SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2017 – 2018
Ngày thi: 14/06/2017

Câu 1: ***(1,5 điểm)***

Cho $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$; $B=\dfrac{2}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4\sqrt{x}}{x-4}$

a) Tính A khi x = 9
b) Thu gọn T = A – B
c) Tìm x để T nguyên

Câu 2: ***(1,5 điểm)***

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 6m - 9 = 0$

a) Giải phương trình khi m = 0
b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 13$

Câu 3: Một đám đất hình chữ nhật có chu vi 24m. Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2m và giảm độ dài cạnh còn lại 1m thì diện tích mảnh đất tăng thêm $1m^2$. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật ban đầu.

Câu 4: ***(4 điểm):*** Cho tam giác ABC (AB<AC) nội tiếp đường tròn tâm O. M là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm M, B, D, F cùng thuộc một đường tròn và bốn điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh D, E, F thẳng hàng.

c) $\dfrac{BC}{MD}=\dfrac{AC}{ME}+\dfrac{AB}{MF}$

Câu 4: (1 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương. CMR:

$$\frac{a^5}{bc}+\frac{b^5}{ca}+\frac{c^5}{ab}\ge a^3+b^3+c^3$$

Đáp án:

Câu 1:

a) Khi x = 9: ta được $A=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}-2}=3$

b) ĐK : $x\ge 0$, $x\ne 4$

$$T=A-B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\left(\frac{2}{\sqrt{x}+2}+\frac{4\sqrt{x}}{x-4}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}+2\right)-2.\left(\sqrt{x}-2\right)-4\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+2\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4-4\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

c) $T=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{x}+2-4}{\sqrt{x}+2}=1-\frac{4}{\sqrt{x}+2}$

T nguyên khi $4 \vdots \sqrt{x}+2$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}+2=\pm1;\pm2;\pm4$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}+2=1(\text{loai})\\ \sqrt{x}+2=-1(\text{loai})\\ \sqrt{x}+2=2\\ \sqrt{x}+2=-2(\text{loai})\\ \sqrt{x}+2=4\\ \sqrt{x}+2=-4(\text{loai})\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=4\ \ (\text{KTMDK})\end{array}\right.$$

Vậy x = 0.

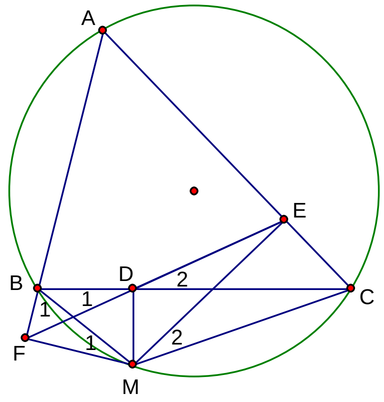
Bài 2:
a) khi m = 0 phương trình trở thành:
$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$
b)a = 1, b = -2m, b' =-m, c = -6m – 9
$\Delta = b'^2 - ac = m^2 + 6m + 9 = (m-3)^2 \geq 0, \forall m$
Phương trình luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi m.
Theo hệ thức Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = -6m - 9 \end{cases}$$
*Phương trình có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow x_1x_2 < 0 \Leftrightarrow -6m - 9 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{-3}{2}$
*Ta có
$$x_1^2 + x_2^2 = 13$$
$$\Leftrightarrow \left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2 = 13$$
$$\Leftrightarrow (2m)^2 - 2(-6m-9) - 13 = 0$$
$$\Leftrightarrow 4m^2 + 12m + 5 = 0$$
$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = \frac{-5}{2} \text{ (KTMDK)} \\ m = \frac{-1}{2} \end{array}\right.$$
Vậy $m = \frac{-1}{2}$
Câu 3:
Gọi x(m) là cạnh thứ nhất của mảnh đất hình chữ nhật
y (m) là cạnh thứ hai của mảnh đất hình chữ nhật.
ĐK: 0< x < 12, 1<y <12
Diện tích mảnh đất ban đầu : x.y (m^2)
Theo đề ta có phương trình: 2 (x+ y) = 24 (m) (1)
Giả sử tăng cạnh thứ nhất 2m và giảm cạnh thứ hai 1m.
Độ dài cạnh thứ nhất khi tăng 2m : x + 2 (m)
Độ dài cạnh còn lại khi giảm 1m : y – 1 (m)
Diện tích mảnh đất khi thay đổi: (x + 3) (y – 1) (m^2)
Theo đề ta có phương trình: (x + 3)(y-1) – xy = 1 (2)
Từ (1) (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\left(x+y\right) = 24 \\ (x+2)(y-1) - xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 12 \\ -x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$
Vậy kích thước mảnh đất lúc đầu là: 7m, 5m.

