

Câu I: (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 1$ có đồ thị (C_m) .

- 1) Tìm m để hàm số có cực trị, khi đó tìm tập hợp các điểm cực đại của đồ thị (C_m) .
- 2) Tìm m để đồ thị (C_m) cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (3m+1)x + m$ tại 2 điểm phân biệt mà tiếp tuyến của (C_m) tại 2 điểm đó vuông góc với nhau.

Câu II: (2,0 điểm)

- 1) Tìm m sao cho hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{3-y} = m \\ \sqrt{y+1} + \sqrt{3-z} = m \\ \sqrt{z+1} + \sqrt{3-x} = m \end{cases}$$

- 2) Giải phương trình: $2\sin^2 x - \sin 2x + 2\sin x - 2x(\sin x - \cos x + 1) = 0$

Câu III: (2,0 điểm)

- 1) Cho các số thực x thỏa mãn $0 < |x| < \frac{\pi}{2}$. Chứng minh rằng $\frac{\sin x}{x} > \cos x$
- 2) Tìm hệ số của x^7 trong khai triển thành đa thức của $P(x) = (5x - 3)^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$), biết $C_{2n+1}^1 + 2C_{2n+1}^2 + 3C_{2n+1}^3 + \dots + kC_{2n+1}^k + \dots + (2n+1)C_{2n+1}^{2n+1} = 21 \cdot 2^{20}$

Câu IV: (3,0 điểm)

- 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC) , góc giữa mặt phẳng (SAC) và (SBC) là 60° , $SB = a\sqrt{2}$, $\widehat{BSC} = 45^\circ$.

- a) Chứng minh rằng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) .
- b) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- 2) Cho 3 tia Ox , Oy , Oz không cùng nằm trên một mặt phẳng và $\widehat{xOy} = \widehat{yOz} = \widehat{zOx} = 60^\circ$.

A, B, C là các điểm tương ứng trên Ox, Oy, Oz .

- a) Tính thể tích của khối chóp $O.ABC$ theo a biết $OA = a$; $OB = 2a$; $OC = 3a$.

- b) Nếu A, B, C thay đổi nhưng thể tích của khối chóp $O.ABC$ luôn bằng $\sqrt{3}$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích xung quanh hình chóp $O.ABC$.

Câu V: (1,0 điểm):

Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Các điểm M, N, P, Q thay đổi tương ứng trên các cạnh AB, AD, CD, CB . Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $K = MN + NP + PQ + QM$.

.....Hết.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

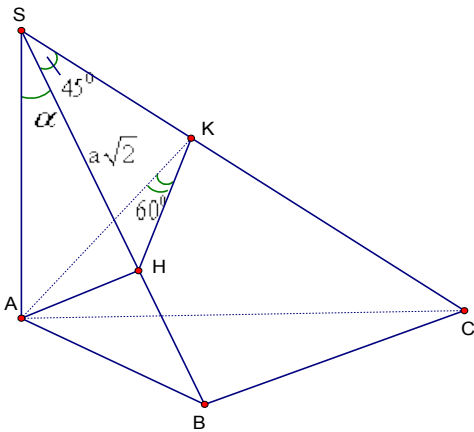
Chữ ký của giám thị 1:.....Chữ ký của giám thị 2:.....

