

CHUYÊN HẠ LONG**ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC LẦN 1****ĐỀ CHÍNH THỨC****Môn: TOÁN****(Đề thi gồm 01 trang)***Thời gian làm bài:: 180 phút***Câu 1** (4 điểm). Cho hàm số: $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C) của hàm số đã cho.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đó đi qua A(-1;-13)

Câu 2 (2 điểm). Tính nguyên hàm $\int x \left(e^{3x} + \frac{1}{x^2 + 1} \right) dx$ **Câu 3** (2 điểm).

1. Giải phương trình: $\log_3 x + 3\log_x 27 - 10 = 0$
2. Một đội văn nghệ có 15 người gồm 9 nam và 6 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 người đi hát đồng ca. Tính xác suất để trong 8 người được chọn có số nữ nhiều hơn số nam.

Câu 4 (2 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+1} + 3\sqrt{6-x}$ **Câu 5** (2 điểm). Cho hình chóp S.ABC có các mặt ABC và SBC là những tam giác đều cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 60° . Hình chiếu vuông góc của S xuống (ABC) nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a và tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) theo a.**Câu 6** (2 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(2;1;1), B(3;2;2) và mặt phẳng (P): $x + 2y - 5z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Xác định hình chiếu vuông góc của A xuống (P).**Câu 7** (2 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(2;6), B(1;1), C(6;3).

1. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
2. Tìm trên các cạnh AB, BC, CA các điểm K, H, I sao cho chu vi tam giác KHI nhỏ nhất.

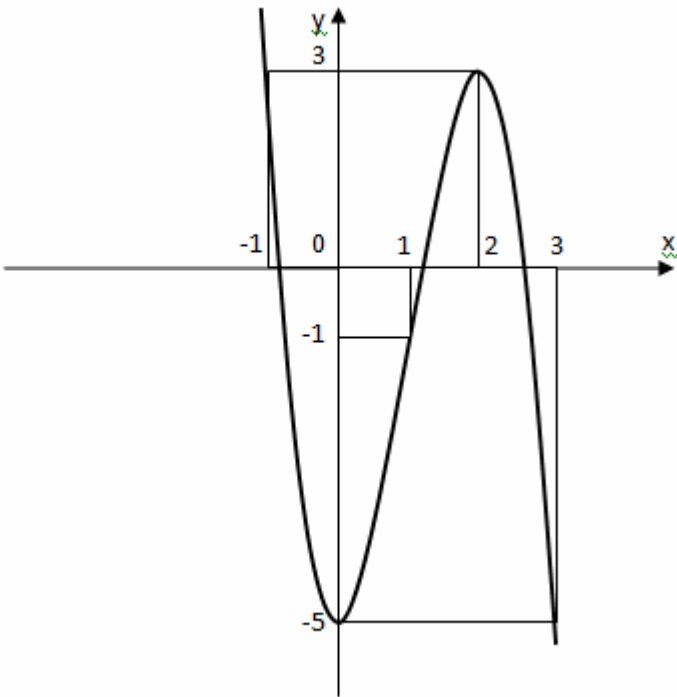
Câu 8 (2 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3y\sqrt{2+x} + 8\sqrt{2+x} = 10y - 3xy + 12 \\ 5y^3\sqrt{2-x} - 8 = 6y^2 + xy^3\sqrt{2-x} \end{cases}$$
Câu 9 (2 điểm). Chứng minh rằng: Với mọi ΔABC ta đều có

$$\left(\sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} \right) \left(\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} \right) \geq \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

