SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
HÀ NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2016 – 2017
Môn: Toán (Đề chuyên)
Thời gian làm bài 150 phút
(Đề thi có 01 trang)

Câu I: (2,0 điểm) Cho biểu thức:

$$P=\left(\frac{10x+4}{5\sqrt{5x^3}-8}-\frac{\sqrt{5x}}{5x+2\sqrt{5x}+4}\right).\left(\frac{1+5\sqrt{5x^3}}{1+\sqrt{5x}}-\sqrt{5x}\right).\left(\frac{6\sqrt{5x}-3}{\sqrt{5x}-1}-6\right)\ (\text{với } x\geq 0; x\neq\frac{1}{5}; x\neq\frac{4}{5})$$

1) Rút gọn *P*.

2) Tìm các số tự nhiên *x* lớn hơn 10 để $P>\frac{7}{2}$

Câu II: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $\sqrt{2x^2-4x-2}+(x-1)^2\sqrt{12x-4}=(8-x)\sqrt{3-x}$.

2) Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-6=0$ (*m* là số thực). Tìm tất cả các giá trị của *m* để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $(x_1^2+2x_1+2m-5)(x_2^2+2x_2+2m-5)=-15$.

Câu III: (1,0 điểm) Cho các số nguyên dương *a*, *b* thỏa mãn $\frac{a+2}{b}+\frac{b+3}{a}$ là một số nguyên dương. Gọi *d* là ước chung lớn nhất của *a* và *b*. Chứng minh rằng $d^2\leq 2a+3b$.

Câu IV: (4,0 điểm) Cho đường tròn (*O*; *R*) và dây *BC* không đi qua *O*. Trên tia đối của tia *BC* lấy điểm *A* (*A* khác *B*). Từ *A* kẻ hai tiếp tuyến *AM* và *AN* với đường tròn (*O*) (*M*, *N* là các tiếp điểm). Gọi *I* là trung điểm của *BC*, *K* là giao điểm của *AC* và *MN*.

1) Chứng minh *IA* là phân giác của $\widehat{MIN}$

2) Chứng minh: $\frac{2}{AK}=\frac{1}{AB}+\frac{1}{AC}$.

3) Lấy các điểm *E*, *P*, *F* lần lượt trên các đoạn *AM*, *M*N, *NA* sao cho tứ giác *AEPF* là hình bình hành. Gọi *Q* là điểm đối xứng của *P* qua đường thẳng *PE*. Chứng minh *O*, *P*, *Q* thẳng hàng.

Câu V: (1,0 điểm) Cho các số thực *x*, *y*, *z* thỏa mãn $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+x}=12$.

Chứng minhh rằng $\frac{1}{2x+3y+3z}+\frac{1}{3x+2y+3z}+\frac{1}{3x+3y+2z}\leq 3$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

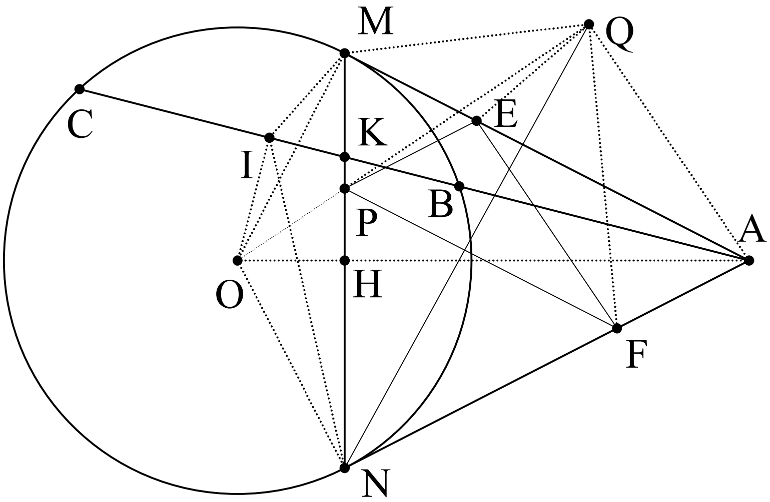
----HẾT---

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....
Chữ kí của giám thị 1:...Chữ kí của giám thị 2:...