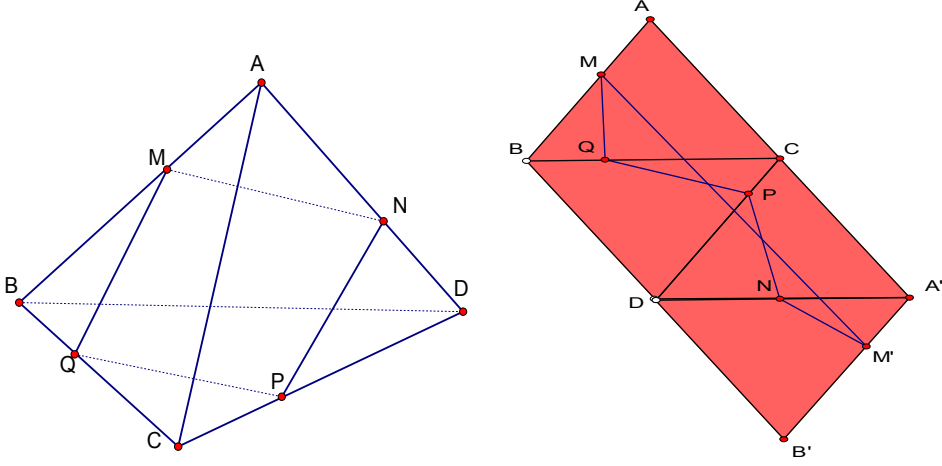
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Nội dung	điểm																	
I ₁ : (1,0)	1) Tìm các số thực m để hàm số có cực trị, khi đó tìm tập hợp các điểm cực đại của đồ thị (C _m) .																		
	TXĐ: D = ℝ y' = 3x ² - 6x + 3m ; y' là tam thức bậc 2 có a=3>0, Δ'=9-9m nếu Δ' ≤ 0 ⇔ m ≥ 1 ⇒ y' ≥ 0 ∀ x nên hàm số không có cực trị	0,25																	
	Δ' > 0 ⇔ m < 1 y' có 2 nghiệm phân biệt nên hàm có có cực đại, cực tiểu .	0,25																	
	gọi x ₁ , x ₂ là các nghiệm của y'=> $\begin{cases} x_1 = 1 - \sqrt{1 - m} \\ x_2 = 1 + \sqrt{1 - m} \end{cases}$ bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>− ∞</td><td>x₁</td><td>x₂</td><td>+ ∞</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td colspan="5"></td></tr></table> m<1 đồ thị hàm số có cực đại là M$\begin{cases} x_1 = 1 - \sqrt{1 - m} & (1) \\ y_1 = (2m - 2)(1 - \sqrt{1 - m}) + m + 1 & (2) \end{cases}$	x	− ∞	x ₁	x ₂	+ ∞	y'	+	0	-	0	+	y						0,25
	x	− ∞	x ₁	x ₂	+ ∞														
y'	+	0	-	0	+														
y																			
(1) ⇔ $\sqrt{1 - m} = 1 - x_1$ ⇔ $\begin{cases} x_1 < 1 \\ m = 1 - (1 - x_1)^2 \end{cases}$ thay m vào (2) ta được $y_1 = -2x_1^3 + 3x_1^2 + 1$ do m<1 => x ₁ <1 nên tập hợp các điểm cực đại của đồ thị (C _m) là phần đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ với x ∈ (− ∞ ;1) .	0,25																		
II ₂ : (1,0)	2) Tìm các số thực m để đồ thị (C _m) cắt đồ thị hàm số y=x ³ -2x ² +(3m+1)x+m tại 2 điểm phân biệt mà tiếp tuyến của (C _m) tại 2 điểm đó vuông góc với nhau.																		
	Hoành độ giao điểm của đồ thị (C _m) và đồ thị (C): y=x ³ -2x ² +(3m+1)x+m là nghiệm của phương trình x ³ -3x ² +3mx+1=x ³ -2x ² +(3m+1)x+m ⇔ x ² + x + m - 1 = 0 (1)	0,25																	
	(C _m) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt đk cần và đủ là (1) có 2 nghiệm phân biệt ⇔ Δ' > 0 ⇔ m < $\frac{5}{4}$	0,25																	
	với m< $\frac{5}{4}$ thì (C _m) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A(x ₁ ,y ₁), B(x ₂ ;y ₂) với x ₁ , x ₂ là nghiệm	0,25																	

