

Bài 1(4 điểm).

Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C)

a) Chứng minh rằng tích các khoảng cách từ một điểm M nằm trên đồ thị (C) đến hai đường tiệm cận là một hằng số không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ tâm đối xứng của (C) đến tiếp tuyến là lớn nhất.

Bài 2(4 điểm).

a) Cho $x, y \in \mathbb{R}$; $x \geq 0, y \geq 0$ và $x + y = 1$.

Chứng minh rằng: $3\sqrt[3]{\frac{25}{4}} \leq 25^x + 5^y \leq 26$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x^2 + 4xy + y^2 + 2x + y - 2 = 0 \\ 8\sqrt{1-2x} + y^2 - 9 = 0 \end{cases}; \text{ với } x, y \in \mathbb{R}$$

Bài 3(4 điểm).

Cho tứ diện ABCD có bốn đường cao đồng quy tại điểm H.

a) Chứng minh rằng: $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$

b) M là một điểm nằm trong tứ diện ABCD; gọi V là thể tích của tứ diện ABCD; S_1, S_2, S_3, S_4 lần lượt là diện tích các tam giác BCD, CDA, DAB, ABC. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $MA.S_1 + MB.S_2 + MC.S_3 + MD.S_4$ theo V.

Bài 4(4 điểm).

a) Cho phương trình: $-128x^7 + 192x^5 - 80x^3 + 8x - 1 = 0$ (1)

Phương trình (1) có tất cả bao nhiêu nghiệm thực nằm trong khoảng (0;1)?

b) Cho tứ diện ABCD, điểm O nằm trong tứ diện sao cho $OA=OB=OC=OD = R$. Các đường thẳng OA, OB, OC, OD cắt các mặt BCD, CDA, DAB, ABC tương ứng ở A', B', C', D', Chứng minh rằng $AA' + BB' + CC' + DD' \geq \frac{16}{3}R$

Bài 5(4 điểm).

Hãy tìm tất cả các hàm số f xác định trên tập số thực R, lấy giá trị trong R và thỏa mãn hệ thức $f(x-y) + f(xy) = f(x) - f(y) + f(x).f(y)$, với mọi số thực x, y.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN, BIỂU ĐIỂM VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

A. ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

Bài 1(4 điểm).

a) Chứng minh rằng tích các khoảng cách từ một điểm M nằm trên đồ thị (C) đến hai đường tiệm cận là một hằng số không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là: Tiệm cận đứng là $x + 1 = 0$ và tiệm cận ngang là $y - 1 = 0$

Cho 0,5 điểm

Giả sử $M\left(x_0; \frac{x_0 - 1}{x_0 + 1}\right)$ là điểm thuộc đồ thị (C)

Khoảng cách từ M đến đường tiệm cận đứng là: $d_1 = |x_0 + 1|$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang là : $d_2 = \left| \frac{x_0 - 1}{x_0 + 1} - 1 \right| = \left| \frac{-2}{x_0 + 1} \right| = \frac{2}{|x_0 + 1|}$

Cho 0,5 điểm

Ta có : $d_1 \cdot d_2 = |x_0 + 1| \cdot \frac{2}{|x_0 + 1|} = 2$

Vậy tích các khoảng cách từ một điểm M nằm trên đồ thị (C) đến hai đường tiệm cận là một hằng số không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

Cho 0,5 điểm

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ tâm đối xứng của (C) đến tiếp tuyến là lớn nhất.

Tâm đối xứng của đồ thị là $I(-1; 1)$

Cho 0, 5 điểm

Gọi $N(x_0, y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị, khi đó tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình:

$$y = \frac{2}{(x_0 + 1)^2} (x - x_0) + \frac{x_0 - 1}{x_0 + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x - (x_0 + 1)^2 y + x_0^2 - 2x_0 - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{Cho 0,5 điểm}$$