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2016 – 2017
ĐÁP ÁN GỢI Ý Môn: Toán chuyên (gồm 3 trang) **Ngày thi 02/06/2016**

Đáp án và biểu điểm của thầy Nguyễn Thanh Ninh Trường THCS Thanh Lưu; Email: ngninh1670@gmail.com

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I		
1)	$P=\dfrac{10x+4-5x+2\sqrt{5x}}{(5x+2\sqrt{5x}+4)(\sqrt{5x}-2)}.\left(5x-\sqrt{5x}+1-\sqrt{5x}\right).\dfrac{6\sqrt{5x}-3-6\sqrt{5x}+6}{\sqrt{5x}-1}$	**0,75**
	$P=\dfrac{1}{\sqrt{5x}-2}\left(\sqrt{5x}-1\right)^2.\dfrac{3}{\sqrt{5x}-1}=\dfrac{3(\sqrt{5x}-1)}{\sqrt{5x}-2}$	**0,50**
2)	$P>\dfrac{7}{2}\Rightarrow\dfrac{3(\sqrt{5x}-1)}{\sqrt{5x}-2}>\dfrac{7}{2}\Leftrightarrow\dfrac{8-\sqrt{5x}}{\sqrt{5x}-2}>0\Leftrightarrow 8>\sqrt{5x}>2\Leftrightarrow\dfrac{64}{5}>x>\dfrac{4}{5}$	**0,50**
	Vì x là số tự nhiên lớn hơn 10 nên $x\in\{11;12\}$	**0,25**
Câu II		
1)	ĐK: $x\le 1-\sqrt{3};1+\sqrt{3}\le x\le 3$ PT $\Leftrightarrow\sqrt{2x^2-4x-2}-\sqrt{3-x}+\left(2x^2-3x-5\right)\sqrt{3-x}=0$ $\Leftrightarrow\dfrac{2x^2-3x-5}{\sqrt{2x^2-4x-2}+\sqrt{3-x}}+\left(2x^2-3x-5\right)\sqrt{3-x}=0$ $\Leftrightarrow(2x^2-3x-5)\left(\dfrac{1}{\sqrt{2x^2-4x-2}+\sqrt{3-x}}+\sqrt{3-x}\right)=0$ Vì: $\dfrac{1}{\sqrt{2x^2-4x-2}+\sqrt{3-x}}+\sqrt{3-x}>0\Rightarrow 2x^2-3x-5=0\Leftrightarrow x_1=-1;x_2=\dfrac{5}{2}$ Vạy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x_1=-1;x_2=\dfrac{5}{2}$	**1,00**
2)	$x^2-2\left(m-1\right)x+2m-6=0;\ \Delta'=m^2-4m+7=\left(m-2\right)^2+3>0\ \ \forall m$. Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2(m-1)\\x_1.x_2=2m-6\end{cases}$ $x^2-2\left(m-1\right)x+2m-6=0\Leftrightarrow x^2-2x+2m-5=2mx+1$ x_1,x_2 là nghiệm của phương trình nên $\left(x_1^2+2x_1+2m-5\right)\left(x_2^2+2x_2+2m-5\right)=\left(2mx_1+1\right)\left(2mx_2+1\right)$ $\Rightarrow 4m^2x_1x_2+2m(x_1+x_2)+1=-15$ $\Leftrightarrow 4m^2(2m-6)+4m(m-1)+16=0$ $\Leftrightarrow 2m^3-5m^2-m+4=0\Leftrightarrow(m-1)(2m^2-3m^2-4)=0$ Tìm được ba giá trị của m là $m_1=1;m_2=\dfrac{3-\sqrt{41}}{4};m_3=\dfrac{3+\sqrt{41}}{4}$	**1,00**
Câu III		
	d là ƯCLN(a,b) nên $a=da_1;b=db_1;(a_1,b_1)=1$ Đặt: $\dfrac{a+2}{b}+\dfrac{b+3}{a}=k\Leftrightarrow kd^2a_1b_1=d^2a_1^2+d^2b_1^2+2a+3b\Leftrightarrow d^2(ka_1b_1-a_1^2-b_1^2)=2a+2b(*)$ Vì a, b, k là các số nguyên dương nên $ka_1b_1-a_1^2-b_1^2$ là số nguyên dương Suy ra $ka_1b_1-a_1^2-b_1^2\ge 1$ Từ (*) suy ra $d^2=\dfrac{2a+2b}{ka_1b_1-a_1^2-b_1^2}\le\dfrac{2a+3b}{1}$ Hay $d^2\le 2a+3b$	