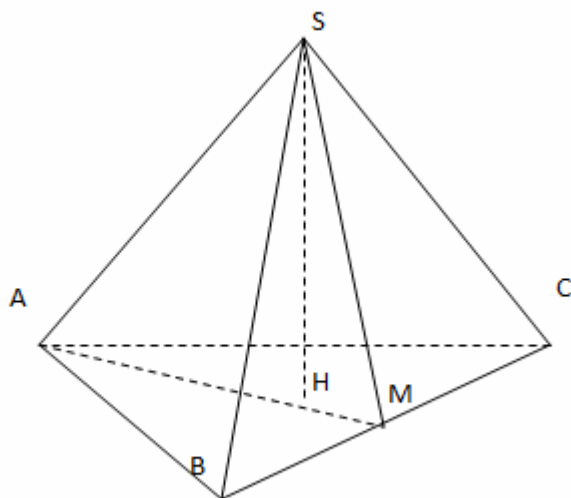
-----HẾT-----

SƠ LƯỢC ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu	Nội dung	Điểm																							
Câu 1	Cho hàm số: $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ (C) 1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ TXĐ = R $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ $y' = -6x^2 + 12x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table> y $+\infty$ -5 3 $-\infty$ Hàm số đồng biến trên $(0;2)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ Đồ thị hàm số có điểm cực đại là A(2;3), có điểm cực tiểu là B(0;-5) $y'' = -12x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ y'' đổi dấu khi x qua 1 $\Rightarrow$ đồ thị hàm số có điểm uốn U(1;-1) Chính xác hóa đồ thị: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>-1</td></tr><tr><td>y</td><td>-5</td><td>3</td><td>-1</td><td>-5</td><td>3</td></tr></table> Đồ thị hàm số nhận U(1;-1) làm tâm đối xứng	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	x	0	2	1	3	-1	y	-5	3	-1	-5	3	0,5 0,5 0,5
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																					
y'	-	0	+	0	-																				
x	0	2	1	3	-1																				
y	-5	3	-1	-5	3																				

		0,5
	2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đó đi qua $A(-1;-13)$ Giả sử tiếp tuyến cần tìm tiếp xúc với đồ thị hàm số tại $B(x_0; f(x_0))$ Phương trình tiếp tuyến tại B: $y = (-6x_0^2 + 12x_0)(x - x_0) - 2x_0^3 + 6x_0^2 - 5 \quad (\Delta)$ ▴ đi qua $A(-1;-13) \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2(x_0 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -2 \end{cases}$ Có hai tiếp tuyến cần tìm: $\Delta_1 : y = 6x - 7$ $\Delta_2 : y = -48x - 61$	0,5 0,5 1
Câu 2	Tính nguyên hàm $\int x \left(e^{3x} + \frac{1}{x^2 + 1} \right) dx$ $A = \int x \left(e^{3x} + \frac{1}{x^2 + 1} \right) dx = \int x e^{3x} dx + \int \frac{x}{x^2 + 1} dx$ Tính $A_1 = \int x e^{3x} dx$ đặt $\begin{cases} u = x \\ e^{3x} dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{3} e^{3x} \end{cases}$ $= \frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{3} \int e^{3x} dx = \frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C_1$ Tính $A_2 = \int \frac{x dx}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \ln x^2 + 1 + C_2$ Vậy $A = \frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + \frac{1}{2} \ln x^2 + 1 + C$	0,25 0,25 0,5 0,5 0,5

xuống (ABC) nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a và tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).



Gọi M là trung điểm của BC

Lập luận được góc giữa (SBC) và (ABC) là góc $\angle SMA = 60^\circ$

▲ SAM đều cạnh bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow dt\Delta SAM = \frac{3\sqrt{3}a^2}{16}$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot dt\Delta SAM = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$$

$$dt\Delta SAC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{39}}{16}$$

$$d(B; (SAC)) = \frac{3V_{B.SAC}}{dt\Delta SAC} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{16}}{\frac{a^2\sqrt{39}}{16}} = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$$

Câu 6 Cho $A(2;1;1)$, $B(3;2;2)$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 5z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua AB và vuông góc với mặt phẳng (P). Xác định hình chiếu vuông góc của A xuống (P).

