

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (1).

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b. Gọi M là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng -1. Tìm m để tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d: y = (m^2 + 5)x + 3m + 1$.

Câu 2 (1,0 điểm).

a. Giải phương trình $\cos 3x + 2\sin 2x - \cos x = 0$.

b. Giải phương trình $5^x + 5^{1-x} - 6 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_0^1 (x + e^{2x})x dx$.

Câu 4 (1,0 điểm).

a. Giải phương trình $2\log_3(4x - 3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 2$.

b. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 = C_n^3$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Newton của $(2 + x)^n$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $BD = 2a$; tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD) .

Câu 6 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có N là trung điểm của cạnh CD và đường thẳng BN có phương trình là $13x - 10y + 13 = 0$; điểm $M(-1; 2)$ thuộc đoạn thẳng AC sao cho $AC = 4AM$. Gọi H là điểm đối xứng với N qua C . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D , biết rằng $3AC = 2AB$ và điểm H thuộc đường thẳng $\Delta: 2x - 3y = 0$.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 1; 5)$, mặt phẳng

$(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$. Tính khoảng cách từ A đến

(P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A , vuông góc với (P) và song song với d .

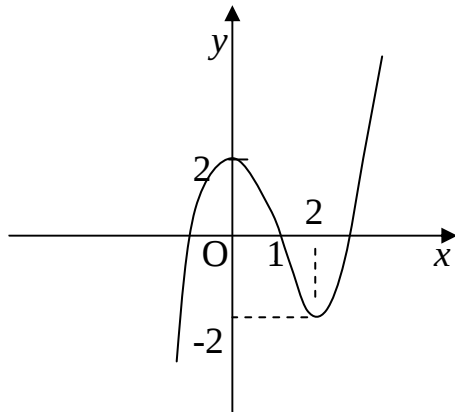
Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + (y^2 - y - 1)\sqrt{x^2 + 2} - y^3 + y + 2 = 0 \\ \sqrt[3]{y^2 - 3} - \sqrt{xy^2 - 2x - 2} + x = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

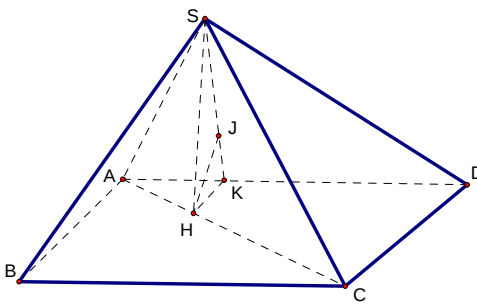
Câu 9 (1,0 điểm). Cho a là số thực thuộc đoạn $[1; 2]$. Chứng minh rằng

$$(2^a + 3^a + 4^a)(6^a + 8^a + 12^a) < 24^{a+1}$$

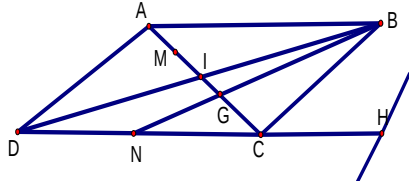
—————HẾT—————

Họ và tên thí sinh : ; Số báo danh :

Câu	Nội dung	Điểm																					
1.a	Ta có $y = x^3 - 3x^2 + 2$. +) Tập xác định: $\mathbb{R}$. +) Sự biến thiên: ♦ Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																					
	♦ Giới hạn, tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. ♦ Cực trị: Đồ thị hàm số đạt cực đại tại $(0; 2)$, cực tiểu tại $(2; -2)$ ♦ Hàm số đb trên mỗi khoảng $(-\infty; 0); (2; +\infty)$, nghịch biến trên $(0; 2)$	0,25																					
	♦ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td>-2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y			2		-2		$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																		
y'		+	0	-	0	+																	
y			2		-2		$+\infty$																
Đồ thị: Đồ thị cắt Ox tại $(1; 0)$, cắt Oy tại $(0; 2)$ 	0,25																						
1.b	Ta có $M(-1; -2)$.	0,25																					
	Pttt của (C) tại M là $\Delta: y = y'(-1)(x+1) - 2$ hay $\Delta: y = 9x + 7$.	0,25																					
	$\Delta // d \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 5 = 9 \\ 3m + 1 \neq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$	0,5																					
2.a	$\cos 3x + 2\sin 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow 2\sin 2x(1 - \sin x) = 0$	0,25																					

