

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC – PHẦN XÁC SUẤT & THỐNG KÊ TOÁN

Đại học Kinh tế quốc dân – 2010

Câu 1 (1 điểm): Cho hàm chi phí trung bình của doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo:

$$AC(Q) = \frac{12}{Q} - 0,5Q + 0,25Q^2 + 10 \quad (Q \text{ là số đơn vị sản phẩm})$$

1. Tìm hàm chi phí cận biên
2. Với giá bán $p = 106$, tìm Q^* thỏa mãn điều kiện cực đại lợi nhuận.

Câu 2 (1 điểm): Cho mô hình kinh tế

$$Y = C + I + G_0; \quad C = a + b(Y - T_0); \quad I = d + iY$$

$$G_0 > 0; a > 0; 0 < b < 1; bT_0 < a; d > 0; 0 < i < 1; b + i < 1.$$

Trong đó Y, C, I lần lượt là thu nhập quốc dân, tiêu dùng dân cư và đầu tư; G_0, T_0 là chi tiêu chính phủ và thuế.

Tìm thu nhập quốc dân cân bằng. Khi i tăng thì thu nhập quốc dân cân bằng tăng hay giảm, vì sao?

Câu 3 (3 điểm):

1. Hàm lợi ích của hộ gia đình có dạng $U(x, y) = 10xy - 3x^2 - 2y^2$ với (x, y) là gói hàng hóa ($x > 0, y > 0$)
 - a. Hàm lợi ích biên có thể hiện quy luật lợi ích cận biên giảm dần không?
 - b. Hãy viết phương trình đường bàng quan tại $(x = 2; y = 2)$; tìm độ dốc của đường này tại $(x = 2; y = 2)$ và giải thích ý nghĩa của giá trị tìm được.
2. Cho S và D tương ứng là hàm cung và hàm cầu về một loại hàng hóa:

$$S = 50p^2 - 20$$

$$D = 0,5p^{-2}M^2$$

Với p là giá một đơn vị hàng hóa, M là thu nhập của người tiêu dùng ($M > 0$).

- a. Tìm điều kiện đối với p sao cho hàm cung và hàm cầu đều nhận giá trị dương. Với điều kiện này hãy viết mô hình cân bằng thị trường, viết hàm dư cung và xét tính đơn điệu của hàm này theo p .
- b. Cho $\bar{p}; \bar{Q}$ là giá cân bằng và lượng cân bằng. Nếu thu nhập M giảm thì sẽ tác động thế nào tới $\bar{p}; \bar{Q}$?

Câu 4 (2 điểm): Trường đào tạo lái xe ô tô TX đã đào tạo được 5000 lái xe cho tỉnh A. Kiểm tra ngẫu nhiên 1500 người ở tỉnh A thấy 200 người có bằng lái xe ô tô, trong đó có 150 người có bằng do trường TX cấp.

1. Ước lượng số người đã có bằng lái xe ô tô của tỉnh A tối đa với độ tin cậy 95%.
2. Có thể cho rằng 15% số người của tỉnh A đã có bằng lái xe ô tô không? kết luận với mức ý nghĩa 5%.

Câu 5 (2 điểm): Điều tra ngẫu nhiên thu nhập/tháng của 100 nhân viên công ty A thu được kết quả sau:

Thu nhập (triệu đồng)	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
Số nhân viên	5	15	25	30	20	5

1. Ước lượng mức thu nhập/tháng trung bình của nhân viên công ty A với mức tin cậy $1 - \alpha$.
2. Hãy ước lượng tỷ lệ nhân viên công ty A có thu nhập không quá 1,6 triệu/tháng với mức tin cậy $1 - \alpha$.
3. Điều tra 81 nhân viên công ty B thu được độ lệch tiêu chuẩn mẫu của thu nhập/tháng là 0,4 triệu đồng. Với mức ý nghĩa α , có thể cho rằng thu nhập/tháng của nhân viên công ty A ổn định hơn thu nhập/tháng của nhân viên công ty B hay không?

Biết thu nhập/tháng của nhân viên các công ty A, B là các biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

Chọn $\alpha = 0,05$.

Câu 6 (1 điểm): Cho mẫu ngẫu nhiên kích thước n lập từ phân phối $A(p)$. Chứng minh rằng tần suất mẫu f là ước lượng hợp lý tối đa của p .

Cho $f_{0,05}(80,99) = 1,416$; $u_{0,025} = 1,96$; $u_{0,05} = 1,645$.

Đại học Kinh tế Quốc dân – 2009

Câu 1 (1 điểm). Cho hàm sản xuất $Y = 0,3K^{0,5}L^{0,5}$ trong đó Y là sản lượng, K và L là vốn và lao động.

- Tính lượng sản phẩm cận biên của vốn và lao động tại $K = 4, L = 9$.
- Chứng minh rằng hàm năng suất biên của vốn là hàm thuần nhất bậc 0.

Câu 2 (2 điểm). Trọng lượng các bao xi măng (đơn vị: kg) được đóng bao tự động là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn. Kiểm tra ngẫu nhiên 100 bao xi măng mới đóng bao người ta thu được kết quả sau:

Trọng lượng	48,0 – 48,5	48,5 – 49,0	49,0 – 49,5	49,5 – 50,0	50,0 – 50,5
Số bao	7	20	35	25	13

- Với độ tin cậy 95%, hãy ước lượng trọng lượng trung bình của các bao xi măng.
- Máy đóng bao được coi là hoạt động ổn định nếu độ phân tán của trọng lượng các bao xi măng (đo bằng độ lệch tiêu chuẩn) không vượt quá 0,5 (kg). Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng máy đóng bao hoạt động ổn định hay không?

