



Không mất tính tổng quát ta có thể chỉ giải bài toán khi tam giác ABC cân.

Khi đó ta giả sử $AB = BC = 1$.

Đặt $BM = x$, $BK = y$. ($0 < x, y < 1$).

Từ diện tích $BMK =$ diện tích $AMKC$ suy ra $xy = 1/2$.

$$\frac{AM + MK + KC}{BM + BK} = \frac{1 - x + \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos B} + 1 - y}{x + y} \geq \frac{2 - x - y + \sqrt{x^2 + y^2 - 1}}{x + y} \quad (1).$$

Đặt $t = x + y$, từ giả thiết suy ra $t \in \left[\sqrt{2}; \frac{3}{2} \right)$

$$(1) > 1/3 \text{ tương đương với } 2 - \frac{4}{3}t + \sqrt{t^2 - 2} > 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3} \left(\frac{3}{2} - t \right) + \sqrt{t^2 - 2} > 0 \text{ bất đẳng}$$

$$\text{thức cuối là đúng do } t \in \left[\sqrt{2}; \frac{3}{2} \right). \text{ Vậy } \frac{AM + MK + KC}{BM + BK} > \frac{1}{3}$$

Có thể thay số $1/3$ bằng một số lớn hơn.