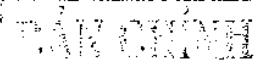


ĐỀ THI CHÍNH THỨC

CUỘC THI GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CÀM TAY
NĂM 2016

Môn: Toán Lớp: 12 Cấp THPT hệ GDTX

Thời gian thi: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi : 30/3/2016

Chú ý: Nếu không có yêu cầu riêng, kết quả của bài toán làm tròn đến 4 chữ số thập phân

Bài 1. (10 điểm).

Câu 1. Giải phương trình: $1,9815x^2 + 6,8321x + 1,0581 = 0$

Câu 2. Một doanh nghiệp khi xuất khẩu hai loại hàng hóa sang thị trường Mỹ phải chịu mức áp thuế nhập khẩu là 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai, do đó tổng giá thành của cả 2 loại mặt hàng này lên tới 191 tỷ đồng. Khi Hiệp định Đối tác xuyên Thái Bình Dương (TPP) có hiệu lực và mức thuế nhập khẩu vào thị trường Mỹ của cả hai loại hàng hóa này là 0% thì tổng giá thành sản phẩm của hai loại mặt hàng này lúc đó chỉ còn là 175 tỷ đồng. Tính giá thành sản phẩm của mỗi loại hàng hóa trên (tỷ đồng) khi mức thuế nhập khẩu là 0%.

Bài 2. (10 điểm). Đồ thị của hàm số $y = \frac{5}{4}x^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua các điểm A(1; -3), B(2; 3) và C(-1; 5).

a) Tính đúng giá trị các hệ số b, c, d.

b) Tính tọa độ các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số trên.

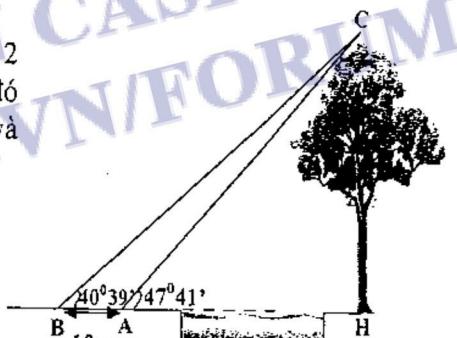
Bài 3. (10 điểm)

Câu 1. Cho bốn số nguyên, nếu cộng 3 trong 4 số đó ta được các số 2129, 2130, 4062, 4102. Tìm số bé nhất trong bốn số đó.

Câu 2. Để đo chiều cao của một cây Xà Cù, bạn Bình chọn 2 điểm A và B cách nhau 10 m và thẳng hàng với gốc cây, sau đó Bình dùng giác kế đo được các góc A và B lần lượt là $47^{\circ}41'$ và $40^{\circ}39'$ (như hình vẽ). Cây Xà Cù cao bao nhiêu mét?

Bài 4. (10 điểm)

$$\text{Câu 1. Tính tích phân: } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 2}{\cos x(\sin x + 3 \cos x)} dx$$



Câu 2. Dân số khu vực Đồng bằng sông Hồng năm 2009 là khoảng 19,6 triệu người. Đến năm 2015 dân số khu vực này là khoảng 20,8 triệu người.

a. Hỏi tốc độ tăng dân số trung bình của khu vực Đồng bằng sông Hồng là bao nhiêu phần trăm?

b. Với tần suất tăng dân số trung bình hằng năm như vậy, đến năm 2020 dân số khu vực Đồng bằng sông Hồng là bao nhiêu người?

Bài 5. (10 điểm)

Câu 1. Hải Dương là một trong các tỉnh của cả nước quản lý các loại xe ô tô bằng chữ cái và các con số. Để thực hiện điều này, đơn vị quản lý quy định đầu số cố định của tỉnh Hải Dương là 34, ghép liền sau là một trong 26 chữ cái và các chữ số tự nhiên đứng sau gồm năm chữ số (chẳng hạn như biển số xe 34A10557). Theo phương thức quản lý trên thì tỉnh Hải Dương quản lý được tối đa bao nhiêu xe? Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên một xe ô tô có biển số mà 5 chữ số đứng sau đều một khác nhau.

Câu 2. Cho x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 2$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2(x+2) + y^2(y+2) + 3(x+y)(xy - 4)$.

-----Hết-----

Môn: Toán Lớp: 12 Cấp THPT hệ GDTX

Thời gian thi: 90 phút (*không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi : 30/3/2016

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Bài 1. (10 điểm).