Câu 3 (1 điểm). Cho mẫu ngẫu nhiên $W_n(X) = (X_1, X_2, X_3)$ lập từ tổng thể phân phối $N(\mu, \sigma^2)$.

Lập các thống kê: $G_1 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{4}X_3$; $G_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{2}X_3$

- Chứng minh rằng G_1, G_2 là các ước lượng không chệch của μ .
- Trong hai ước lượng trên, ước lượng nào tốt hơn cho μ ?

Câu 4 (3 điểm). Một hộ gia đình có hàm lợi ích tiêu dùng với hai loại hàng hoá như sau:

$$U(x_1, x_2) = 5x_1^{0,4}x_2^{0,4}$$

Ngân sách tiêu dùng là 300USD, giá một đơn vị hàng hoá thứ nhất là 3USD và giá một đơn vị hàng hoá thứ hai là 5USD.

- Tìm gói hàng hoá mà tại đó hộ gia đình có lợi ích tiêu dùng đạt giá trị lớn nhất, với $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.
- Nếu ngân sách tiêu dùng của hộ giảm 1 USD thì mức lợi ích tối đa giảm bao nhiêu?

Câu 5 (1 điểm). Cho hàm sản xuất $Q = \left(\frac{1}{3}K^{0,5} + \frac{2}{3}L^{0,6} \right)^2$ với Q là sản lượng, K và L là vốn và lao động.

- Tìm năng suất cận biên của vốn và lao động
- Với hàm sản xuất trên thì hiệu quả có tăng theo quy mô không?

Câu 6 (2 điểm). Có hai nguồn A và B cung cấp cùng một loại nguyên liệu, độc lập với nhau. Tỷ lệ tạp chất từ các nguồn này là các biến ngẫu nhiên X_A, X_B tuân theo quy luật chuẩn. Mỗi nguồn kiểm tra ngẫu nhiên 10 đơn vị thu được kết quả sau đây:

$$\bar{x}_A = 8,2; s_A^2 = 18,75 \quad \bar{x}_B = 9,5; s_B^2 = 7,85$$

- Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng độ đồng đều của tỷ lệ tạp chất của hai nguồn như nhau hay không?
- Với độ tin cậy 95%, phương sai của tỷ lệ tạp chất nguồn B tối đa là bao nhiêu?
- Với kết luận nhận được ở câu a, phải chăng tỷ lệ tạp chất trung bình của hai nguồn là khác nhau, kết luận với mức ý nghĩa 5%.

Cho: $P(U < 1,645) = 0,95$; $P(U < 1,96) = 0,975$, $P(\chi^2(99) < 124,34) = 0,95$; $P(\chi^2(9) > 3,325) = 0,95$

$F_{0,025}(9,9) = 4,02$, $F_{0,975}(9,9) = 0,248$; $t_{0,025}(18) = 2,10$

Đại học Kinh tế Quốc dân - 2008

Câu 1 (1 điểm) Một công ty độc quyền kinh doanh mặt hàng A có hàm doanh thu cận biên:

$MR = 120 - 2Q$; Q là sản lượng mặt hàng A. Tìm điều kiện đối với Q để doanh thu dương, với điều kiện này giá hàng A có dương không?

Câu 2 (2 điểm) Cho mô hình:

$$Y = C + I$$

$$C = C_0 + aY \quad 0 < a < 1$$

$$I = I_0 - b r \quad b > 0$$

$$L = L_0 + mY - n r \quad m, n > 0$$

$$M_s = L$$

trong đó Y : thu nhập quốc dân, I : đầu tư, C : tiêu dùng, L : mức cầu tiền, M_s : mức cung tiền, r : lãi suất.

a) Hãy xác định thu nhập quốc dân và lãi suất cân bằng.

b) Với $a = 0,7$; $b = 1800$; $C_0 = 500$; $I_0 = 400$; $L_0 = 800$; $m = 0,6$; $n = 1200$; $M_s = 2000$, tính hệ số co giãn của thu nhập, lãi suất theo mức cung tiền tại điểm cân bằng và giải thích ý nghĩa của chúng.

Câu 3 (2 điểm) Một trung tâm thương mại nhận thấy rằng doanh thu của trung tâm phụ thuộc vào thời lượng quảng cáo trên đài phát thanh (x - phút) và trên truyền hình (y - phút) với hàm doanh thu như sau:

$$TR = 320x - 2x^2 - 3xy - 5y^2 + 540y + 2000$$

Chi phí cho mỗi phút quảng cáo trên đài phát thanh là 1 triệu đồng, trên truyền hình là 4 triệu đồng. Ngân sách chi cho quảng cáo là 180 triệu đồng.

a) Hãy xác định x, y để cực đại doanh thu.

b) Nếu ngân sách chi cho quảng cáo tăng 1 triệu đồng thì doanh thu cực đại sẽ tăng bao nhiêu?

Câu 4 (1 điểm) Cho biến ngẫu nhiên $X \sim A(p)$. Chứng minh rằng tần suất mẫu là ước lượng hợp lý tối đa của p .

Câu 5 (1 điểm): $W = (X_1, X_2, X_3)$ là một mẫu ngẫu nhiên từ tổng thể phân bố chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$. Lập thống kê

$G = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{2}X_3$. Tính kỳ vọng và phương sai của G . G có phải là ước lượng hiệu quả của μ không? Vì sao?