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$	0,25
2.b	$5^x + 5^{1-x} - 6 = 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 6.5^x + 5 = 0$	0,25
	$\begin{cases} 5^x = 5 \\ 5^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$	0,25
3	$I = \int_0^1 (x + e^{2x})x dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 xe^{2x} dx = I_1 + I_2$ $I_1 = \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$	0,5
	Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases}$ Ta có $\begin{cases} du = dx \\ v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$	0,25
	$I_2 = \frac{xe^{2x}}{2} \Big _0^1 - \int_0^1 \frac{e^{2x}}{2} dx = \left(\frac{xe^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} \right) \Big _0^1 = \frac{e^2 + 1}{4}. \text{ Vậy } I = \frac{3e^2 + 7}{12}$	0,25
4.a	ĐK: $x > \frac{3}{4}$. PT $\Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 - \log_3(2x+3) = 2 \Leftrightarrow \log_3 \frac{(4x-3)^2}{2x+3} = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow 8x^2 - 21x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = -\frac{3}{8}$. Đối chiếu ĐK ta được nghiệm $x=3$	0,25
4.b	ĐK: $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 3$. Ta có $5C_n^1 = C_n^3 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 28 = 0 \Leftrightarrow n = 7 \text{ hoặc } n = -4$ (Loại)	0,25
	$(2+x)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k 2^{7-k} x^k$. Sh chứa x^5 ứng với $k=5$. Hệ số của x^5 là $C_7^5 2^2 = 84$.	0,25
5		0,5
	Kẻ $SH \perp AC (H \in AC)$. Do $(SAC) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ $SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = a; SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 2a^2$ $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Ta có $AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \frac{a}{2} \Rightarrow CA = 4HA \Rightarrow d(C, (SAD)) = 4d(H, (SAD))$. Do $BC \parallel (SAD) \Rightarrow d(B, (SAD)) = d(C, (SAD)) = 4d(H, (SAD))$. Kẻ $HK \perp AD (K \in AD), HJ \perp SK (J \in SK)$	0,5

– Đề Thi Thử Đại Học

	Cm được $(SHK) \perp (SAD)$ mà $HJ \perp SK \Rightarrow HJ \perp (SAD) \Rightarrow d(H, (SAD)) = HJ$ ΔAHK vuông cân tại $K \Rightarrow HK = AH \sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ $\Rightarrow HJ = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$ Vậy $d(B, (SAD)) = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$	
6	$d(M, BN) = \frac{ 13(-1) - 10 \cdot 2 + 13 }{\sqrt{13^2 + 10^2}} = \frac{20}{\sqrt{269}};$ $H \in \Delta \Leftrightarrow H(3a; 2a)$ 	0,25
	Gọi I là tâm $ABCD$, G là giao điểm của AC và BN. Ta thấy G là trọng tâm ΔBCD. Suy ra $CG = \frac{2}{3}CI = \frac{1}{3}AC$ mà $AM = \frac{1}{4}AC \Rightarrow MG = \frac{5}{12}AC \Rightarrow CG = \frac{4}{5}MG$ $\Rightarrow d(C, BN) = \frac{4}{5}d(M, BN) = \frac{16}{\sqrt{269}} \Rightarrow d(H, BN) = 2d(C, BN) = \frac{32}{\sqrt{269}}$ $\Leftrightarrow \frac{ 13 \cdot 3a - 10 \cdot 2a + 13 }{\sqrt{269}} = \frac{32}{\sqrt{269}} \Leftrightarrow a = 1$ hoặc $a = \frac{-45}{19}$ Vì H và M nằm khác phía đối với đường thẳng BN nên $H(3; 2)$	0,25
	Ta thấy $CM = \frac{3AC}{4} = \frac{2AB}{4} = \frac{2CD}{4} = \frac{CD}{2} = CN = CH \Rightarrow \Delta MHN$ vuông tại M. MH có pt $y - 2 = 0 \Rightarrow MN : x + 1 = 0 \Rightarrow N(-1; 0) \Rightarrow C(1; 1), D(-3; -1)$	0,25
	Do $\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{MA} \Rightarrow A(\frac{-5}{3}; \frac{7}{3}) \Rightarrow I(\frac{-1}{3}; \frac{5}{3}) \Rightarrow B(\frac{7}{3}; \frac{13}{3})$. Vậy $A(\frac{-5}{3}; \frac{7}{3}), B(\frac{7}{3}; \frac{13}{3}), C(1; 1), D(-3; -1)$.	0,25
7	$d(A, (P)) = \frac{ 2(-2) - 2 \cdot 1 + 1 \cdot 5 - 1 }{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{2}{3}$	0,5
	(P) có vtpt là $\vec{n}_p = (2; -2; 1)$, d có vtcp là $\vec{u}_d = (2; 3; 1)$, $[\vec{n}_p, \vec{u}_d] = (-5; 0; 10)$	0,25
	Theo giả thiết suy ra (Q) nhận $\vec{n} = \frac{-1}{5}[\vec{n}_p, \vec{u}_d] = (1; 0; -2)$ làm vtpt Suy ra $(Q): x - 2z + 12 = 0$	0,25
8	ĐK: $y^2 - 2 \geq 0; xy^2 - 2x - 2 \geq 0$. $x^2 + (y^2 - y - 1)\sqrt{x^2 + 2} - y^3 + y + 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 2} - y)(y^2 + \sqrt{x^2 + 2} - 1) = 0$ $y = \sqrt{x^2 + 2} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y^2 = x^2 + 2 \end{cases}$ (Do $y^2 + \sqrt{x^2 + 2} - 1 > 0 \forall x, y$)	0,5
	Thay $y^2 = x^2 + 2$ vào PT thứ hai của hệ ta được pt sau với ĐK: $x \geq \sqrt[3]{2}$	0,25