Bài 4:

a) Chứng minh:

Ta có: MF $\perp$ AB nên $MFB = 90^0$

MD $\perp$ BC nên $MDB = 90^0$



Tứ giác MDBF có

$MFB + MDB = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Do đó tứ giác MDBF nột tiếp

Suy ra 4 điểm M, D, B, F cùng thuộc 1 đường tròn.

Ta có : MD $\perp$ BC nên $MDC = 90^0$

MF $\perp$ AC nên $MFC = 90^0$

Suy ra $MDC = MFC = 90^0$

Suy ra D, F cùng nhìn MC dưới 1 góc bằng nhau.

Do đó 4 điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Vì tứ giác MDBF nội tiếp

Nên: $M_1 = D_1$ (cùng chắn cung BF)

Vì tứ giác MDEC nội tiếp nên $M_2 = D_2$

Mặt khác tứ giác MBAC nội tiếp

Nên $B_1 = C$ (góc ngoài của tứ giác nội tiếp)

Do đó $M_1 = M_2$ (cùng phụ với $B_1; C$)

Suy ra: $D_1 = D_2$

Mà $D_2 + BDE = 180^0$

Nên $D_1 + BDE = 180^0$

Hay D, E, F thẳng hàng.

c)Ta có

$$\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \frac{AE+EC}{ME} + \frac{AF-FC}{MF} = \frac{AE}{ME} + \frac{EC}{ME} + \frac{AF}{MF} - \frac{FC}{MF}$$

$$= \tan AME + \tan M_2 + \tan AMF - \tan M_1$$

Mà $M_1 = M_2$ nên

$$\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \tan AME + \tan AMF$$

Mat khac: tứ giác AFME nội tiếp nên

$AME = AFE = BMD$

(Bạn đọc tự nhìn vào hình vẽ)

$AMF = AEF = DMC$

Do đó

$$\frac{AC}{ME}+\frac{AB}{MF}=\tan AME+\tan AMF$$

$$=\tan BMD+\tan MDC$$

$$=\frac{BD}{MD}+\frac{DC}{MD}=\frac{BD+DC}{MD}=\frac{BC}{MD}\ \text{(dpcm)}$$

Câu 5:

$$\frac{a^5}{bc}+\frac{b^5}{ca}+\frac{c^5}{ab}=\frac{a^6}{abc}+\frac{b^6}{abc}+\frac{c^6}{abc}=\frac{(a^3)^2}{abc}+\frac{(b^3)^2}{abc}+\frac{(b^3)^2}{abc}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz :

$$\frac{a^5}{bc}+\frac{b^5}{ca}+\frac{c^5}{ab}=\frac{(a^3)^2}{abc}+\frac{(b^3)^2}{abc}+\frac{(b^3)^2}{abc}\ge\frac{(a^3+b^3+c^3)^2}{abc+abc+abc}=\frac{(a^3+b^3+c^3)(a^3+b^3+c^3)}{3abc}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho 3 số a^3, b^3, c^3 ta được:

$$a^3+b^3+c^3\ge 3\sqrt[3]{a^3b^3c^3}=3abc$$

Do đó

$$\frac{a^5}{bc}+\frac{b^5}{ca}+\frac{c^5}{ab}\ge\frac{(a^3+b^3+c^3)(a^3+b^3+c^3)}{3abc}\ge\frac{(a^3+b^3+c^3)3abc}{3abc}=a^3+b^3+c^3\quad\text{(đpcm)}$$

Dấu “=” xảy ra khi a = b = c