Câu 6 (3 điểm): Điều tra doanh thu trong tuần (x : triệu đồng) của một số đại lý xăng dầu ở vùng A, người ta thu được các số liệu sau đây:

x	21	22	23	24	25	26
Số đại lý	7	17	29	27	15	5

a) Với hệ số tin cậy 95% hãy tìm khoảng tin cậy cho độ phân tán của doanh thu/tuần.

b) Năm trước, doanh thu trung bình/tuần của các đại lý trên cùng địa bàn là 20 triệu đồng. Với mức ý nghĩa 5%, hãy cho biết doanh thu trung bình/tuần năm nay có cao hơn so với năm trước hay không?

c) Điều tra 100 đại lý kinh doanh xăng dầu ở vùng B người ta tính được phương sai mẫu bằng 2 và thấy có 35 đại lý có doanh thu từ 25 triệu đồng/tuần trở lên. Với mức ý nghĩa 5% hãy cho biết:

- Tỷ lệ đại lý có doanh thu từ 25 triệu đồng/tuần trở lên của hai vùng là như nhau không?
- Độ phân tán của doanh thu /tuần của các đại lý vùng B có cao hơn vùng A không?

Giả thiết rằng doanh thu/tuần của các đại lý vùng A và B đều là biến ngẫu nhiên phân bố chuẩn.

Cho: $P(U < 1,645) = 0,95$; $P(U < 1,96) = 0,975$;

$P(\chi^2(99) > 128,42) = 0,025$; $P(\chi^2(99) < 73,36) = 0,025$; $P(F(99,99) > 1,39) = 0,05$.

Đại học Kinh tế quốc dân – 2007

Câu 1 (1 điểm) Tỷ lệ phế phẩm của một loại sản phẩm là 5%. Kiểm tra ngẫu nhiên 100 sản phẩm.

- Tìm xác suất để trong đó có không quá 5 phế phẩm
- Với xác suất 0,95 thì trong số các sản phẩm được kiểm tra có ít nhất bao nhiêu chính phẩm?

Câu 2 (1 điểm) Hai mẫu ngẫu nhiên độc lập kích thước bằng 4 và 5 được rút ra từ một tổng thể phân phối $A(p)$ và tìm được các tần suất mẫu là f_1 và f_2 . Xét tập hợp các ước lượng $G = \alpha f_1 + (1 - \alpha) f_2$. Tìm ước lượng hiệu quả nhất của p trong tập hợp các ước lượng nói trên.

Câu 3 (3 điểm) Đo chiều cao của 200 thanh niên được chọn ngẫu nhiên ở một vùng dân cư A được số liệu sau:

Chiều cao (cm)	155	160	165	170	175
Số thanh niên	30	50	60	50	10

- Với độ tin cậy 0,95 hãy ước lượng số thanh niên vùng A có chiều cao từ 170 cm trở lên. Biết rằng vùng A có 4000 thanh niên.
- Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng số thanh niên vùng A có chiều cao từ 165cm trở lên nhiều hơn số thanh niên còn lại của vùng này hay không?
- Ở vùng B người ta cũng đo ngẫu nhiên chiều cao của 200 thanh niên và tính được:

$\sum_{i=1}^{200} x_{Bi} = 32900$, $\sum_{i=1}^{200} x_{Bi}^2 = 5418450$, trong đó x_{Bi} là chiều cao của thanh niên thứ i ($i = \overline{1, 200}$). Vậy có thể cho rằng độ đồng đều về chiều cao của thanh niên vùng A là hơn vùng B hay không? Kết luận với mức ý nghĩa 5%.

Giả thiết chiều cao của thanh niên vùng A và B là các biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

Câu 4 (2 điểm) Một doanh nghiệp độc quyền bán hàng ở hai thị trường với giá khác nhau. Hàm cầu của các thị trường về hàng hóa này: $Q_1 = 20 - 0,5 P_1$; $Q_2 = 31,2 - 0,4 P_2$; Hàm chi phí cận biên của doanh nghiệp là $MC = 15 + Q$; trong đó $Q = Q_1 + Q_2$. Doanh nghiệp nên chọn giá bán và sản lượng ở mỗi thị trường bao nhiêu để lợi nhuận cực đại? Biết chi phí cố định bằng 100.

Câu 5 (2 điểm) Cho hàm cung S , hàm cầu D về một loại hàng hóa:

$$S = 0,1P^2 + 5P - 10; D = \frac{50}{P-2} \text{ với } P \text{ là giá hàng hóa}$$

- Với điều kiện nào của P thì cung và cầu đều dương? Với điều kiện trên hãy viết phương trình cân bằng thị trường.
- Xác định hàm dư cầu và khảo sát tính đơn điệu của hàm này. Chứng tỏ rằng luôn tồn tại duy nhất giá cân bằng trong khoảng (3;5).

Câu 6 (1 điểm) Cho hàm sản xuất $Y = 0,3 K^{0,5} L^{0,5}$; Y - sản lượng; K - vốn; L - lao động.

- Hãy tính sản phẩm biên của vốn và lao động tại $K = 4$; $L = 9$.
- Quá trình công nghệ thể hiện bằng hàm số trên có năng suất cận biên giảm dần hay không? Hãy giải thích.
- Nếu K tăng 8%, L không đổi thì Y tăng bao nhiêu %?

Cho $P(U < 1,645) = 0,95$; $P(F(199,199) > 1,26) = 0,05$; $P(U < 1,96) = 0,975$.

Đại học Kinh tế Quốc dân - 2006

Câu 1 (1,5đ) Y là thu nhập, S là tiết kiệm. Biết rằng mức tiết kiệm sẽ là $S = -7,42$ khi thu nhập $Y = 5$.

- Hãy xác định hàm tiết kiệm nếu biết khuynh hướng tiết kiệm cận biên $MPS = Y - 0,4$
- Kể từ mức thu nhập dương nào trở lên sẽ có tiết kiệm dương?

