

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN

(Gồm 5 trang)

Bài 1: (3 điểm)

S, P, N	ĐIỂM
Ta có: $2x^2y^4 + 2y^4 + y^2 + 5x + 2y = 5xy^4 + 2x^2 + 1$ $\Leftrightarrow (y^4 - 1)(2x^2 - 5x + 2) + (y + 1)^2 = 0 \quad (1)$	0,5
* Nếu $y = 0 \Rightarrow$ phương trình (1) $\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4} \notin \mathbb{Z} \text{ (loại)}$	0,25
* Nếu $y = -1 \Rightarrow$ phương trình (1) nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{Z}$	0,25
* Nếu $y = 1 \Rightarrow$ phương trình (1) nghiệm đúng.	0,25
* Nếu $y \neq 0; y \neq \pm 1$ Do $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y^4 - 1 > 0; (y + 1)^2 > 0$ nên pt(1) cần nghiệm $\Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2$ Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 1$ $\Rightarrow$ phương trình (1) $\Leftrightarrow (y + 1)(y^3 - y^2 - 2) = 0$ $\Leftrightarrow y^3 - y^2 - 2 = 0 \quad (\text{do } y \neq -1)$ $\Leftrightarrow y^2(y - 1) = 2$ Phương trình này nghiệm đúng nghiệm khác $y \neq 0; y \neq \pm 1 \quad \forall y \in \mathbb{Z}$ nên $ y^2(y - 1) \geq 4$	1
Vậy phương trình đúng cho cần nghiệm: $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y = -1 \end{cases}$	0,25

Bài 2: (3 điểm)

S, P, N	ĐIỂM
Số x, y $x + y \neq 0$ Với mỗi cặp hỗ phương trình đúng cho $\Leftrightarrow \begin{cases} 3(x + y)^2 + (x - y)^2 + \frac{3}{(x + y)^2} = \frac{85}{3} \\ (x - y) + (x + y) + \frac{1}{x + y} = \frac{13}{3} \end{cases}$	0,5
Số $\begin{cases} x + y = a \neq 0 \\ x - y = b \end{cases}$ ta cần hỗ phương trình: $\begin{cases} 3a^2 + b^2 + \frac{3}{a^2} = \frac{85}{3} \\ b + a + \frac{1}{a} = \frac{13}{3} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + b^2 = \frac{103}{3} \\ a + \frac{1}{a} + b = \frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow 3\left(\frac{13}{3} - b\right)^2 + b^2 = \frac{103}{3}$ $\Leftrightarrow 2b^2 - 13b + 11 = 0 \Rightarrow b = 1; b = \frac{11}{2}$	1

S, P, N	SIÓM
* xĐt $b=1$ ta cả $a + \frac{1}{a} = \frac{10}{3} \Rightarrow a=3; a=\frac{1}{3}$ (tho¶ m·n) Ta cả hõ $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$ ho¶c $\begin{cases} x+y=\frac{1}{3} \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=2; y=1$ ho¶c $x=\frac{2}{3}; y=-\frac{1}{3}$	0,75
* xĐt $b=\frac{11}{2}$ ta cả $a + \frac{1}{a} = -\frac{7}{6} \Rightarrow 6a^2 + 7a + 6 = 0$ phư-ng tr¶nh n¶y v« nghiõm.	0,5
Kõt lu¶n: Hõ phư-ng tr¶nh cả nghiõm $x=2; y=1$ ho¶c $x=\frac{2}{3}; y=-\frac{1}{3}$	0,25

B¶i 3: (3 iõm)

