Đề thi thử chuyên KHTN

tthnew

April 25, 2017

Câu III. Cho tam giác ABC có đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với các cạnh CA, AB tại E và F. Trên đường thẳng EF lấy các điểm M, N (không trùng EF) sao cho $BM = BF, CN = CE.$

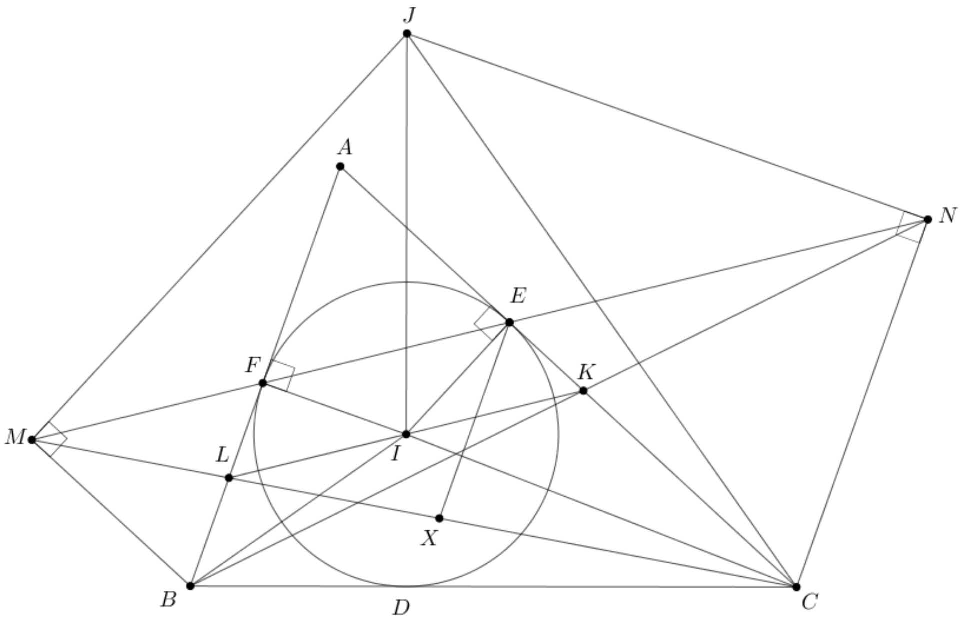
a) Các đường thẳng CM, AB cắt nhau tại L. Chứng minh rằng

$$\frac{\mathrm{LF}}{\mathrm{LA}} = \frac{CE}{CA} \cdot \frac{MF}{ME}$$

b) Các đường thẳng BN, AC cắt nhau tại K. Chứng minh $KL || EF.$

c) Lấy J sao cho $\angle BMJ = \angle CNJ = 90^o$. Chứng minh rằng $IJ \perp BC$

Lời giải.



a) Kẻ $EX \parallel AB$ với $X \in MC$. Có $\frac{CE}{CA} = \frac{EX}{AL}, \frac{MF}{ME} = \frac{LF}{EX}$.

Nhân theo vế, ta có đpcm.

b) Từ câu a ta có $\frac{LF}{LA} = \frac{CE}{CA} \cdot \frac{MF}{ME} = \frac{CE}{CA} \cdot \frac{BF}{AB}$; chứng minh tương tự

$\frac{KE}{KA} = \frac{CE}{CA} \cdot \frac{BF}{AB} = \frac{LF}{LA} \Rightarrow KL \parallel EF.$

c) Chú ý rằng tam giác JMN cân tại J nên $JM = JN.$ Có:

$$JB^2 - IC^2 = \left(JM^2 + MB^2\right) - \left(JN^2 + NC^2\right)$$

$$= MB^2 - NC^2 = BF^2 - CE^2 = IB^2 - IC^2$$

$$\because IF^2 = IE^2 = R^2$$

Do đó theo định lý 4 điểm, ta có $JI \perp BC.$

Câu IV. Giả sử dãy số thực $x_1, x_2, \cdots, x_n (n \geq 7)$ có tính chất sau

1) Tổng của 7 số bất kỳ nhỏ hơn 15.
2) Tổng của tất cả n số hạng bằng 100.

Tìm giá trị nhỏ nhất của n?

Lời giải. Ta sẽ chứng minh không tồn tại dãy số thực trên với $n \leq 49$ thỏa mãn đề bài. Thật vậy giả sử nó tồn tại, ta chia dãy số trên thành 7 nhóm, mỗi nhóm có bé hơn hoặc bằng 7 số. Thế thì tổng của bảy nhóm trên bé hơn hoặc bằng $7 \cdot 14 = 98 \neq 100$ (mâu thuẫn)
Vậy giả sử là sai. Với $n=50$ rõ ràng bài toán thỏa mãn vì có dãy số

$$x_1 = x_2 = \cdots = x_{50} = 2$$

Vậy...

Các bài khác đang cập nhật...