Câu 2 (1,5đ) Cho mô hình thu nhập quốc dân:

$$Y = C + I + G_0; C = b_0 + b_1 Y; I = a_0 + a_1 Y - a_2 R_0$$

Trong đó $a_i > 0$; $b_i > 0$ với mọi i , đồng thời $a_1 + b_1 < 1$; G_0 là chi tiêu chính phủ, R_0 là lãi suất, I là đầu tư, C là tiêu dùng, Y là thu nhập

- Hãy xác định Y , C ở trạng thái cân bằng
- Với $b_0 = 200$; $b_1 = 0,7$; $a_0 = 100$; $a_1 = 0,2$; $a_2 = 10$; $R_0 = 7$; $G_0 = 500$, khi tăng chi tiêu chính phủ 1% thì thu nhập cân bằng thay đổi bao nhiêu %?

Câu 3 (2đ) Một công ty độc quyền sản xuất một loại sản phẩm ở hai cơ sở với các hàm chi phí tương ứng là: $C_1 = 128 + 0,2Q_1^2$; $C_2 = 156 + 0,1Q_2^2$ (Q_1, Q_2 là lượng sản phẩm sản xuất tại cơ sở 1 và 2).

Hàm cầu ngược về sản phẩm của công ty có dạng: $p = 600 - 0,1Q$, trong đó $Q = Q_1 + Q_2$ và $Q < 6000$.

- Hãy xác định lượng sản phẩm cần sản xuất ở mỗi cơ sở để tối đa hóa lợi nhuận.
- Tại mức sản lượng tối đa hóa lợi nhuận, hãy tính độ co giãn của cầu theo giá.

Câu 4 (1,0đ). Cho X là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$, chứng tỏ rằng trung bình mẫu $\bar{X}$ là ước lượng hiệu quả nhất của kỳ vọng μ .

Câu 5 (2,5đ) Cho X_A, X_B là các biến ngẫu nhiên, trong đó X_B phân phối chuẩn. Với hai mẫu độc lập có kích thước $n_A = 100$, $n_B = 144$, tính được $\bar{x}_A = 46,85$; $s_A = 8,5474$; $\bar{x}_B = 48,75$; $s_B = 11,25$;

$$\sum_{i=1}^{100} (x_{Ai} - \bar{x}_A)^3 = 4350,075; \sum_{i=1}^{100} (x_{Ai} - \bar{x}_A)^4 = 1402488,573. \text{ Với mức ý nghĩa } 5\%$$

- Hãy cho biết X_A có phân phối chuẩn hay không?
- Hãy cho biết kỳ vọng của X_B có lớn hơn kỳ vọng của X_A hay không?
- Phương sai của X_B có lớn hơn phương sai của X_A hay không?

Câu 6 (1,5đ) Để nghiên cứu mối quan hệ giữa tình trạng nghèo đói và quy mô hộ gia đình (được xác định bởi số người trong hộ và ký hiệu là X), người ta điều tra và thu được số liệu sau đây

	$X \leq 3$	$4 \leq X \leq 5$	$X > 5$	Tổng
Số hộ nghèo	10	100	90	200
Số hộ không nghèo	130	570	350	1050
Tổng	140	670	440	1250

- Với mức ý nghĩa 5%, hãy cho biết giữa quy mô hộ gia đình và tình trạng nghèo đói có độc lập nhau hay không?
- Giả thiết rằng tỉ lệ nghèo đói của hộ gia đình bằng 16%, nếu điều tra ngẫu nhiên 144 hộ thì xác suất để tần suất mẫu lớn hơn 15% bằng bao nhiêu?

Cho $P(U > 1,645) = 0,05$; $P(U > 1,96) = 0,025$; $P(U > 0,327) = 0,3717$
 $P(\chi^2(2) < 5,99) = 0,95$; $P(F(143,99) > 1,364) = 0,05$.

Đại học Kinh tế Quốc dân – 2005

Câu 1. Giá của cổ phiếu A, cổ phiếu B là các biến ngẫu nhiên X_A, X_B tương ứng (đơn vị: ngàn đồng) và bảng phân bố xác suất đồng thời của chúng như sau:

$X_A \backslash X_B$	15	16	17
15	0,15	0,2	0,25
17	0,05	0,2	0,15

- Tính giá trung bình của các cổ phiếu nói trên
- X_A, X_B có độc lập? Khả năng để giá cổ phiếu B cao hơn giá trung bình cổ phiếu A là bao nhiêu?
- Nếu phương sai của giá cổ phiếu phản ánh mức độ rủi ro của cổ phiếu thì cổ phiếu nào rủi ro hơn?

Câu 2. Tại một trường đại học có 10000 sinh viên, theo dõi kết quả thi hết môn của toàn bộ sinh viên trong học kỳ một, thấy có 40% số sinh viên phải thi lại ít nhất một môn học. Sau khi nhà trường áp dụng quy chế mới, ở học kỳ hai, chọn ngẫu nhiên 1600 sinh viên dự thi, thấy có 1040 sinh viên không phải thi lại.

- Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng việc nhà trường áp dụng quy chế thi mới đã làm giảm tỉ lệ sinh viên phải thi lại hay không?
- Với độ tin cậy 95%, cho biết có ít nhất bao nhiêu sinh viên không phải thi lại?

Câu 3. Cho X_A, X_B là tiền lãi hàng tháng (triệu đồng) của hộ kinh doanh mặt hàng A, B. X_A, X_B là các biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn. Giả thiết rằng mỗi hộ chỉ được phép kinh doanh một mặt hàng. Điều tra ngẫu nhiên 100 hộ kinh doanh mặt hàng A và 100 hộ kinh doanh mặt hàng B ta có các số liệu sau:

X_A	10	12	14	16	18	20	$\bar{x}_B = 18$ và $s_B = 2,763$
Số hộ	4	10	20	36	22	8	

- Cơ quan thuế cho rằng tiền lãi trung bình của các hộ kinh doanh mặt hàng A là 15 triệu đồng và căn cứ theo mức này cơ quan sẽ tính thuế. Với mức ý nghĩa 5%, theo bạn có nên điều chỉnh căn cứ tính thuế hay không?
- Từ các kết quả điều tra trên, với mức ý nghĩa 5%, hãy cho biết: Nếu muốn tiền lãi cao hơn thì nên kinh doanh mặt hàng nào? Nếu muốn tiền lãi ổn định hơn thì nên kinh doanh mặt hàng nào?