Gọi d là khoảng cách từ I đến tiếp tuyến trên ta có:

$$d = \frac{|4x_0 + 4|}{\sqrt{4 + (x_0 + 1)^4}}; x_0 \neq -1, \text{ khi đó } d \text{ lớn nhất khi và chỉ khi } d^2 \text{ lớn nhất}$$

$$\text{Đặt } X = x_0 + 1 \text{ và } g(X) = \frac{X^2}{4 + X^4}; X \neq 0, \text{ ta có } g'(X) = \frac{2X(4 - X^4)}{(4 + X^4)^2}$$

Khi đó d^2 lớn nhất khi $g(X)$ lớn nhất

Ta có bảng biến thiên của hàm $g(X) = \frac{X^2}{4+X^4}$ như sau:

Cho 0,5 điểm

X	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
G'(X)	+	0	-	0	-
G(X)	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0

Vậy $g(X) = \frac{X^2}{4+X^4}$ lớn nhất khi $X = -\sqrt{2}$; $X = \sqrt{2}$, tương ứng với hai giá trị đó ta có hai tiếp tuyến sau: $y = x + (2 + \sqrt{2})$; $y = x + (2 - \sqrt{2})$;
Bài 2(4 điểm).

Cho 1, 0 điểm

a) Cho $x, y \in \mathbb{R}$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ và $x + y = 1$. Chứng minh rằng: $3\sqrt[3]{\frac{25}{4}} \leq 25^x + 5^y \leq 26$

Ta có: $P = 25^x + 5^y = 5^{2x} + 5^y$

Vì $x + y = 1$ suy ra $y = 1 - x$ vậy $P = 5^{2x} + \frac{5}{5^x}$

Cho 0,5 điểm

Đặt $t = 5^x$, do $0 \leq x \leq 1$ suy ra $1 \leq t \leq 5$

Cho 0,5 điểm

Xét hàm số $f(t) = t^2 + \frac{5}{t}$ với $1 \leq t \leq 5$

Ta có: $f'(t) = 2t - \frac{5}{t^2} = \frac{2t^3 - 5}{t^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt[3]{\frac{5}{2}}$

Bảng biến thiên

Cho 0,5 điểm

t	1	$\sqrt[3]{\frac{5}{2}}$	5
5f'(t)	-	0	+
f(t)	6	$3\sqrt[3]{\frac{25}{4}}$	26

Với $1 \leq t \leq 5$ Max $f(t) = 26$; Min $f(t) = 3\sqrt[3]{\frac{25}{4}}$ suy ra: $3\sqrt[3]{\frac{25}{4}} \leq f(t) \leq 26$

hay $3\sqrt[3]{\frac{25}{4}} \leq 25^x + 5^y \leq 26$ (đpcm)

Cho 0,5 điểm

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (2x+y)^2 + (2x+y) - 2 = 0(1) \\ 8\sqrt{1-2x} + y^2 - 9 = 0(2) \end{cases}$

Đặt $u = 2x + y$ ta có phương trình $t^2 + t - 2 = 0$, suy ra $t = 1$; $t = -2$,

Cho 0,50 điểm

Nếu $t = 1$ thì $2x + y = 1$ hay $1 - 2x = y \geq 0$, thế vào phương trình (2) ta có phương trình $8\sqrt{y} + y^2 - 9 = 0$, đặt $u = \sqrt{y} \geq 0$, suy ra: $t^4 + 8t - 9 = 0 \Leftrightarrow$

$(u-1)(u^3+u^2+u+9)=0$, vậy $u = 1$, vì $u^3+u^2+u+9 > 0$ khi $u \geq 0$, khi đó hệ có nghiệm

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Cho 0,50 điểm

Nếu $t = -2$ thì $2x + y = -2$ hay $1 - 2x = y + 3 \geq 0$ thế vào phương trình (2) ta có:

$$8\sqrt{y+3} + y^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow 8\sqrt{y+3} + (y-3)(y+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ 8 + (y-3)\sqrt{y+3} = 0 \end{cases}$$

Với $y = -3$ thì hệ có nghiệm $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$

Cho 0,5 điểm

Với $8 + (y-3)\sqrt{y+3} = 0$, đặt $v = \sqrt{y+3} \geq 0$, ta có phương trình $8 + (v^2 - 6)v = 0$

