

TRƯỜNG THPT YÊN PHONG SỐ 2**KÌ THI THỬ THPT QUỐC GIA - LẦN 1 NĂM HỌC 2014 - 2015****MA TRẬN ĐỀ - MÔN TOÁN**

<i>Chủ đề</i>	<i>Nhận biết</i>	<i>Thông hiểu</i>	<i>Vận dụng 1</i>	<i>Vận dụng 2</i>	<i>Tổng</i>
Khảo sát hàm số		1 ý 2 điểm			1 ý 2 điểm
Bài toán liên quan tới khảo sát hàm số	1 ý 1 điểm				1 ý 1 điểm
PT, BPT, HPT	1 ý 1 điểm			1 ý 1 điểm	2 ý 2 điểm
Tổ hợp, Xác suất, Thống kê	1 ý 1 điểm				1 ý 1 điểm
Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất		1 ý 1 điểm			1 ý 1 điểm
Hình học không gian tổng hợp	1 ý 1 điểm		1 ý 1 điểm		2 ý 2 điểm
Hình học giải tích			1 ý 1 điểm		1 ý 1 điểm
<i>Tổng</i>	4 ý 4 điểm	2 ý 3 điểm	2 ý 2 điểm	1 ý 1 điểm	9 ý 10 điểm

Câu 1 (3 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (*).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (*).
2. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d có phương trình $y = 2014 - 3x$.

Câu 2 (3 điểm).

1. Giải phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$.
2. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số phân biệt?
3. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = e^x(x^2 - x - 5)$ trên đoạn $[1; 3]$.

Câu 3 (2 điểm). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Cạnh bên tạo với mặt đáy ($ABCD$) một góc 60° .

1. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SA, CD .
2. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Câu 4 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; 1)$, đường thẳng BC có phương trình $y = 0$, đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ có phương trình $y = x - 2$, điểm $M(-6; -2)$ thuộc đường thẳng AB . Tính diện tích tam giác ABC .

Câu 5 (1 điểm). Giải hệ phương trình

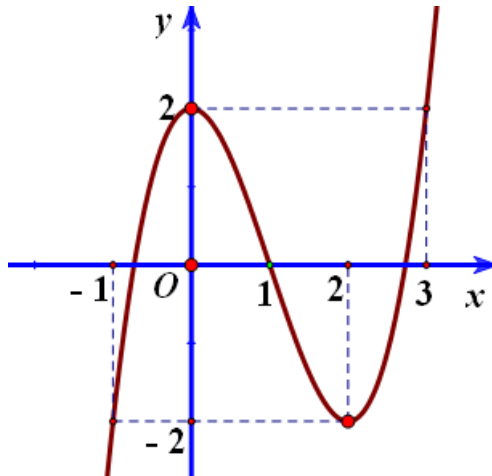
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x^2 - xy + 1} + \sqrt[3]{y^2 - xy + 1} - 2 = 2(x - y)^2 \\ (16xy - 5)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 4 = 0 \end{cases}.$$