Cho $P(U < 1,645) = 0,95$ $P(U > 1,96) = 0,025$ $P[F(99,99) > 1,39] = 0,05$

Đại học Kinh tế Quốc dân – 2004

Câu 1.

1. Có hai lô sản phẩm do một máy tự động sản xuất ra. Lô I gồm 6 chính phẩm và 4 phế phẩm; lô II gồm 6 chính phẩm và 3 phế phẩm.
 - a. Chọn ngẫu nhiên một lô và từ đó lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Tìm xác suất để được chính phẩm
 - b. Giả sử đã lấy được chính phẩm, nếu từ lô đó lấy tiếp 2 sản phẩm thì xác suất để được 2 chính phẩm nữa là bao nhiêu?
2. Ba người đi săn cùng bắn một con nai. Con nai chỉ bị trúng một viên đạn. Biết rằng xác suất bắn trúng của 3 người tương ứng là 0,7 ; 0,6 và 0,5. Ai là người có khả năng bắn trúng lớn nhất?
3. Cho X là biến ngẫu nhiên phân phối $A(p)$ và $Y = aX + (1 - a)X^2$, với a là hằng số. Hãy tính kỳ vọng toán và phương sai của Y

Câu 2. Ở một khu vực, các hộ gia đình chỉ có thể mua gas ở một trong hai cửa hàng A hoặc B. Điều tra ngẫu nhiên 1200 hộ thấy có 500 hộ dùng gas, trong đó 265 hộ dùng gas của cửa hàng A, số còn lại dùng gas của cửa hàng B.

- a. Với mức ý nghĩa 5%, có thể kết luận cửa hàng A thu hút khách hơn cửa hàng B được không?
- b. Khu dân cư này có 5000 hộ, vậy tối đa có bao nhiêu hộ dùng gas với độ tin cậy 95%?

Câu 3. Năng suất một loại cây trồng tại vùng A và B là các biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn. Có kết quả điều tra sau của vùng A:

Năng suất (tạ/ha)	24	25	26	27	28	29	30	31
Số điểm thu hoạch	8	12	17	19	17	14	8	5

- a. Với hệ số tin cậy 95% hãy ước lượng năng suất trung bình tối thiểu của vùng A
- b. Người ta thu hoạch ngẫu nhiên tại 100 điểm của vùng B và tính được năng suất trung bình 27,75 tạ/ha và độ lệch chuẩn mẫu là 2,5 tạ/ha. Với mức ý nghĩa 0,05 có thể cho rằng năng suất loại cây trồng trên ở hai vùng A và B là ổn định như nhau ?

Cho biết $P[U < 1,645] = 0,95$; $P[U < 1,96] = 0,975$; $P[F(99,99) < 1,48] = 0,975$

Đại học Kinh tế Quốc dân – 2003

Câu 1. Một sinh viên phải thi 3 môn một cách độc lập với nhau, xác suất nhận được cùng một điểm số nào đó ở cả ba môn đều như nhau. Xác suất để thi một môn được điểm tám là 0,18; được điểm dưới điểm tám là 0,65. Xác suất để cả ba môn đều được điểm mười là 0,000343. Tính xác suất để sinh viên thi ba môn được ít nhất 28 điểm. Biết rằng điểm thi được cho theo thang điểm mười, không có điểm lẻ.

Câu 2. Khi nghiên cứu giống lúa A, qua thí nghiệm, người ta đã kết luận: năng suất của nó là biến ngẫu nhiên phân bố chuẩn có kỳ vọng 8 tấn/ha, độ phân tán 1,25 tấn/ha. Khi đưa ra gieo trồng đại trà, điều tra ngẫu nhiên 144ha, người ta thu được các số liệu sau đây:

$$\bar{x}_A = 7,5 \text{ tấn/ha}; \sum_{i=1}^{144} x_{Ai}^2 = 8380,28 \quad \text{trong đó } x_{Ai} \text{ là năng suất giống lúa A ở ha thứ } i \text{ (tấn/ha)}.$$

- Khi gieo trồng đại trà người ta chỉ biết năng suất của A tuân theo quy luật phân bố chuẩn, hãy cho biết:
 - Phải chăng năng suất lúa A không đạt mức thí nghiệm?
 - Phải chăng năng suất lúa A không ổn định như thí nghiệm?
- Điều tra ngẫu nhiên 144 ha trồng lúa B, người ta thu được $\sum_{i=1}^{144} (x_{Bi} - \bar{x}_B)^2 = 288,86$ trong đó x_{Bi} là năng suất lúa B ở ha thứ i (tấn/ha). Năng suất lúa B cũng phân bố chuẩn. Giống lúa A có năng suất ổn định hơn giống lúa B hay không?
- Trong mẫu đối với lúa A có 88 ha có năng suất ít nhất 7 tấn/ha, mẫu đối với lúa B có 64 ha có năng suất nhỏ hơn 7 tấn/ha. Hãy cho biết tỉ lệ số ha có năng suất ít nhất 7 tấn/ha của hai loại lúa trên có như nhau không?

Cho $\alpha = 5\%$.

Câu 3. Biến ngẫu nhiên X có phân phối $A(p)$, với công thức xác suất $P_x = p^x(1-p)^{1-x}$. Chứng minh rằng tần suất mẫu là ước lượng hiệu quả nhất của p .