	của (1) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$; hệ số góc của tiếp tuyến tại A của (C_m) là $y'(x_1) = 3(x_1^2 - 2x_1 + m) = 3(x_1^2 + x_1 + m - 1 - 3x_1 + 1) = 3(1 - 3x_1)$ hệ số góc của tiếp tuyến tại B của (C_m) là $y'(x_2) = 3(1 - 3x_2)$ để tiếp tuyến của (C_m) tại A và B vuông góc với nhau $\Leftrightarrow y'(x_1).y'(x_2) = -1 \Leftrightarrow 9(1 - 3x_1)(1 - 3x_2) = -1$													
	$\Leftrightarrow 9x_1 x_2 - 3(x_1 + x_2) + 1 = -\frac{1}{9} \Leftrightarrow 9(m - 1) + 3 + 1 = -\frac{1}{9} \Leftrightarrow m = \frac{44}{81}$ kết hợp với $m < \frac{5}{4}$ ta được $m = \frac{44}{81}$.	0,25												
$I_1:(1,0)$	1) Tìm các số thực m sao cho hệ phương trình sau có nghiệm (I) $\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{3-y} = m & (1) \\ \sqrt{y+1} + \sqrt{3-z} = m & (2) \\ \sqrt{z+1} + \sqrt{3-x} = m & (3) \end{cases}$													
	điều kiện: $-1 \leq x, y, z \leq 3$ giả sử $x \leq y \Rightarrow \sqrt{x+1} \leq \sqrt{y+1}$ nên từ (1) và (2) $\Rightarrow \sqrt{3-y} \geq \sqrt{3-z} \Rightarrow y \leq z$ tương tự từ (2) và (3) $\Rightarrow z \leq x \Rightarrow x = y = z$	0,25												
	nếu $x \geq y$ tương tự ta có $x = y = z$ vậy hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = z \\ \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} = m & (3) \end{cases}$	0,25												
	hệ (I) có nghiệm khi và chỉ khi (4) có nghiệm	0,25												
	đặt $f(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}}$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$; bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>2</td><td>$2\sqrt{2}$</td><td>2</td></tr></table> từ bảng biến thiên $\rightarrow$ Hệ (I) có nghiệm khi và chỉ khi $m \in [2; 2\sqrt{2}]$	x	-1	1	3	f'(x)	+	0	-	f(x)	2	$2\sqrt{2}$	2	0,25
x	-1	1	3											
f'(x)	+	0	-											
f(x)	2	$2\sqrt{2}$	2											
$\Pi_2:(1,0)$	2) Giải phương trình: $2\sin^2 x - \sin 2x + 2\sin x - 2x(\sin x - \cos x + 1) = 0$ (1)													
	$(1) \Leftrightarrow 2\sin x(\sin x - \cos x + 1) - 2x(\sin x - \cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x - x)(\sin x - \cos x + 1) = 0$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - x = 0 & (2) \\ \sin x - \cos x + 1 = 0 & (3) \end{cases}$	0,25												

