,1585 \\ &\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{20 - \mu}{\sigma}\right) = 0,3415 \Leftrightarrow \frac{20 - \mu}{\sigma} = 1 \Leftrightarrow \mu + \sigma = 20 \end{aligned}$$

Và

$$\begin{aligned} (2) &\Leftrightarrow P\left(Z > \frac{25 - \mu}{\sigma}\right) = 0,0225 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} - P\left(Z \leq \frac{25 - \mu}{\sigma}\right) = 0,0225 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{25 - \mu}{\sigma}\right) = 0,0225 \\ &\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{25 - \mu}{\sigma}\right) = 0,4775 \Leftrightarrow \frac{25 - \mu}{\sigma} = 2 \Leftrightarrow \mu + 2\sigma = 25 \end{aligned}$$

Ta có hệ phương trình đối với 2 ẩn  $\mu, \sigma$  là  $\begin{cases} \mu + \sigma = 20 \\ \mu + 2\sigma = 25 \end{cases}$ . Giải hệ ta được  $\mu = 15\%, \sigma = 5\% \Leftrightarrow \sigma^2 = 25\%$ .

Vậy kỳ vọng và phương sai của lãi xuất  $X$  tương ứng là 15%; 25%.

**Câu 5:**

1)

**Bước 1:** Gọi  $\bar{X}$  là trọng lượng trung bình của mỗi con theo mẫu khảo sát

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{1}{n} \sum x_i n_i = 1,23 \text{ kg}; \\ \hat{s} &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{X})^2 n_i} = 0,1741 \text{ kg} \\ s &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{X})^2 n_i} = 0,1749 \text{ kg} \end{aligned}$$

**Bước 2:** Với  $n = 100 > 30$ , tra bảng Laplace  $\varphi(z_{\alpha/2}) = \frac{\gamma}{2} = 0,475 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

**Bước 3:** Tính độ chính xác  $\varepsilon = z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} = 0,0343 \text{ kg}$

**Bước 4:** Vậy với độ tin cậy 95% thì khoảng ước lượng trọng lượng trung bình của những con cá trại đó là  $\mu \in (1,1957; 1,2643) (\text{kg})$

2)

**Bước 1:** Gọi  $f$  là tỷ lệ cá đạt tiêu chuẩn theo mẫu khảo sát

$$f = \frac{m}{n} = \frac{69}{100} = 0,69$$

**Bước 2:** Với  $n = 100 > 30$ , tra bảng Laplace  $\varphi(z_{\alpha/2}) = \frac{\gamma}{2} = 0,48 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,05$

**Bước 3:** Tính độ chính xác  $\varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 0,0948$

**Bước 4:** Vậy với độ tin cậy 96% thì khoảng ước lượng tỷ lệ cá đạt tiêu chuẩn là  $p \in (0,5952; 0,7848)$

3)

**Bước 1:** Gọi  $\mu_0$  là trọng lượng trung bình theo phương pháp cũ

Gọi  $\mu$  là trọng lượng trung bình theo thực tế

$$\mu_0 = 1,2 \text{ kg}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

**Bước 2:**  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum x_i = 1,23 \text{ kg}; \hat{s} = 0,1741 \text{ kg}; s = 0,1749 \text{ kg}$

**Bước 3:** Tra bảng Laplace  $\varphi(z_{\alpha/2}) = \frac{1-\alpha}{2} = 0,475 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

**Bước 4:** Tính giá trị so sánh:  $Z = \frac{(\bar{X} - \mu_0)}{s} \sqrt{n} = 1,7153$

**Bước 5:** Vậy  $|Z| \leq z_{\alpha/2}$ , chấp nhận  $H_0$ . Kết luận: Với mức ý nghĩa 5% thì cách nuôi theo phương pháp cũ và hiện tại cùng cho một kết quả.

HẾT  
\*\*\*

**Lưu ý:** Trong quá trình giải có thể sai số do tính toán nên nếu có rất mong nhận được phản hồi của các bạn về hộp thư: [onthicaohoc\\_toankinh@yahoocom](mailto:onthicaohoc_toankinh@yahoocom)

**ĐÁP ÁN MÔN KINH TẾ HỌC, ANH VĂN ĐÃ ĐƯỢC ĐĂNG TẢI TRÊN**  
**DIENDAN.ONTHICAHOOC.COM HOẶC WWW.ONTHICAHOOC.COM**

**www.onthicaohoc.com**

1. Trung tâm **duy nhất** sử dụng đội ngũ Giảng viên có trình độ từ Thạc Sĩ trở lên theo đúng các chuyên ngành Toán, Kinh tế học, Anh Văn.
2. Đội ngũ Giảng viên của trung tâm giỏi chuyên môn và đều là những Giảng viên nổi tiếng của các trường Đại học như: ThS Đặng Văn Thanh, TS Trần Nguyễn Ngọc Anh Thư, ThS Nguyễn Trọng Đức, ThS Trần Lục Thanh Tuyền v.v... là những người được Học viên yêu mến và tín nhiệm.
3. Trung tâm **duy nhất không thu HỌC PHÍ** nếu Học viên không cảm thấy yên tâm về chất lượng giảng dạy. Học viên được học thử 2 buổi/môn để khẳng định chất lượng Giảng dạy.
4. Trung tâm **duy nhất** ôn thi có **UY TÍN** và **KINH NGHIỆM LÂU NĂM** trong ôn thi Cao học tại Tp.HCM cũng như toàn miền Nam.
5. Trung tâm **duy nhất** có đầy đủ Đề thi, Đáp án Cao học các trường, Bài giảng, Bài tập phong phú các môn do chính Giảng viên của trung tâm biên soạn có chất lượng cao.
6. Trung tâm **duy nhất** có thể ôn thi gần như tất cả các trường trong **KHỐI NGÀNH KINH TẾ** và **KỸ THUẬT** như ĐH Kinh tế TP.HCM, Mở, Ngân hàng, Ngoại Thương, Tôn Đức Thắng, Bách Khoa,....

**CHIỀU SINH LỚP ANH VĂN CHO HỌC VIÊN CAO HỌC**

1. MÔN : ANH VĂN
2. DỰ KIẾN KHAI GIẢNG : **9/2011**
3. GHI DANH: **VUI LÒNG GỌI ĐIỆN CHO THẦY ĐỨC ĐĂNG KÝ**
4. THỜI GIAN: 3-6 THÁNG/ TÙY THUỘC VÀO TRÌNH ĐỘ HỌC VIÊN
5. ĐỊA ĐIỂM: **TRƯỜNG TIỂU HỌC MÊ LINH, 159 HAI BÀ TRUNG, QUẬN 3.**
6. LIÊN HỆ: **097 267 0808 – 093 888 1249 (Thầy Đức)**  
hoặc Mail: **onthicaohoc\_toankinhhte@yahoo.com**