Cho biết các giá trị tới hạn:

$$U_{0,05} = 1,645 \quad U_{0,025} = 1,96 \quad \chi_{0,05}^2(143) = 171 \quad F_{0,05}(143,143) = 0,76$$

Đại học Kinh tế Quốc dân – 2002

Câu 1. a. Trong một nhà máy có ba phân xưởng dệt, mỗi phân xưởng có 100 máy dệt hoạt động độc lập nhau. Xác suất để trong một ca sản xuất mỗi máy dệt bị hỏng là như nhau và bằng 2,5%.

- Tìm quy luật phân bố xác suất của số máy hỏng trong một ca sản xuất của từng phân xưởng.

Trung bình trong một ca sản xuất toàn nhà máy có bao nhiêu máy dệt bị hỏng?

- Nếu mỗi kỹ sư máy chỉ có thể sửa chữa tối đa được 2 máy dệt bị hỏng trong một ca sản xuất thì nhà máy nên bố trí trực sửa chữa máy dệt mỗi ca bao nhiêu kỹ sư là hợp lý nhất?

b. Giả sử tỷ lệ người dân thành phố A mua bảo hiểm nhân thọ là 0,25

- Tính xác suất để có nhiều hơn 28% số người trong một mẫu ngẫu nhiên gồm 120 người của thành phố này có mua bảo hiểm nhân thọ.

- Vẫn sử dụng mẫu 120 người ở trên, với xác suất 0,1 thì tần suất mẫu lớn hơn tỷ lệ của cả tổng thể một lượng là bao nhiêu?

Câu 2. a. Tuổi thọ (tính theo năm) của một thiết bị điện tử là biến ngẫu nhiên có hàm mật độ xác suất sau:

$$f(x) = \begin{cases} k.e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad \text{với } k \text{ là hằng số}$$

Tính k và tính xác suất để thiết bị này sử dụng được ít nhất là 2 năm

b. Cho mẫu ngẫu nhiên $(X_1, X_2, \dots, X_{2n-1}, X_{2n})$ được lấy ra từ tổng thể phân bố chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$. Xây dựng

hai thống kê $\bar{X}_1 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{2k-1}$ và $\bar{X}_2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{2k}$

$\bar{X}_1$ & $\bar{X}_2$ có là ước lượng không chệch, hiệu quả của μ hay không, tại sao?

Câu 3. Gọi X là chỉ số thông minh (IQ) của học sinh lứa tuổi 12-15. Giả sử X có phân phối chuẩn. Đo IQ ở 50 học sinh trường A có số liệu sau

Chỉ số thông minh (IQ)	75 – 78	78 – 81	81 – 84	84 – 87	87 – 90	90 – 93
Số học sinh	3	8	9	12	10	8

a. Từ kết quả trên có thể nói chỉ số IQ trung bình đang xét là trên 84 không? Với $\alpha = 5\%$

b. Với độ tin cậy 95% có thể nói chỉ số IQ trung bình thấp nhất là bao nhiêu?

c. Trong số 50 học sinh trên có 20 học sinh nam có chỉ số IQ tối thiểu bằng 84 và 10 học sinh nữ có chỉ số IQ nhỏ hơn 84. Với $\alpha = 5\%$ có thể cho rằng chỉ số thông minh phụ thuộc vào giới tính được hay không?

d. Đo IQ ở 50 học sinh trường B tính được $\bar{x}_B = 80$ và $\overline{x_B^2} = 6412,005$. Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng chỉ số IQ của học sinh hai trường là như nhau không?

Cho biết $P[U < 1,645] = 0,95$ $P[U < 1,96] = 0,975$ $P[U < 0,7589] = 0,7764$
 $P[U < 1,28] = 0,9$ $P[\chi^2(1) < 3,841] = 0,95$

Đại học Kinh tế Quốc dân – 2001

Câu 1. Cơ quan dự báo khí tượng thủy văn chia Thời tiết thành các loại: “Xấu”, “Bình thường”, và “Tốt” với các xác suất tương ứng 0,25 ; 0,45 và 0,3. Với tình trạng thời tiết trên thì khả năng sản xuất nông nghiệp được mùa tương ứng là 0,2 ; 0,6 và 0,7. Nếu như sản xuất nông nghiệp được mùa thì mức xuất khẩu lương thực tương ứng với tình trạng thời tiết là 2,5 triệu tấn ; 3,3 triệu tấn và 3,8 triệu tấn. Hãy tính mức xuất khẩu lương thực có thể hy vọng (nếu được mùa).

Câu 2. Theo nhận định của cơ quan quản lý chất lượng thực phẩm tại thành phố A thì chỉ có 80% số cơ sở kinh doanh thực phẩm tại thành phố này là đạt yêu cầu vệ sinh an toàn thực phẩm. Nhân tháng “vệ sinh an toàn thực phẩm”, người ta kiểm tra ngẫu nhiên 100 cơ sở sản xuất kinh doanh tại thành phố

- Tính xác suất để trong số các cơ sở được kiểm tra có không ít hơn 85 cơ sở đạt tiêu chuẩn
- Tính xác suất để trong số các cơ sở được kiểm tra có từ 75 đến 85 cơ sở đạt yêu cầu
- Nếu trong số các cơ sở được kiểm tra có 26 cơ sở không đạt yêu cầu thì với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng nhận định của cơ quan quản lý là đáng tin cậy?