	$\sqrt[3]{x^2-1}-\sqrt{x^3-2}+x=0 \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x^2-1}-2)+x-3=\sqrt{x^3-2}-5$ $\Leftrightarrow (x-3)\left[\frac{x+3}{\sqrt[3]{(x^2-1)^2}+2\sqrt[3]{x^2-1}+4}+1\right]=\frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{\sqrt{x^3-2}+5}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ \frac{x+3}{\sqrt[3]{(x^2-1)^2}+2\sqrt[3]{x^2-1}+4}+1=\frac{x^2+3x+9}{\sqrt{x^3-2}+5} \quad (*) \end{cases}$	
	Ta thấy +) $\frac{x^2+3x+9}{\sqrt{x^3-2}+5} > 2 \Leftrightarrow x^2+3x-1 > 2\sqrt{x^3-2} \Leftrightarrow (x^2+3x-1)^2 > 4(x^3-2)$ $\Leftrightarrow (x^2+x)^2+(x-3)^2+5x^2 > 0 \quad \forall x$ +) $\frac{x+3}{\sqrt[3]{(x^2-1)^2}+2\sqrt[3]{x^2-1}+4}+1 < 2 \Leftrightarrow \sqrt[3]{(x^2-1)^2}+2\sqrt[3]{x^2-1}+1 > x \quad (**)$ Đặt $t = \sqrt[3]{x^2-1}, t > 0$. Khi đó (**) trở thành $t^2+2t+1 > \sqrt{t^3+1} \Leftrightarrow (t^2+2t+1)^2 > t^3+1 \Leftrightarrow t^4+3t^3+6t^2+4t > 0$ Đúng $\forall t > 0$. Suy ra (*) vô nghiệm Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(3;\sqrt{11})$	0,25
9	BDT $\Leftrightarrow (2^a+3^a+4^a)\left(\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\frac{1}{4^a}\right) < 24$	0,25
	Do $a \in [1;2] \Rightarrow 2 \leq 2^a \leq 4; 3 \leq 3^a \leq 9; 4 \leq 4^a \leq 16$ $\Rightarrow 2 \leq 2^a < 16; 2 < 3^a < 16; 2 < 4^a \leq 16$. Với $x \in [2;16]$, ta có $(x-2)(x-16) \leq 0 \Leftrightarrow x^2-18x+32 \leq 0 \Leftrightarrow x-18+\frac{32}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{32}{x} \leq 18-x$	0,25
	Từ đó suy ra $32\left(\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\frac{1}{4^a}\right) < 54-(2^a+3^a+4^a)$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\frac{1}{4^a} < \frac{54-(2^a+3^a+4^a)}{32}$ Khi đó $(2^a+3^a+4^a)\left(\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\frac{1}{4^a}\right) < \frac{(2^a+3^a+4^a)[54-(2^a+3^a+4^a)]}{32}$ $\leq \frac{1}{32} \left[\frac{[2^a+3^a+4^a+54-(2^a+3^a+4^a)]^2}{2} \right] = \frac{729}{32} < 24$	0,5