

BÀI TẬP THẦY TRÌNH ÔN THI TST 2021

Bài 1. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) , các tiếp tuyến tại B, C của (O) cắt nhau ở T và AT cắt (O) tại D . Gọi E, F là giao điểm của OB, OC lần lượt với DC, DB . Gọi S là giao điểm của EF, BC . Trên ST , lấy M, N sao cho $\angle TAM = \angle TAB, \angle TAN = \angle TAC$. Chứng minh rằng M, N, B, C cùng thuộc một đường tròn.

Bài 2. Cho tam giác ABC nội tiếp (O) có B, C cố định và A thay đổi. Gọi D là trung điểm BC và E, F là giao điểm của OD với AB, AC . Gọi I là tâm đường tròn (AEF) và $K = AO \cap BC$. Chứng minh rằng hình chiếu H của D lên IK thì thuộc một đường tròn cố định khi A thay đổi.

Bài 3. Cho tam giác ABC nội tiếp (O) . Gọi L, G lần lượt là trung điểm BC và cung BAC . Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của đường tròn nội tiếp (I) của tam giác với BC, CA, AB . Lấy $M, N \in EF$ sao cho $LM \perp BI$ và $LN \perp CI$. Trên BN, CM lấy các điểm P, Q sao cho $CP \parallel BG, BQ \parallel CG$ và trên AB, AC lấy H, K sao cho $GH = GK = AG$. Chứng minh rằng các đường thẳng HK, PQ, DI thì đồng quy.

Bài 4. Cho hai đường tròn $(O_1), (O_2)$ cắt nhau tại A, B . Lấy trên $(O_1), (O_2)$ các điểm C, D sao cho $BC, BD \perp AB$. Gọi I là trung điểm CD . Một đường tròn thay đổi qua B, I cắt $(O_1), (O_2)$ tại E, F . Lấy M, N theo thứ tự đối xứng với C, D qua E, F . Gọi $K = CN \cap DM$. Chứng minh rằng tâm đường tròn (KMN) thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 5. Cho tam giác ABC và các điểm M, N thay đổi trên AB, AC sao cho $BM = CN$. Các đường tròn $(ABN), (ACM)$ cắt nhau tại D . Chứng minh rằng trung tuyến qua D của tam giác DMN luôn đi qua điểm cố định.

Bài 6. Cho tứ giác $ABCD$ có $AC = BD$ và $K = AC \cap BD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, BC và I, J là tâm đường tròn $(KAB), (KCD)$. Lấy d_1, d_2, d_3 lần lượt là các đường thẳng qua K, I, J và vuông góc với MN, CA, AB . Chứng minh rằng d_1, d_2, d_3 đồng quy.

Bài 7. Cho tứ giác $ABCD$ có $\angle B = \angle D$. Trên AB, AD , lấy các điểm E, F sao cho CE, CF lần lượt vuông góc với AD, AB . Giả sử CE, CF theo thứ tự cắt AD, AB tại H, K và ED, FB cắt nhau tại G . Chứng minh rằng CG, KD, HB đồng quy.

Bài 8. Cho tam giác ABC nhọn có trực tâm H và tâm ngoại tiếp O . Gọi D là trung điểm BC và E, F là chân đường cao qua B, C . Đặt $L = AD \cap EF$ và $K = HL \cap AO$. Giả sử EK, FK cắt CF, BE tại M, N . Chứng minh rằng AD, MN cắt nhau trên (DEF) .

Bài 9. Cho tam giác ABC và một đường tròn (I) thay đổi qua B, C cắt AB, AC theo thứ tự tại D, E . Giả sử EI cắt lại (I) tại F . DF cắt EB, EC tại M, N . Trên BC , lấy các điểm P, Q sao cho $MP \parallel FC, NQ \parallel FB$. Gọi $K = DQ \cap FC$. Chứng minh rằng DP, KE và AF thì đồng quy.

Bài 10. Đường tròn nội tiếp (I) của tam giác ABC tiếp xúc với AC, AB theo thứ tự ở E, F . Gọi M, N là các điểm thuộc EF sao cho $CM = CE$ và $BN = BF$. Giả sử BM, CN cắt nhau tại P . Chứng minh rằng PI chia đôi đoạn thẳng MN .