Câu 3. Năng suất một giống lúa tại vùng A ký hiệu là X_A , tại vùng B ký hiệu là X_B là các biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn. Ở vùng A người ta thu hoạch ngẫu nhiên 55ha, thu được số liệu sau

Năng suất (tạ/ha)	25	26	27	28	29	30	31
Số ha	7	8	10	11	8	6	5

- Hãy tìm khoảng tin cậy đối xứng với hệ số tin cậy 95% cho mức năng suất trung bình ở vùng A
- Hãy tìm khoảng tin cậy với hệ số tin cậy 95% cho phương sai của mức năng suất lúa vùng A
- Thu hoạch một cách ngẫu nhiên 41 ha ở vùng B, tính được $\bar{x}_B = 30$ và $\sum_{i=1}^{41} (x_{Bi} - \bar{x}_B)^2 = 160$. Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng năng suất giống lúa này ở hai vùng là như nhau hay không?
- Giả sử rằng ở vùng B phương sai của X_B là 3, lấy mẫu ngẫu nhiên khác, kích thước 100, hãy tính xác suất để $\sum_{i=1}^{100} (x_{Bi} - \bar{x}_B)^2$ ít nhất bằng 270

Cho $P[U < 1,645] = 0,95$ $P[U < 1,96] = 0,975$
 $P[\chi^2(99) < 90] = 0,2702$ $P[\chi^2(54) > 76,192] = 0,025$ $P[\chi^2(54) > 35,568] = 0,975$

Đại học Kinh tế Quốc dân – 2000 – Đề thi Ngân sách

Câu 1. a. Một máy có hai bộ phận hoạt động độc lập. Xác suất bộ phận 1 bị hỏng là 0,1; xác suất để bộ phận 2 bị hỏng là 0,2. Chỉ cần ít nhất 1 bộ phận hỏng là máy ngừng hoạt động. Giả sử thấy máy ngừng hoạt động, hãy tìm xác suất của các biến cố sau:

- Bộ phận 1 bị hỏng

- Chỉ có một bộ phận bị hỏng

b. Một người tung 1 con xúc xắc cho đến khi được mặt 6 chấm thì dừng. Tìm xác suất để người đó:

- Phải tung 3 lần

- Phải tung một số chẵn lần

Câu 2. a. Độ dài chi tiết (tính bằng cm) do một máy tự động sản xuất là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn 9(cm). Được biết 84,13% chi tiết do máy sản xuất có độ dài không vượt quá 81(cm) thì xác suất để lấy ngẫu nhiên 3 chi tiết được ít nhất 1 chi tiết có độ dài không dưới 80(cm) là bao nhiêu?

b. Cho mẫu ngẫu nhiên kích thước $n : W = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ rút ra từ một tổng thể có trung bình μ và phương sai σ^2 . Xét ước lượng sau đây của μ :

$$\mu^* = \frac{2}{n(n+1)}(X_1 + 2X_2 + 3X_3 + \dots + nX_n) \quad \text{Hãy cho biết}$$

- Ước lượng μ^* có phải là một ước lượng không chệch của μ không? Tại sao?

- Với $n > 1$, μ^* có phải là ước lượng hiệu quả của μ không? Tại sao?

Câu 3. Định mức tiêu hao nhiên liệu cho một loại xe chạy trên cung đường AB là 14 lít. Do tình hình đường sá thay đổi, người ta đã theo dõi 100 chuyến xe và thu được số liệu sau

Lượng tiêu hao (lít)	10 – 12	12 – 14	14 – 16	16 – 18	18 – 20
Số chuyến xe	12	26	30	24	8

a. Với mức ý nghĩa 5% hãy nghiên cứu xem có cần thay đổi định mức không, biết rằng lượng tiêu hao nhiên liệu là đại lượng ngẫu nhiên phân bố chuẩn

b. Xe cần đưa vào kiểm tra kỹ thuật là xe có mức tiêu hao nhiên liệu trên 18 lít. Trên cơ sở số liệu đã điều tra, hãy ước lượng tỉ lệ tối thiểu các xe cần kiểm tra kỹ thuật với độ tin cậy 95%

Cho $P[U < 1,645] = 0,95$ $P[U < 1,96] = 0,975$ $U_{0,2877} = 0,56$ $U_{0,1507} = 1$

Đại học Kinh tế Quốc dân – 2000

Câu 1. Thống kê về mức độ hỏng và chi phí sửa chữa của hai loại động cơ A và B được số liệu dưới

Mức độ hỏng		1	2	3
Chi phí sửa chữa (triệu đồng/năm)	A	5,5	7,2	12,5
	B	6,0	7,5	10,8
Tỉ lệ hỏng (% / năm)	A	2	5	3
	B	1	4	5

- Theo anh (chị) nếu phải mua một trong hai loại động cơ trên thì xét về mặt kinh tế nên chọn mua loại nào, biết rằng giá bán của hai loại động cơ trên là như nhau?
- Một công ty đang sử dụng 6 động cơ loại A và 4 động cơ loại B. Tính chi phí sửa chữa trung bình hàng năm cho cả hai loại động cơ trên của công ty đó.

Câu 2. Chiều dài của chi tiết được gia công trên máy tự động là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo quy luật phân phối chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn 0,01mm. Chi tiết được coi là đạt tiêu chuẩn nếu kích thước thực tế của nó sai lệch so với kích thước trung bình không vượt quá 0,02mm.

- Tìm tỉ lệ chi tiết không đạt tiêu chuẩn.
- Xác định độ đồng đều cần thiết của sản phẩm để tỉ lệ chi tiết không đạt tiêu chuẩn chỉ còn 1%

Câu 3. Theo dõi tuổi thọ của 36 bóng đèn nhãn hiệu T và 36 bóng đèn nhãn hiệu E thu được số liệu sau:

	Bóng nhãn hiệu T	Bóng nhãn hiệu E
Tuổi thọ trung bình (giờ)	1250	1260
Độ lệch tiêu chuẩn	20	35

- Có thể nói tuổi thọ trung bình của hai loại bóng đèn là như nhau?
- Nếu chấp nhận ý kiến ở câu (a.) thì có thể coi chất lượng của hai loại bóng đèn là hoàn toàn như nhau hay không?