	giải (3) được nghiệm $x = k2\pi ; x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	giải (2) (2) có nghiệm $\Rightarrow x \leq 1$; xét $f(x) = \sin x - x$ trên $[-1; 1]$ $f'(x) = \cos x - 1 \leq 0 \forall x \in [-1; 1] \Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên $[-1; 1]$ có $f(0) = 0$ nên (2) có nghiệm duy nhất $x = 0$; hợp nghiệm ta có (1) có nghiệm $x = k2\pi ; x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$	0,25
III ₁ :(1,0)	1) Cho các số thực x thỏa mãn $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Chứng minh rằng $\frac{\sin x}{x} > \cos x$ (1)	
	Trường hợp 1: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ (1) $\Leftrightarrow \sin x > x \cos x \Leftrightarrow \tan x > x \Leftrightarrow \tan x - x > 0$	0,25
	xét $f(x) = \tan x - x$ trên $[0; \frac{\pi}{2})$; $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \tan^2 x \geq 0 \forall x \in [0; \frac{\pi}{2}) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[0; \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \forall x \in (0; \frac{\pi}{2})$ ta có $f(x) > f(0) \Leftrightarrow \tan x - x > 0$	0,25
	Trường hợp 2: $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ đặt $t = -x \Rightarrow 0 < t < \frac{\pi}{2}$ thay vào (1) ta có $\frac{\sin(-t)}{-t} > \cos(-t) \Leftrightarrow \frac{\sin t}{t} > \cos t$ (2);	0,25
	theo trường hợp 1 ta có (2) đúng với $0 < t < \frac{\pi}{2}$	0,25
III ₂ :(1,0)	2) Tìm hệ số của x^7 trong khai triển thành đa thức của $P(x) = (5x - 3)^n (n \in \mathbb{N}^*)$, biết $C_{2n+1}^1 + 2C_{2n+1}^2 + 3C_{2n+1}^3 + \dots + kC_{2n+1}^k + \dots + (2n+1)C_{2n+1}^{2n+1} = 21.2^{20}$ (*)	
	Xét $(1+x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 x + C_{2n+1}^2 x^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1} \forall x$ (1) đạo hàm 2 vế của (1) ta có $(2n+1)(1+x)^{2n} = C_{2n+1}^1 + 2C_{2n+1}^2 x + \dots + kC_{2n+1}^{2n+1} x^{k-1} + \dots + (2n+1)C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n}$ (2)	0,25
	Chọn $x=1$ thay vào (2) ta có $(2n+1)2^{2n} = C_{2n+1}^1 + 2C_{2n+1}^2 + \dots + kC_{2n+1}^{2n+1} + \dots + (2n+1)C_{2n+1}^{2n+1}$	0,25
	(*) $\Leftrightarrow (2n+1)2^{2n} = 21.2^{20}$ (3) Nếu $n > 10$ ta thấy vế trái (3) > vế phải (3) nên $n > 10$ loại tương tự $0 < n < 10$ loại; $n=10$ thỏa mãn	0,25
	với $n=10$ $P(x) = (5x - 3)^{10} = (-3 + 5x)^{10}$ Hệ số của x^k trong khai triển thành đa thức của $P(x)$ là $C_{10}^k (-3)^{10-k} . 5^k$ Hệ số của x^7 trong khai triển thành đa thức của $P(x)$ là $C_{10}^7 (-3)^3 . 5^7 = -253125000$	0,25
IV ₁ :(1,5)	1) Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC), góc giữa mặt phẳng (SAC) và (SBC) là 60° , $SB = a\sqrt{2}$, $\widehat{BSC} = 45^\circ$. a) Chứng minh rằng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB). b) Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.	

IV _{1a} :(0,5)	 a) Chứng minh rằng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB). Hạ AH ⊥ SB do (SAB) ⊥ (SBC) nên AH ⊥ (SBC)	0,25
	=>AH ⊥ BC mà SA ⊥ BC nên BC ⊥ (SAB)	0,25
IV _{1b} :(1,0)	b) Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.	
	do BC ⊥ (SAB) => BC ⊥ SB nên tam giác SBC vuông cân tại B nên BC=SB= $a\sqrt{2}$ Hạ AK ⊥ SC do AH ⊥ (SBC) nên AH ⊥ SC => SC ⊥ (AHK) => góc giữa (SAC) và (SBC) = $\widehat{AKH} = 60^\circ$	0,25
	Đặt $\alpha = \widehat{ASB}$ AH=SHtan α , HK= $\frac{SH}{\sqrt{2}}$ trong tam giác vuông AHK có $\tan 60^\circ = \frac{AH}{HK} = \frac{SH \cdot \tan \alpha}{\frac{SH}{\sqrt{2}}} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{6}}{2}$	0,25
	$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5} \Rightarrow SA = SB \cos \alpha = \frac{2a}{\sqrt{5}}; AB = SA \tan \alpha = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$; diện tích tam giác SAB là $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot AB = \frac{a^2 \sqrt{6}}{5};$	0,25
	Thể tích SABC là $V = \frac{1}{3} BC \cdot S_{\Delta SAB} = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{15}$	0,25
IV ₂ :(1,5)	2) Cho 3 tia Ox, Oy, Oz không cùng nằm trên một mặt phẳng và $\widehat{xoy} = \widehat{yoz} = \widehat{zox} = 60^\circ$. A, B, C là các điểm tương ứng trên Ox, Oy, Oz. a) Tính thể tích của khối chóp O.ABC theo a biết OA =a; OB =2a; OC = 3a. b) Nếu A, B, C thay đổi nhưng thể tích của khối chóp O.ABC luôn bằng $\sqrt{3}$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích xung quanh hình chóp O.ABC.	
IV _{2a} :(0,75)	Trên Oy, Oz lấy lần lượt các điểm B', C' sao cho OB'=OC'=a. =>SAB'C' là tứ diện đều cạnh a. Hạ OH vuông góc (AB'C') => H là tâm của tam giác AB'C' $\Rightarrow 2C'H = \frac{a}{\sin 60^\circ} \Leftrightarrow C'H = \frac{a}{\sqrt{3}}$ Trong tam giác vuông OHC' có $OH = \sqrt{OC'^2 - HC'^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$	0,25
	diện tích tam giác AB'C' là $S_{\Delta AB'C'} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{OAB'C'} = \frac{1}{3} OH \cdot S_{\Delta AB'C'} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$	0,25