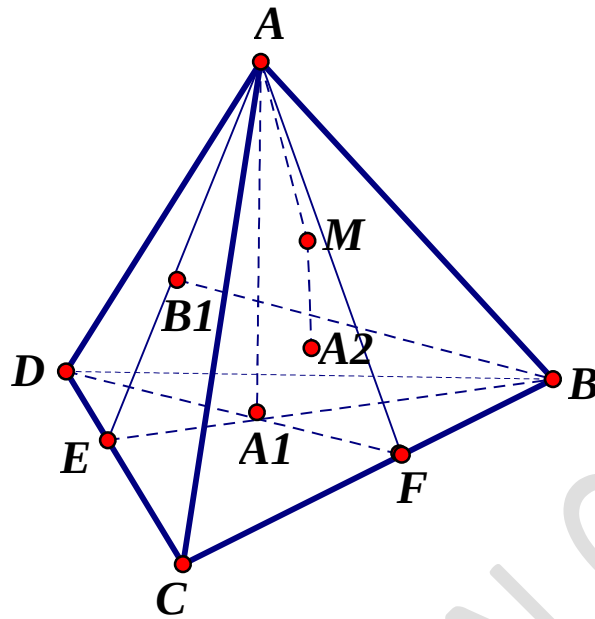
Xét hàm số: $g(t) = v^3 - 6v + 8$, $g'(v) = 3v^2 - 6$, $g'(v) = 0$ khi $\begin{cases} v = -\sqrt{2} \\ v = \sqrt{2} \end{cases}$

Hàm $g(v)$ đạt cực đại tại $(-\sqrt{2}; 8 + 4\sqrt{2})$; đạt cực tiểu tại $(\sqrt{2}; 8 - 4\sqrt{2})$, vì $g(0) = 8 > 0$ và $8 - 4\sqrt{2} > 0$ nên $g(t) = 0$ không có nghiệm $v \geq 0$

Kết luận hệ có hai nghiệm: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$

Cho 0,5 điểm

Bài 3(4 điểm).



a) Chứng minh rằng: $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$

- Chứng minh các cặp cạnh đối của tứ diện vuông góc với nhau từng đôi một

+ Ta có $CD \perp AA_1$, $CD \perp BB_1$ suy ra $AB \perp CD$.

+ Chứng minh tương tự ta có $AC \perp BD$ và $AD \perp CB$

Cho 1, 0 điểm

- Tam giác AFB vuông tại F và tam giác DFC vuông tại F suy ra:

$$AB^2 = AF^2 + FB^2 \text{ và } DC^2 = DF^2 + FC^2 \text{ suy ra } AB^2 + CD^2 = AF^2 + FC^2 + BF^2 + DF^2 = AC^2 + BD^2 \quad (1)$$

Chứng minh tương tự ta có $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$

Cho 1,0 điểm

b) Kẻ AA_1 , MA_2 lần lượt vuông góc với mặt phẳng (BCD), khi đó ta có: $AM + MA_2 \geq AA_1 \geq AA_1 - MA_2 \Leftrightarrow AM \geq AA_1 - MA_2 \quad (1)$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M thuộc đường cao AA_1 ,

Cho 0,5 điểm

Từ (1) suy ra $AM.S_1 \geq AA_1.S_1 - MA_2.S_1 \Leftrightarrow AM.S_1 \geq 3V - 3V_{M.BCD} \quad (2)$

Cho 0,5 điểm

Dấu bằng xảy ra khi M thuộc đường cao AA_1 . Hoàn toàn tương tự cho các mặt CDA, DAB, ABC ta có :

$BM.S_2 \geq 3V - 3V_{M.CDA} \quad (3)$, dấu = xảy ra khi M thuộc đường cao tứ diện hạ từ đỉnh B,

$CM.S_3 \geq 3V - 3V_{M.DAB} \quad (4)$, dấu = xảy ra khi M thuộc đường cao tứ diện hạ từ đỉnh C,

