



ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN
(BẢNG A)

Ngày thi: **25/03/2010**
Thời gian làm bài: **150 phút**
(không kể thời gian giao đề)

(Đề thi này có 1 trang)

Họ và tên, chữ ký của
giám thị số 1:

.....
.....

Bài 1. (3,0 điểm).

Giải phương trình: $x^2 - 3x + 6 - 3\sqrt{x^2 - 3x + 4} = 0$.

Bài 2. (3,5 điểm).

Cho $x = \sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}}$, $y = \sqrt[3]{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17 - 12\sqrt{2}}$

Tính giá trị của biểu thức: $P = x^3 + y^3 - 3(x + y) + 2010$.

Bài 3. (3,5 điểm).

Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ sao cho: $x(x + 1) = y^2 + 1$.

Bài 4 (8,0 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Qua trung điểm H của OB kẻ đường thẳng d vuông góc với AB . Gọi M là điểm bất kì khác A, B trên đường tròn $(O; R)$. AM và BM cắt đường thẳng d lần lượt tại K và I , BK cắt $(O; R)$ tại điểm thứ hai N khác B .

a) Tính tích $BN.BK$ theo R .

b) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác KIB luôn đi qua một điểm cố định khác B khi M di chuyển trên $(O; R)$ (M khác giao điểm của d với (O))

c) Khi AK là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác KIB . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

Bài 5 (2,0 điểm).

Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn điều kiện: $a^2 + b^2 \leq 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2009-2010
MÔN TOÁN BẢNG A.

BÀI	LỜI GIẢI SƠ LƯỢC	ĐIỂM
1	ĐK: $x \in \mathbb{R}$ $x^2 - 3x + 6 - 3\sqrt{x^2 - 3x + 4} = 0$ Đặt $\sqrt{x^2 - 3x + 4} = t$ ($t \geq 0$). Phương trình trở thành: $t^2 - 3t + 2 = 0$ $\Rightarrow t_1 = 1; t_2 = 2$ thỏa mãn điều kiện. Với $t_1 = 1 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 1 \Rightarrow x^2 - 3x + 3 = 0$ (VN_{g₀}) Với $t_2 = 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 4 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 3$ Vậy phương trình có nghiệm: $x_1 = 0; x_2 = 3$	0,25 1,0 0,5 0,5 0,5 0,25
2	Đặt $\sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} = a; \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}} = b$ $\Rightarrow a^3 + b^3 = 6; a.b = 1, x = a + b$ $\Rightarrow x^3 = (a + b)^3 = (a^3 + b^3) + 3ab.(a + b) = 6 + 3x \Rightarrow x^3 - 3x = 6$ Đặt $\sqrt[3]{17 + 12\sqrt{2}} = m; \sqrt[3]{17 - 12\sqrt{2}} = n$ $\Rightarrow m^3 + n^3 = 34; m.n = 1; y = m + n$ $\Rightarrow y^3 = (m + n)^3 = (m^3 + n^3) + 3mn(m + n) = 34 + 3y \Rightarrow y^3 - 3y = 34$ Khi đó: $P = (x^3 - 3x) + (y^3 - 3y) + 2010 = 2050$	1,25 1,25 0,75
3	$x(x + 1) = y^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 + x = y^2 + 1 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 4y^2 + 5$ $\Leftrightarrow (2x + 1)^2 - (2y)^2 = 5 \Leftrightarrow (2x + 2y + 1)(2x - 2y + 1) = 5$ Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $2x + 2y + 1; 2x - 2y + 1$ là ước của 5 nên TH1: $\begin{cases} 2x + 2y + 1 = 1 \\ 2x - 2y + 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ TH2: $\begin{cases} 2x + 2y + 1 = -1 \\ 2x - 2y + 1 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$ TH3: $\begin{cases} 2x + 2y + 1 = 5 \\ 2x - 2y + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ TH4: $\begin{cases} 2x + 2y + 1 = -5 \\ 2x - 2y + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$ Vậy các cặp số $(x; y)$ phải tìm là: $(1;1), (1;-1), (-2;1), (-2;-1)$	1,5 0,25 1,0 0,25

4		
4.a 3 đ	Xét $\triangle ANB$ và $\triangle KHB$ có: $\widehat{ANB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AB) $\widehat{KHB} = 90^\circ$ (gt) $\widehat{B}$ chung. Vậy $\triangle ANB$ và $\triangle KHB$ đồng dạng $\Rightarrow \frac{BH}{BK} = \frac{BN}{BA} \Rightarrow BN \cdot BK = BH \cdot BA = 2R \cdot \frac{1}{2}R = R^2$	2,0 1,0
4.b 3 đ	Giả sử đường tròn ngoại tiếp tam giác KIB cắt đường thẳng AB tại E $\Rightarrow \widehat{KEH} = \widehat{KIM}$. Lại có $\triangle KMI$ và $\triangle KHA$ đồng dạng $\Rightarrow \widehat{KIM} = \widehat{KAH}$. Vậy $\widehat{KEH} = \widehat{KAH} \Rightarrow$ tam giác KAE cân, mà $KH \perp AE \Rightarrow A$ và E đối xứng qua H mà A, H cố định $\Rightarrow E$ cố định. Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác KIB đi qua E cố định.	0,75 0,75 0,75 0,5 0,25
4.c 2 đ	AK là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác KIBE $\Rightarrow \widehat{AKB} = \widehat{KEA}$ vậy $\triangle KEA$ và $\triangle BKA$ đồng dạng $\Rightarrow \frac{AE}{AK} = \frac{AK}{AB} \Rightarrow AK^2 = AB \cdot AE = 2R \cdot 3R = 6R^2$ Xét tam giác vuông AKH có $KH = \sqrt{AK^2 - AH^2} = \sqrt{6R^2 - \frac{9}{4}R^2} = \sqrt{\frac{15}{4}R^2} = \frac{\sqrt{15}}{2}R$ Tam giác AMB và tam giác AHK đồng dạng $\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{HA}{HK} = \frac{\frac{3}{2}R}{\frac{\sqrt{15}}{2}R} = \frac{3}{\sqrt{15}}$	0,5 0,5 0,25 0,25 0,5

5	$Q = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + b^2 + \frac{1}{b^2} + 4$	0,25
	$= \left(4a^2 + \frac{1}{a^2}\right) + \left(4b^2 + \frac{1}{b^2}\right) + 4 - 3(a^2 + b^2)$	0,5
	Ta có $4a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2\sqrt{4a^2 \cdot \frac{1}{a^2}} = 4$, dấu “=” khi $a^2 = \frac{1}{2}$	0,25
	$4b^2 + \frac{1}{b^2} \geq 2\sqrt{4b^2 \cdot \frac{1}{b^2}} = 4$, dấu “=” khi $b^2 = \frac{1}{2}$	0,25
	$a^2 + b^2 \leq 1 \Leftrightarrow -3(a^2 + b^2) \geq -3$, dấu “=” khi $a^2 + b^2 = 1$	0,25
	$\Rightarrow Q \geq 9$, dấu “=” khi $a^2 = b^2 = \frac{1}{2}$.	0,25
2 đ	Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là 9 khi $a = b = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (do $a, b > 0$)	0,25

Các chú ý khi chấm.

1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được cho điểm tối đa.
2. Với các cách giải đúng nhưng khác đáp án, tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết nhưng không được vượt quá số điểm dành cho câu hoặc phần đó. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.
3. Điểm toàn bài là tổng số điểm của các phần đã chấm, không làm tròn điểm.