Chọn $\vec{n}_\alpha = \vec{AB} \wedge \vec{n}_p = (-7; 6; 1)$

$\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (α): $-7(x-2) + 6(y-1) + 1(z-1) = 0$

Hay $-7x + 6y + z + 7 = 0$

Gọi $A'(x_0; y_0; z_0)$ là hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng (P), Ta có:

$A' \in (P)$ và $\vec{AA'}, \vec{n}_p$ cùng phương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2y_0 - 5z_0 - 3 = 0 \\ \frac{x_0 - 2}{1} = \frac{y_0 - 1}{2} = \frac{z_0 - 1}{-5} \end{cases} \Rightarrow A' \left(\frac{32}{15}; \frac{19}{15}; \frac{1}{3} \right)$$

Câu 7

Cho tam giác ABC có $A(2;6)$, $B(1;1)$, $C(6;3)$.

a)Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Gọi phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

$$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0, (a^2 + b^2 - c > 0).$$

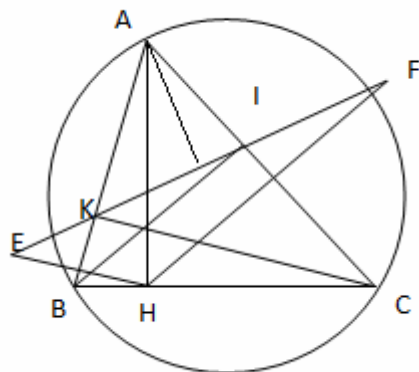
Ta có

$$\begin{cases} 4 + 36 + 4a + 12b + c = 0 \\ 1 + 1 + 2a + 2b + c = 0 \\ 36 + 9 + 12a + 6b + c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{-139}{46}; b = \frac{-147}{46}; c = \frac{240}{23} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy pt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $x^2 + y^2 - \frac{139}{23}x - \frac{147}{23}y + \frac{240}{23} = 0$.

b) Tìm trên các cạnh AB, BC, CA các điểm K, H, I sao cho chu vi tam giác KHI nhỏ nhất.



$A(2;6)$, $B(1;1)$, $C(6;3)$

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-1;-5)$; $\overrightarrow{AC}(4;-3)$; $\overrightarrow{BC}(5;2) \Rightarrow AB = \sqrt{26}$; $AC = 5$; $BC = \sqrt{29}$

$BC > AB > AC \Rightarrow \hat{A} > \hat{C} > \hat{B}$, mà $\cos A > 0 \Rightarrow \triangle ABC$ nhọn.

Gọi E, F lần lượt đối xứng với H qua AB, AC. Ta có:

$AE = AH = AF$, suy ra tam giác AEF cân tại A và $\widehat{EAF} = 2\hat{A}$.