Câu IV		
		
1)	Vì AM; AN là tiếp tuyến; I là trung điểm của BC $\Rightarrow \widehat{AIO}=\widehat{AMO}=\widehat{ANO}=90^0$ $\Rightarrow$ Năm điểm A; I; M; A; N cùng nằm trên đường tròn đường kính AO $\Rightarrow \widehat{MIA}=\widehat{MOA};\widehat{NIA}=\widehat{NOA}$ Mà $\widehat{MOA}=\widehat{NOA}$(t/c tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{MIA}=\widehat{NIA}$ Hay IA là phân giác của $\widehat{MIN}$	**0,75**
2)	Gọi H là giao điểm của AO và MN. Chứng minh $AI.AK=AH.AO; AB.AC=AH.AO$ $AI.AK=AB.AC \Rightarrow \frac{AB+AC}{2}.AK=AB.AC \Leftrightarrow \frac{2}{AK}=\frac{1}{AB}+\frac{1}{AC}$	**1,25**
3)	Q đối xứng với P qua EF nên $\widehat{EQF}=\widehat{EPF};\widehat{QFE}=\widehat{PFE}$ Mà AEPF là hình bình hành $\Rightarrow \widehat{EAF}=\widehat{EPF};\widehat{PFE}=\widehat{AEF}$ $\Rightarrow \widehat{EAF}=\widehat{EQF} \Rightarrow$ tứ giác AQEF nội tiếp $\Rightarrow \widehat{QAE}=\widehat{QFE};\widehat{QEA}=\widehat{QFA}$ Do đó $\widehat{QAE}=\widehat{AEF} \Rightarrow AQ//EF \Rightarrow AQEF$ là hình thang cân $\Rightarrow QE=FA=EP; QA//EF$ Dễ dàng c/m $EP=ME=QE; QF=AE=PF=NF; \widehat{QFN}=\widehat{QEM}$ $\Rightarrow \Delta QME \backsim \Delta QNF$(c.g.c) $\Rightarrow \widehat{QNF}=\widehat{QMA}$ nên tứ giác $AQMN$ nội tiếp Kết hợp câu 1) suy ra 6 điểm $A;Q;M;I;O;N$ cùng nằm trên một đường tròn $\Rightarrow \widehat{OQA}=90^0 \Rightarrow QO\perp AQ$ (1) Mà PQ⊥EF; QA//EF nên PQ⊥QA(2) Từ (1) và (2) suy ra ba điểm O,P, Q thẳng hàng.	**2.00**
Câu 5		
	Với hai số dương a và b ta dễ dàng chứng minh BĐT $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b}$ (*) Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b$. Đặt $x+y=a;\ y+z=b;\ x+z=c$ $\Rightarrow 2x+3y+3z=a+2b+c$; $3x+2y+3z=a+b+2c$; $3x+4y+2z=2a+b+c$ Vận dụng BĐT (*) ta có $\frac{16}{a+2b+c}\le\frac{4}{a+b}+\frac{4}{b+c}\le\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}$ $\frac{16}{a+b+2c}\le\frac{4}{a+c}+\frac{4}{b+c}\le\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}$ (Dấu "=" xảy ra ⇔a=b=c⇔x=y=z) $\frac{16}{2a+b+c}\le\frac{4}{a+b}+\frac{4}{a+c}\le\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ $\Rightarrow 4.\left(\frac{1}{a+2b+c}+\frac{1}{a+b+2c}+\frac{1}{2a+b+c}\right)\le\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=12$	**1,00**

Đáp án và biểu điểm của thầy Nguyễn Thanh Ninh Trường THCS Thanh Lưu; Email: ngninh1670@gmail.com

	$\Rightarrow \frac{1}{a+2b+c}+\frac{1}{a+b+2c}+\frac{1}{2a+b+c}\le 3$ Hay $\frac{1}{2x+3y+3z}+\frac{1}{3x+2y+3z}+\frac{1}{3x+3y+2z}\le 3$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=\frac{1}{8}$	

Lưu ý: - Các cách làm tương ương cho điểm tương ương
- Bài hình không có hình vẽ hoặc hình vẽ sai không cho điểm bài hình
- Điểm toàn bài không làm tròn.