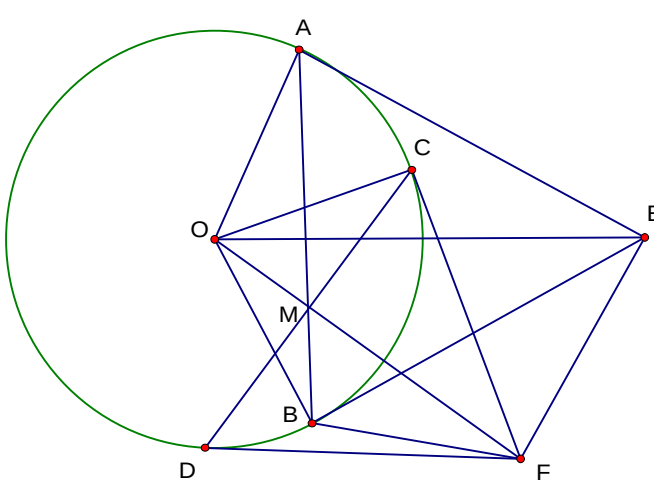
S, P, N	SIÓM
Gi¶ sõ x_0 l¶ nghiõm c¶a ¶a thøc $P(x) \Rightarrow x_0 \neq 0$ ta cả: $x_0^4 + bx_0^3 + cx_0^2 + bx_0 + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x_0^2 + \frac{1}{x_0^2}\right) + b\left(x_0 + \frac{1}{x_0}\right) + c = 0$	0,5
¶t $x_0 + \frac{1}{x_0} = t \Rightarrow \begin{cases} t \geq 2 \\ t^2 - 2 = x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} \end{cases}$	0,5
$\Rightarrow t^2 + bt + c - 2 = 0 \Leftrightarrow bt + c = 2 - t^2 \Rightarrow bt + c = 2 - t^2$	0,5
$\forall x bt + c \leq bt + c \Rightarrow 2 - t^2 \leq bt + c$ $\Rightarrow \frac{ 2 - t^2 }{ t } \leq b + \frac{ c }{ t } \leq b + \frac{ c }{2}$	0,5
M¶t kh, c $\frac{ 2 - t^2 }{ t } = \frac{t^2 - 2}{ t } = t - \frac{2}{ t } \geq 1$ (do $t \geq 2$)	0,5
Suy ra $b + \frac{ c }{2} \geq 1 \Leftrightarrow 2b + c \geq 2$ (¶pcm)	0,5

B¶i 4: (3 iõm)

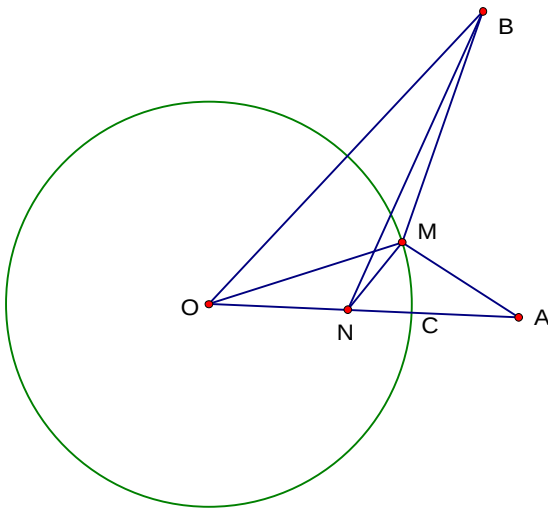
S, P, N	SIÓM
Đkxđ: $2x + y + 2 \neq 0$ Tõ $A = \frac{2x+3y}{2x+y+2} \Rightarrow 2Ax + Ay + 2A = 2x + 3y$ $\Leftrightarrow -2A = 2(A-1)x + (A-3)y$	0,5
$\Rightarrow (-2A)^2 = [2(A-1)x + (A-3)y]^2$ $\leq [(A-1)^2 + (A-3)^2][4x^2 + y^2]$ (B.C.S) $= 2A^2 - 8A + 10$ (do $4x^2 + y^2 = 1$) $\Rightarrow A^2 + 4A - 5 \leq 0$ $\Leftrightarrow -5 \leq A \leq 1$	1,25

S, P, N	SIỂM
* $A=1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + y^2 = 1 \\ \frac{2x+3y}{2x+y+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$	0,5
* $A=-5 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + y^2 = 1 \\ \frac{2x+3y}{2x+y+2} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{10} \\ y = -\frac{4}{5} \end{cases}$	0,5
Về Min $A = -5$ khi $\begin{cases} x = -\frac{3}{10} \\ y = -\frac{4}{5} \end{cases}$; Max $A = 1$ khi $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$	0,25

Bài 5: (3 điểm)