	$\frac{V_{O.AB'C'}}{V_{O.ABC}} = \frac{OA}{OA} \frac{OB'}{OB} \frac{OC'}{OC} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{O.ABC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$	0,25
IV _{2b} :(0,75)	b) Nếu A, B, C thay đổi nhưng thể tích của khối chóp O.ABC luôn bằng $\sqrt{3}$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích xung quanh hình chóp O.ABC.	
	đặt a=OA, b=OB, c=OC; Dựng hình chóp OAB'C' như phần a) ta có $\Rightarrow V_{OAB'C'} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}; \text{ nên } \frac{V_{O.AB'C'}}{V_{O.ABC}} = \frac{OA}{OA} \frac{OB'}{OB} \frac{OC'}{OC} = \frac{a^3}{abc} \Leftrightarrow \frac{\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}}{\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}} = \frac{a^3}{abc} \Leftrightarrow \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{a^3}{abc} \Leftrightarrow abc = 6\sqrt{6}$	0,25
	S xung quanh của hình chóp O.ABC là $S_{xq} = S_{\Delta OAB} + S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OAC} = \frac{\sqrt{3}}{4}(ab + bc + ca)$	0,25
	Theo bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân ta có $ab + bc + ca \geq 3\sqrt[3]{(abc)^2} \Rightarrow S_{xq} \geq \frac{\sqrt{3}}{4} 3\sqrt[3]{(abc)^2} = \frac{\sqrt{3}}{4} 3\sqrt[3]{(6\sqrt{6})^2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} ab = bc = ca \\ abc = 6\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{6}$ vậy giá trị nhỏ nhất của diện tích xung quanh hình chóp O.ABC là $\frac{9\sqrt{3}}{2}$	0,25
V:(1,0)	Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. Các điểm M, N, P, Q thay đổi tương ứng trên cạnh AB, AD, CD, CB. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng K=MN+NP+PQ+QM.	
	 khai triển hình tứ diện trên mặt phẳng ta được hình bình hành ABB'A' do MA=M'A', MA//A'M' nên AMM'A' là hình bình hành $\Rightarrow MM'=AA'=2a$. Tổng $K=MN+NP+PQ+QM \geq MM' \Leftrightarrow K \geq 2a$ dấu "=" xảy ra Q,P,N lần lượt là giao điểm của MM' với BC, CD, DA' $\Leftrightarrow \begin{cases} MQ \parallel AC, PN \parallel AC \\ QP \parallel BD, MN \parallel BD \end{cases}$ (khi đó MNPQ là hình bình hành.) vậy giá trị nhỏ nhất của $K=MN+NP+PQ+QM$ là $2a$.	0,25
		0,25
		0,25