Chu vi $\triangle HIK = KE + KJ + IF \geq EF$

Gọi M là trung điểm EF, trong tam giác vuông AME, ta có

$$ME = AE \cdot \sin A = AH \sin A$$

Suy ra: Chu vi tam giác HKI là

0,5

0,25

0,25

0,25

	$KE + KJ + IF \geq EF$ $EF = 2 \sin A \cdot AH \geq 2 \sin A \cdot d(A, BC) = \frac{2dt\Delta ABC}{R}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow$ H là chân đường cao kẻ từ A xuống BC và K, I là giao điểm của EF với AB, AC. Ta chứng minh: $\widehat{IHF} + \widehat{CHF} = \hat{A}$. Có: $\widehat{IHF} = \widehat{AHF} - \widehat{AHI} = \widehat{AHF} - \widehat{AFI} = \widehat{AHF} - \frac{1}{2}(180^\circ - 2\hat{A}) = \hat{C} - 90^\circ + \hat{A}$ $\widehat{FHC} = 90^\circ - \hat{C}$, suy ra: $\widehat{IHF} + \widehat{CHF} = \hat{A}$, suy ra tứ giác ABHI nội tiếp, suy ra $\widehat{AIB} = \widehat{AHB} = 90^\circ$, suy ra I là chân đường cao tam giác ABC kẻ từ B. Tương tự có K là chân đường cao của C xuống AB. Phương trình các đường thẳng $(AB): 5x - y - 4 = 0; (AC): 3x + 4y - 30 = 0; (BC): 2x - 5y + 3 = 0$ $(AH): 5x + 2y - 22 = 0; (BI): 4x - 3y - 1 = 0; (CK): x + 5y - 21 = 0$ $H\left(\frac{104}{29}; \frac{59}{29}\right)$ Suy ra: $K\left(\frac{41}{26}; \frac{101}{26}\right)$ $I\left(\frac{94}{25}; \frac{117}{25}\right)$	0,25 0,25 0,25
Câu 8	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3y\sqrt{2+x} + 8\sqrt{2+x} = 10y - 3xy + 12 \\ 5y^3\sqrt{2-x} - 8 = 6y^2 + xy^3\sqrt{2-x} \end{cases}$ Điều kiện: $x \in [-2; 2]$ Nhận xét $y = 0$ không thỏa mãn phương trình (2) $(2) \Leftrightarrow (\sqrt{2-x})^3 + 3\sqrt{2-x} = \left(\frac{2}{y}\right)^3 + 3\left(\frac{2}{y}\right) (*)$ Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t$ trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $(*) \Leftrightarrow f(\sqrt{2-x}) = f\left(\frac{2}{y}\right) \Leftrightarrow \sqrt{2-x} = \frac{2}{y}$ thế vào (1) $(1) \Leftrightarrow 3y\sqrt{2+x} + 8\sqrt{2+x} = 10y - 3xy + 12$ $\Leftrightarrow 3\sqrt{2+x} + 4\sqrt{2+x}\sqrt{2-x} = 10 - 3x + 6\sqrt{2-x}$ $\Leftrightarrow 3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} + 4\sqrt{4-x^2} + 3x - 10 = 0 \quad (**)$ Đặt $\sqrt{2+x} - 2\sqrt{2-x} = t \Rightarrow t^2 = 10 - 3x - 4\sqrt{4-x^2}$	0,5 0,5 0,5

	Phương trình (**) trở thành $3t - t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 3 \end{cases}$ - Với $t=0$: $x = \frac{6}{5}$ $y = \sqrt{5}$ - Với $t=3$: $\sqrt{2+x} - 2\sqrt{2-x} = 3$, phương trình vô nghiệm, vì vế trái ≤ 2	0,25 0,25
Câu 8	<i>Chứng minh rằng: Với mọi ΔABC ta đều có</i> $\left(\sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} \right) \left(\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} \right) \geq \frac{9\sqrt{3}}{2}$ Ta có : $\frac{A}{2}, \frac{B}{2}, \frac{C}{2} \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right)$ nên $\sin \frac{A}{2}, \sin \frac{B}{2}, \sin \frac{C}{2}, \cos \frac{A}{2}, \cos \frac{B}{2}, \cos \frac{C}{2} > 0$ $\sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} \geq 3 \sqrt[3]{\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}} \geq 0$ $\begin{aligned} & \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} \\ &= \frac{\sin \frac{A}{2} (\sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{B}{2})}{2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}} \\ &+ \frac{\sin \frac{B}{2} (\sin \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2})}{2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}} \\ &+ \frac{\sin \frac{C}{2} (\sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{A}{2})}{2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}} \\ &= \frac{\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}}{2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}} \\ &\geq 3 \sqrt[3]{\frac{\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}}{2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}}} \\ &..... \\ &\left(\sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} \right) \left(\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} \right) \geq \frac{9}{2} \sqrt[3]{\cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}} \end{aligned}$	0,5

	Lại có $\cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2} \geq 3\sqrt{3}$ $\left(\sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} \right) \left(\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} \right) \geq \frac{9\sqrt{3}}{2}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \triangle ABC$ đều	0,5
		0,5
		0,5