Câu 1. Giải phương trình: $1,9815x^2 + 6,8321x + 1,0581 = 0$

Câu 2. Một doanh nghiệp khi xuất khẩu hai loại hàng hóa sang thị trường Mỹ phải chịu mức áp thuế nhập khẩu là 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai, do đó tổng giá thành của cả 2 loại mặt hàng này lên tới 191 tỷ đồng. Khi Hiệp định Đối tác xuyên Thái Bình Dương (TPP) có hiệu lực và mức thuế nhập khẩu vào thị trường Mỹ của cả hai loại hàng hóa này là 0% thì tổng giá thành sản phẩm của hai loại mặt hàng này lúc đó chỉ còn là 175 tỷ đồng. Tính giá thành sản phẩm của mỗi loại hàng hóa trên (tỷ đồng) khi mức thuế nhập khẩu là 0%.

Hướng dẫn chấm	Điểm	Kết quả
<p>Câu 1. Sử dụng ứng dụng có sẵn trên máy tính, nhập hệ số cho kết quả $x_1 = -0,1625335703$ $x_2 = -3,285409907$ Làm tròn kết quả: $x_1 = -0,1625$; $x_2 = -3,2854$</p>	3 đ 2 đ	Đáp số: $x_1 = -0,1625$ $x_2 = -3,2854$
<p>Câu 2 Gọi giá thành của mỗi loại hàng hóa khi mức thuế nhập khẩu là 0% lần lượt là x, y (triệu đồng) ($\text{ĐK } x, y > 0$) Vậy loại hàng thứ nhất với mức thuế 10% nên giá thành là $\frac{110}{100}x$ (triệu đồng); loại hàng thứ hai với mức thuế 8% nên giá thành là $\frac{108}{100}y$ (tỷ đồng) Ta có phương trình: $1,1x + 1,08y = 191$ (1) Khi cả hai loại hàng với mức thuế nhập khẩu là 0% thì tổng giá thành là 175 tỷ đồng ta có phương trình: $x + y = 175$ (2). Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 1,1x + 1,08y = 191 \\ x + y = 175 \end{cases}$ Sử dụng máy tính hệ phương trình cho kết quả: $\begin{cases} x = 100 \\ y = 75 \end{cases}$ (thỏa mãn ĐK) Vậy giá thành sản phẩm của mỗi loại hàng hóa lần lượt là 100 tỷ đồng và 75 tỷ đồng.</p>	1 đ	
	2 đ	Đáp số: Giá thành sản phẩm của loại hàng thứ nhất là 100 tỷ, loại hàng thứ 2 là 75 tỷ đồng.

Bài 2. (10 điểm). Đồ thị của hàm số $y = \frac{5}{4}x^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua các điểm A(1; -3), B(2; 3)

và C(-1; 5).

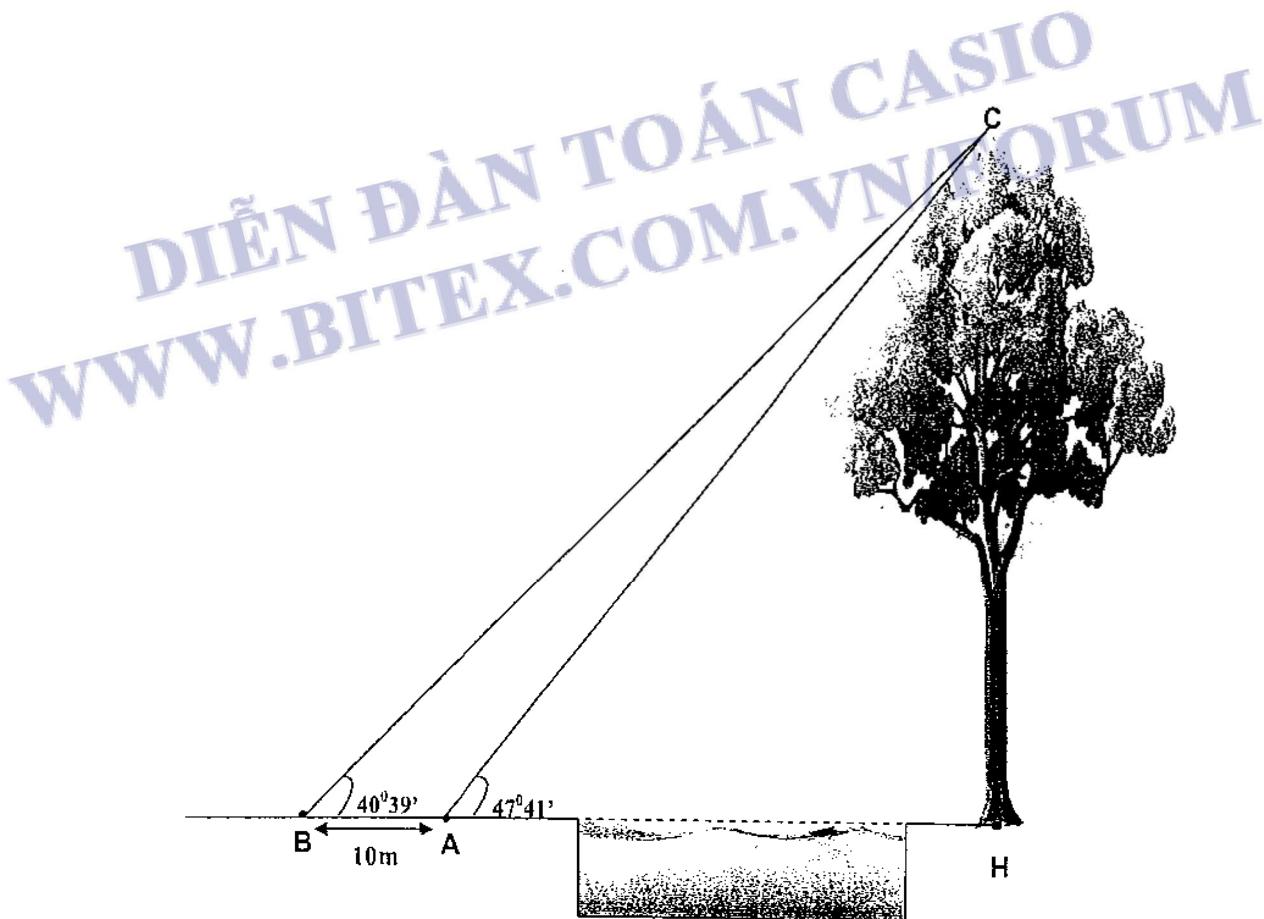
a) Tính đúng giá trị các hệ số b, c, d.