S, P, N	SIỂM
	
chứng minh được O; M; F thẳng hàng	0,5
chứng minh được $MA.MB = MC.MD = MC^2$ và $MO.MF = MC^2$	0,5
Suy ra $\triangle MOA$ và $\triangle MBF$ đồng dạng (c.g.c) $\Rightarrow \angle OAM = \angle BFM$ chứng minh tứ giác AOE nội tiếp $\Rightarrow \angle OAM = \angle OEB$	1
Suy ra $\angle BFM = \angle OEB \Rightarrow 4$ điểm O; E; B; F cùng thuộc một đường tròn	0,5
Suy ra $\angle OFE = \angle OBE = 90^\circ \Rightarrow \triangle OEF$ vuông (đpcm)	0,5

Bài 6: (3 điểm)

Số, P, N	Điểm
	
Gọi C là giao điểm của đoạn thẳng OA với đường tròn (O;R) Trên đoạn OC lấy điểm N sao cho $\frac{OC}{ON} = \sqrt{2}$	0,5
Suy ra $\frac{OC}{ON} = \frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OM} = \sqrt{2} \Rightarrow \Delta MOA$ và ΔNOM đồng dạng (c.g.c)	0,5
$\Rightarrow \frac{MA}{MN} = \sqrt{2} \Rightarrow MA = \sqrt{2} \cdot MN$	0,5
$\Rightarrow MA + \sqrt{2} \cdot MB = \sqrt{2} \cdot MN + \sqrt{2} \cdot MB = \sqrt{2} (MN + MB) \geq \sqrt{2} \cdot NB$ (không đổi) dấu “=” xảy ra khi M thuộc đoạn NB	1
Vậy M là giao điểm của đoạn NB với đường tròn (O;R)	0,5

Bài 7: (2 điểm)

Số, P, N	Điểm
Gọi tam giác đã cho là ABC vuông tại A, có $BC = \overline{ab}$; $AC = \overline{cd}$ thì $AB = \overline{ba}$ Theo định lý pitago ta có: $\overline{ab}^2 = \overline{cd}^2 + \overline{ba}^2$	0,25
$\Leftrightarrow \overline{cd}^2 = 99(a^2 - b^2)$ (1)	0,25
$\overline{cd}^2 \vdots 33 \Rightarrow \overline{cd} \vdots 3$ và 11 $\Rightarrow \overline{cd} \vdots 3$ và 11 (vì 3 và 11 là các số nguyên tố) $\Rightarrow \overline{cd} \vdots 33$ vì 3 và 11 nguyên tố cùng nhau Mà $\overline{cd}$ là số có hai chữ số nên $\overline{cd} \in \{33; 66; 99\}$	0,25
* Nếu $\overline{cd} = 33$ thay vào (1) ta được $a^2 - b^2 = 11 \Leftrightarrow (a - b)(a + b) = 11$ Vì ΔABC vuông tại A nên $BC > AB$ $\Rightarrow \overline{ab} > \overline{ba} \Rightarrow a > b \Rightarrow 0 < a - b < a + b < 18$ do đó ta có $\begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow \overline{ab} = 65; \overline{ba} = 56$	0,5

Số P, N	SIỂM
* Nếu $\overline{cd} = 66$ thay vào (1) ta được $a^2 - b^2 = 44 \Leftrightarrow (a - b)(a + b) = 44$ (2) Tương tự ta cũng có $0 < a - b < a + b < 18$ mà $(a - b)$ và $(a + b)$ cùng tính chẵn lẻ nên phương trình (2) vô nghiệm. * Nếu $\overline{cd} = 99$ lập luận tương tự cũng không tồn tại $a; b$	0,5
vậy số đo ba cạnh tam giác đó là $AB = 56$; $AC = 33$ và $BC = 65$ do đó bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó là: $r = \frac{2S}{AB + BC + AC} = \frac{AB \cdot AC}{AB + BC + AC} = \frac{56 \cdot 33}{56 + 65 + 33} = 12 \text{ (đvdd)}$	0,25

Chú ý: * Trên đây chỉ là hướng dẫn chấm, trong bài làm HS cần phải lập luận chặt chẽ. thì với cho điểm tối đa.

* Mọi cách giải khác hợp lý cho đáp số đúng thì cho điểm tối đa.