Giả thiết tuổi thọ hai loại bóng đèn trên là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn. Cho mức ý nghĩa 5%.

Câu 4. Công ty Phương Đông đã bán được 550000 chiếc tủ lạnh trên địa bàn kinh doanh của mình. Để xây dựng kế hoạch kinh doanh cho những năm tới, công ty tiến hành điều tra ngẫu nhiên 10000 hộ trên cùng địa bàn thì thấy có 5000 hộ có tủ lạnh trong đó có 575 hộ có tủ lạnh mang nhãn hiệu công ty. Hãy ước lượng số hộ đã có tủ lạnh trên địa bàn kinh doanh của công ty bằng khoảng tin cậy 95%. Giả thiết mỗi hộ nếu có thì chỉ mua một tủ lạnh.

Cho $P[U < 1,645] = 0,95$ $P[U < 1,96] = 0,975$ $P[F(35,35) < 2,05] = 0,975$

Đại học Kinh tế Quốc dân – 1999

Câu 1. a. Một lô hàng gồm a sản phẩm loại 1 và b sản phẩm loại 2 được đóng gói để gửi cho khách hàng. Nơi nhận đếm lại thấy thất lạc 1 sản phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng nhận được ra 1 sản phẩm thì thấy nó là sản phẩm loại 1. Tìm xác suất để sản phẩm bị thất lạc cũng là loại 1.

b. Độ dài một chi tiết máy được sản xuất trên dây chuyền tự động là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với trung bình 200mm và độ lệch chuẩn 20mm. Một mẫu gồm 25 chi tiết được lấy ra một cách ngẫu nhiên.

- Tìm xác suất để độ dài trung bình các chi tiết được lấy ra không nhỏ hơn 200mm
- Tìm xác suất để phương sai mẫu điều chỉnh ít nhất bằng $230(\text{mm})^2$.

Câu 2. Có hai hộp sản phẩm, hộp thứ nhất có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm, hộp thứ hai có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên một hộp và từ đó lấy ngẫu nhiên ra 3 sản phẩm. Tìm xác suất để sai lệch giữa số chính phẩm được và kỳ vọng toán của nó nhỏ hơn 1.

Câu 3. Độ lệch tiêu chuẩn của trọng lượng một loại sản phẩm là 0,1kg. Nghi ngờ độ đồng đều của trọng lượng sản phẩm giảm sút, người ta cân thử ngẫu nhiên 25 sản phẩm và thu được số liệu sau:

Trọng lượng (kg)	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
Số sản phẩm	2	4	15	3	1

Với mức ý nghĩa 5% hãy kết luận về điều nghi ngờ trên. Giả thiết trọng lượng sản phẩm là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn.

Câu 4. Có 2 lô hạt giống. Từ lô thứ nhất, người ta gieo ngẫu nhiên 850 hạt thấy có 680 hạt nảy mầm. Từ lô thứ hai gieo thử 1200 hạt thấy có 1020 hạt nảy mầm.

- a. Có thể coi tỉ lệ hạt giống nảy mầm của hai lô là khác biệt nhau không? Mức ý nghĩa 5%
- b. Hãy ước lượng tỉ lệ tối đa hạt giống nảy mầm của lô thứ hai với độ tin cậy 95%

Cho $P[U < 1,645] = 0,95$ $P[U < 1,96] = 0,975$
 $P[\chi^2(24) < 36,4] = 0,95$ $P[\chi^2(24) < 13,8] = 0,05$

Đại học Kinh tế Quốc dân - 1998

Câu 1. Tuổi thọ một loại bóng đèn là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với trung bình là 4,2 năm và độ lệch chuẩn là 1,5 năm. Khi bán một bóng đèn thì lãi 100 ngàn đồng, song nếu bóng đèn phải bảo hành thì lỗ 300 ngàn đồng. Vậy để tiền lãi trung bình khi bán mỗi bóng đèn là 30 ngàn đồng thì phải quy định thời gian bảo hành là bao nhiêu?

Câu 2. Một cây xăng có 3 máy bơm xăng. Tìm xác suất để trong 10 xe vào cây xăng thì có 3 xe đến bơm xăng ở máy thứ nhất

Câu 3. Nếu muốn ước lượng tỉ lệ phế phẩm của một máy với độ tin cậy 95% và sai số của ước lượng không quá 0,03 thì phải kiểm tra tối thiểu bao nhiêu sản phẩm là hợp lý?

Câu 4. Điều tra thu nhập hàng năm của 40 hộ gia đình ở một khu vực thu được số liệu sau

Thu nhập (trđ/năm)	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8
Số gia đình	1	3	4	6	8	7	6	3	2

- Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng số gia đình có thu nhập dưới 5 trđ/năm. Biết rằng khu vực có 80 gia đình.
- Nếu trước đó 2 năm thu nhập bình quân các hộ gia đình là 5,5trđ/năm thì với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng mức sống vật chất của khu vực đó đã được nâng lên hay không?

Biết thu nhập các gia đình phân phối chuẩn.

Câu 5. Lãi suất cổ phiếu của hai công ty A và B độc lập.

Công ty A: kỳ vọng 10,5%, độ lệch chuẩn 1,5%

Công ty B: kỳ vọng 11% độ lệch chuẩn 2,5%

Nếu mua cổ phiếu của cả 2 công ty thì nên mua theo tỉ lệ nào để

- Lãi suất kỳ vọng là lớn nhất
- Độ rủi ro (đo bằng phương sai) là nhỏ nhất

Cho $P[U < 1,645] = 0,95$ $P[U < 1,96] = 0,975$ $P[U < 0,56] = 0,825$