b) Tính tọa độ các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số trên.

Hướng dẫn chấm	Điểm	Kết quả
a) Thay tọa độ các điểm A, B và C vào công thức hàm số, giải hệ phương trình tìm được b, c và d.	2 đ	a) Đáp số: $b = \frac{5}{6}$; $c = -\frac{21}{4}$; $d = \frac{1}{6}$
b) Từ câu a có được hàm số: $y = \frac{5}{4}x^3 + \frac{5}{6}x^2 - \frac{21}{4}x + \frac{1}{6}$. Tính $y' = \frac{15}{4}x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{21}{4}$ và tìm được 2 nghiệm của y' là: $x_1 \approx -1,4261$ và $x_2 \approx 0,9817$ Dùng dấu hiệu nhận biết điểm cực trị: Tọa độ điểm cực đại: $M(-1,4261; 5,7231)$ Tọa độ điểm cực tiểu: $N(0,9817; -3,0015)$	1 đ 2 đ	b) Đáp số: Tọa độ điểm cực đại: $M(-1,4261; 5,7231)$ Tọa độ điểm cực tiểu: $N(0,9817; -3,0015)$

Bài 3. (10 điểm)

Câu 1. Cho bốn số nguyên, nếu cộng 3 trong 4 số đó ta được các số 2129, 2130, 4062, 4102. Tìm số bé nhất trong bốn số đó.



Câu 2. Để đo chiều cao của một cây Xà Cù, bạn Bình chọn 2 điểm A và B cách nhau 10 m và thẳng hàng so gốc cây, sau đó Bình dùng giác kế đo được các góc A và B lần lượt là 47°41' và 40°39' (như hình vẽ). Cây Xà Cù cao bao nhiêu mét?

Hướng dẫn chấm	Điểm	Kết quả
Câu 1. Gọi 4 số cần tìm là a, b, c, d (a,b,c,d là các số nguyên) Theo giả thiết: $\begin{cases} a+b+c = 2129 \\ a+b+d = 2130 \\ a+c+d = 4062 \\ b+c+d = 4102 \end{cases}$	2đ	
Giải hệ tìm được: $\begin{cases} a = 39 \\ b = 97 \\ c = 2011 \\ d = 2012 \end{cases}$	2đ	
Vậy số nhỏ nhất trong các số là a = 39.	1 đ	Đáp số: Số nhỏ nhất trong các số là a = 39.
Câu 2. Xét tam giác ABC, tìm được góc C là $7^{\circ}2'$ Ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{10 \sin 40^{\circ}39'}{\sin 7^{\circ}2'}$ HC là chiều cao của cây thì $HC = AC \cdot \sin 47^{\circ}41' = \frac{10 \sin 47^{\circ}41 \sin 40^{\circ}39'}{\sin 7^{\circ}2'}$ $HC \approx 39,3391521$ (m) Làm tròn: $HC \approx 39,3392$ (m)	2 đ	Đáp số: Chiều cao của cây Xà Cừ là: $HC \approx 39,3392$ (m)

Bài 4. (10 điểm)

Câu 1. Tính tích phân: $I = \int_0^{\pi} \frac{\tan x - 2}{\cos x (\sin x + 3 \cos x)} dx$

Câu 2. Dân số khu vực Đồng bằng sông Hồng năm 2009 là khoảng 19,6 triệu người, đến năm 2015 dân số khu vực này là khoảng 20,8 triệu người.

a. Hỏi tốc độ tăng dân số trung bình của khu vực Đồng bằng sông Hồng là bao nhiêu phần trăm?

b. Với tần suất tăng dân số trung bình hằng năm như vậy, đến năm 2020 dân số khu vực Đồng bằng sông Hồng là bao nhiêu người?