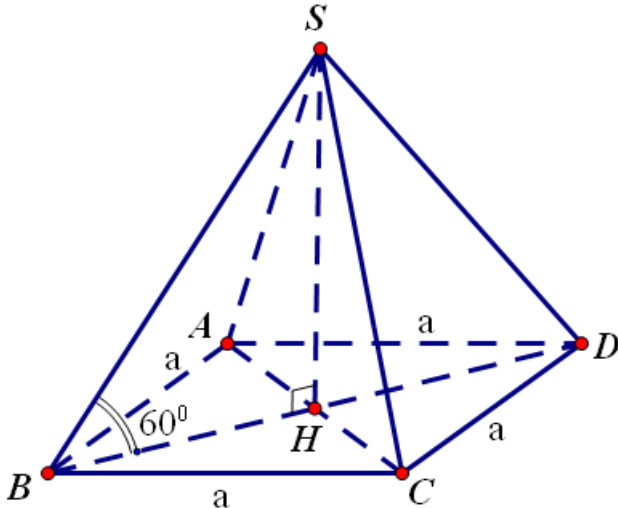
HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																		
1			3,00																		
	1	Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	2,00																		
		• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.	0,25																		
		• Sự biến thiên: Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ và đồng biến trên $(-\infty; 0), (2; +\infty)$.	0,50																		
		• Cực trị: $x_{\text{CD}} = 0, y_{\text{CD}} = y(0) = 2; x_{\text{CT}} = 2, y_{\text{CT}} = y(2) = -2$.	0,25																		
		• Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$.	0,25																		
		• Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$		2		-2	$+\infty$
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$															
y	$-\infty$		2		-2	$+\infty$															
	• Đồ thị: Bảng một số giá trị (Tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(1; 0)$) <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>y</td><td>-2</td><td>2</td><td>0</td><td>-2</td><td>2</td></tr></table> 	x	-1	0	1	2	3	y	-2	2	0	-2	2	0,50							
x	-1	0	1	2	3																
y	-2	2	0	-2	2																
2		Viết phương trình tiếp tuyến...	1,00																		

		Gọi $M(x_0, y_0)$ là điểm thuộc đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có dạng $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0.$	0,25
		Vì tiếp tuyến song song với $d : y = 2014 - 3x$ nên $y'(x_0) = -3 \Leftrightarrow x_0 = 1.$	0,25
		Với $x_0 = 1$ thì $y_0 = 1^3 - 3.1^2 + 2 = 0$.	0,25
		Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = -3(x - 1) + 0 \Leftrightarrow y = -3x + 3$.	0,25
2			3,00
	1	Giải phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$.	1,00
		Ta có PT $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin(x - \frac{\pi}{3}) = 1$	0,50
		$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.	0,50
	2	Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập được ...	1,00
		Số tự nhiên có 2 chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $a \in \{1, 2, 3, 4\}, b \in \{0, 1, 2, 3, 4\}, a \neq b$.	0,50
		Có 4 cách chọn chữ số a . Với mỗi cách chọn a có 4 cách chọn chữ số b . Theo quy tắc nhân, có tất cả $4.4 = 16$ số số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu của bài toán.	0,50
	3	Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = e^x(x^2 - x - 5)$ trên $[1; 3]$	1,00
		Ta có $y' = e^x(x^2 + x - 6)$. Và $y' = 0$ khi $x = 2 \in [1; 3], x = -3 \notin [1; 3]$.	0,50
		Tính toán ta được $y(1) = -5e, y(2) = -3e^2, y(3) = e^3$.	0,25
		Vậy $\max_{[1;3]} y = y(3) = e^3$ và $\min_{[1;3]} y = y(2) = -3e^2$.	0,25
3			2,00
	1	Tính $d(SA, CD)$	1,50
			0,25

		Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên H là tâm của hình vuông $ABCD$. Vậy H chính là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD . Đường cao của hình chóp là SH . Cạnh bên SB cắt mặt đáy $(ABCD)$ tại B . Vậy góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SBH} = 60^0$.	0,25
		Ta có $BH = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{BC^2 + CD^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.	0,25
		Tam giác SHB vuông tại H nên $SH = BH \cdot \tan \widehat{SBH} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^0 = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$	0,25
		Gọi M là trung điểm của AB và N là hình chiếu vuông góc của H trên SN . Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có $\frac{1}{NH^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{6}}{14}$. Chứng minh được $HN \perp (SAB)$.	0,25
		Vì $CD \parallel (SAB)$ nên $d(SA, CD) = d(CD, (SAB)) = 2 \cdot d(H, (SAB))$. Vậy $d(SA, CD) = 2 \cdot HN = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$.	0,25
2		Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$	0,50
		Diện tích hình vuông là $\mathcal{B} = AB^2 = a^2$ (đvdt).	0,25
		Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}\mathcal{B} \cdot SH = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{6}$ (đvtt).	0,25
4		Tính diện tích tam giác ABC	1,00
		Vì AB đi qua A và M nên đường thẳng AB có phương trình $y = \frac{1}{3}x$. Ta có $AB \cap BC = B(0; 0)$.	0,25
		Gọi d là đường thẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng $y = x - 2$. Phương trình của d là $y = -x$. Giao điểm của hai đường thẳng $y = x - 2$ và $y = -x$ là $H(1; -1)$. Gọi B' là điểm đối xứng với B qua đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ thì B' nằm trên đường thẳng AC và H là trung điểm của BB' . Tìm ra $B'(2; -2)$. Đường thẳng AC đi qua A, B' nên có phương trình $y = 3x - 8$. Như vậy $AC \cap BC = C\left(\frac{8}{3}; 0\right)$.	0,50
		Dễ thấy $BC = \frac{8}{3}$, $h = d(A, BC) = 1$. Vậy $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot BC = \frac{4}{3}$ (đvdt).	0,25
5		Giải hệ phương trình ...	1,00
		ĐK: $x \geq 0, y \geq 0$. Đặt $u = \sqrt[3]{x^2 - xy + 1}$, $v = \sqrt[3]{y^2 - xy + 1} \Rightarrow 2(x - y)^2 = 2(u^3 + v^3) - 4$. Từ đây suy ra $u^3 + v^3 \geq 2$ (1).	0,25

	Phương trình đầu của hệ trở thành $u + v - 2 = 2(u^3 + v^3) - 4 \Leftrightarrow \frac{u^3 + v^3}{2} = \frac{u + v + 2}{4}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $u + v \geq 2 > 0$ (3). Ta chứng minh được $\frac{u^3 + v^3}{2} \geq \left(\frac{u + v}{2}\right)^3$ (4), với mọi u, v thỏa mãn (3). Đẳng thức ở (4) xảy ra khi $u = v$. Từ (2) và (4) dẫn tới $\frac{u + v + 2}{4} \geq \left(\frac{u + v}{2}\right)^3 \Leftrightarrow (u + v - 2)((u + v + 1)^2 + 1) \leq 0 \Leftrightarrow u + v \leq 2$ (5).	0,25
	Từ (3), (5) $\Rightarrow u + v = 2$. Từ đây và (2) suy ra $u^3 + v^3 = 2$ hay $(x - y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = y$. Thử lại, thấy $x = y$ thỏa mãn phương trình đầu của hệ. Vậy $\sqrt[3]{x^2 - xy + 1} + \sqrt[3]{y^2 - xy + 1} - 2 = 2(x - y)^2 \Leftrightarrow x = y$.	0,25
	Thế $y = x$ vào phương trình thứ hai trong hệ phương trình đã cho, ta được $(16x^2 - 5)\sqrt{x} + 2 = 0$ (6). Ta thấy $x = 0$ không là nghiệm của (6). Với $x > 0$ thì (6) trở thành $8x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{5}{2}$ (7). Áp dụng BDT Côsi (Cauchy) $8x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} = 8x^2 + \frac{1}{4\sqrt{x}} + \frac{1}{4\sqrt{x}} + \frac{1}{4\sqrt{x}} + \frac{1}{4\sqrt{x}} \geq \frac{5}{2}.$ Nên (7) $\Leftrightarrow 8x^2 = \frac{1}{4\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$. Dẫn tới (6) $\Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$. Tức là HPT $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{4}$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. <i>Ghi chú:</i> Để giải phương trình (6) ta có thể đặt $t = 2\sqrt{x}$, $t \geq 0$, khi đó (6) trở thành $t^5 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)^2(t^3 + 2t^2 + 3t + 4) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ (do $t \geq 0$). Từ đó tìm ra $x = y = \frac{1}{4}$.	0,25