Hướng dẫn chấm	Điểm	Kết quả
Câu 1. Sử dụng ứng dụng có sẵn trên máy tính, nhập hàm dưới dấu tích phân, 2 cận. Máy tính cho kết quả: $I \approx -0,4384103623$ Làm tròn kết quả $I \approx -0,4384$.	3đ 2 đ	Đáp số: $I \approx -0,4384$
Câu 2 a) Áp dụng công thức $A = a(1+r)^n$, trong đó a là số dân tại thời điểm ban đầu, A là số dân năm thứ n, r là tốc độ tăng trưởng dân số. Ta có: $20,8 = 19,6(1+r)^6$. $\Rightarrow r = \sqrt[6]{\frac{20,8}{19,6}} - 1 \approx 0,9953\%$	3 đ	Đáp số: a) Tốc độ tăng dân số trung bình của khu vực Đồng bằng sông Hồng là 0,9953%. b) Năm 2020 dân số khu

b) Với tỷ lệ tăng dân số trung bình hằng năm là 0,9953% thì đến năm 2020 dân số khu vực Đồng bằng sông Hồng sẽ có khoảng $19,6(1+0,009953)^{14} \approx 21,8559$ triệu người.		vực Đồng bằng sông Hồng khoảng 21,8559 triệu người.
	2 đ	

Bài 5. (10 điểm)

Câu 1. Hải Dương là một trong các tỉnh của cả nước quản lý các loại xe ô tô bằng chữ cái và các con số. Để thực hiện điều này, đơn vị quản lý quy định đầu số cố định của tỉnh Hải Dương là 34, ghép liền sau là một trong 26 chữ cái và các chữ số tự nhiên đứng sau gồm năm chữ số (chẳng hạn là biển số xe 34A10557). Theo phương thức quản lý trên thì tỉnh Hải Dương quản lý được tối đa được bao nhiêu xe? Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên được một xe ô tô có biển số mà 5 chữ số cuối của xe đôi một khác nhau.

Câu 2. Cho x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 2$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = x^2(x+2) + y^2(y+2) + 3(x+y)(xy - 4).$$

Hướng dẫn chấm	Điểm	Kết quả
<p>Câu 1 Giả sử các biển số xe tỉnh Hải Dương quản lý là: $34\alpha abcde$ (α một chữ cái nào đó, a,b,c,d,e là các chữ số). Theo đó, α có 26 cách chọn; các chữ số a,b,c,d,e mỗi chữ số có 10 cách chọn. Do vậy, có $26 \cdot 10^5 = 2.600.000$ xe được quản lý. Gọi A là biến cố chọn ngẫu nhiên được một xe ô tô có biển số mà 5 chữ số cuối của xe đôi một khác nhau. $n(A) = 26 \cdot A_{10}^5 = 786240$ $n(\Omega) = 2.600.000$ Xác suất cần tính: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{786240}{2600000} \approx 0,0324.$ </p>	2 đ 3 đ	Đáp số: Số xe quản lý tối đa: 2.600.000 xe ô tô. Xác suất cần tính: $P(A) \approx 0,0324$.
<p>Câu 2. Ta có: $(x+y)^2 \leq 2(x^2 + y^2) = 4 \Rightarrow -2 \leq x+y \leq 2$. $P = x^2(x+2) + y^2(y+2) + 3(x+y)(xy - 4)$ $= (x+y)^3 - 12(x+y) + 4$ Đặt $t = x+y$, $t \in [-2; 2]$, ta có $P = t^3 - 12t + 4$.</p>	2 đ	
<p>Xét hàm số $P(t) = t^3 - 12t + 4$ với $t \in [-2; 2]$ Ta có: $P'(t) = 3t^2 - 12 \leq 0$ với $t \in [-2; 2]$ Tính $P(-2) = 20 \Leftrightarrow t = -2 \Leftrightarrow x = y = -1$ $P(2) = -12 \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow x = y = 1$ Như vậy $\max P = 20$ khi $x = y = -1$.</p>	2 đ 1 đ	Đáp số: $\max P = 20$ khi $x = y = -1$.

Chú ý: - Các cách giải khác đúng, giám khảo căn cứ vào thang điểm để cho điểm;

- Kết quả của bài toán được tính đúng hay được làm tròn theo quy định, giám khảo đều cho mức điểm như nhau.

Hết