$DM.S_4 \geq 3V - 3V_{M.ABC} \quad (5)$, dấu = xảy ra khi M thuộc đường cao tứ diện hạ từ đỉnh D,

Từ (2), (3), (4) và (5) ta có: $MA.S_1 + MB.S_2 + MC.S_3 + MD.S_4 \geq 9V$, dấu bằng xảy ra khi M trùng H. vậy $MA.S_1 + MB.S_2 + MC.S_3 + MD.S_4 = 9V$. **Cho 1,0 điểm**

Bài 4(4 điểm).

a/ Ta có: $-128x^7 + 192x^5 - 80x^3 + 8x - 1 = 0 \Leftrightarrow 8x(1 - 2x^2)(8x^4 - 8x^2 + 1) = 1$

Đặt $x = \sin t$, vì $x \in (0; 1)$ nên $t \in (0; \frac{\pi}{2})$

Cho 0,5 điểm

khi đó ta có phương trình:

$$8\sin t(1 - 2\sin^2 t)(8\sin^4 t - 8\sin^2 t + 1) = 1 \Leftrightarrow 8\sin t(1 - 2\sin^2 t)[8\sin^2 t(\sin^2 t - 1) + 1] = 1$$

$$8\sin t \cdot \cos 2t(1 - 2\sin^2 t) = 1 \Leftrightarrow 8\sin t \cdot \cos 2t \cdot \cos 4t = 1 \quad (*), \text{ vì } \cos t \neq 0, \text{ nên nhân hai vế của phương trình } (*) \text{ cho } \cos t \text{ ta có phương trình tương đương:}$$

$$8\sin t \cdot \cos t \cdot \cos 2t \cdot \cos 4t = \cos t \Leftrightarrow 4\sin 2t \cdot \cos 2t \cdot \cos 4t = \cos t \Leftrightarrow 2\sin 4t \cdot \cos 4t = \cos t$$

$$\Leftrightarrow \sin 8t = \cos t \Leftrightarrow \sin 8t = \sin(\frac{\pi}{2} - t)$$

Cho 0,5 điểm

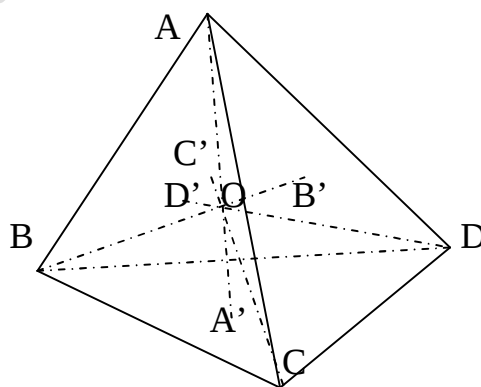
$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{9} \\ t = \frac{\pi}{14} + \frac{2l\pi}{7} \end{cases}; \text{ với } k, l \in \mathbb{Z}; \text{ do } t \in (0; \frac{\pi}{2}) \text{ nên } k, l \text{ chỉ nhận các giá trị } 0; 1. \text{ khi đó } t$$

sẽ nhận 4 giá trị khác nhau trong khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$,

Cho 0,5 điểm

vì hàm $\sin t$ đồng biến trong khoảng đó nên x cũng nhận 4 giá trị khác nhau trên khoảng $(0; 1)$ (đpcm).

Cho 0,5 điểm



b) Chứng minh.

Gọi V, V_A, V_B, V_C, V_D lần lượt là thể tích của các tứ diện ABCD, OBCD, OCDA, ODAB, OABC, do O là điểm nằm trong tứ diện nên ta có:

$$V = V_A + V_B + V_C + V_D \Leftrightarrow \frac{V_A}{V} + \frac{V_B}{V} + \frac{V_C}{V} + \frac{V_D}{V} = 1 \Leftrightarrow \frac{OA'}{AA'} + \frac{OB'}{BB'} + \frac{OC'}{CC'} + \frac{OD'}{DD'} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{AA'-OA}{AA'} + \frac{BB'-OB}{BB'} + \frac{CC'-OC}{CC'} + \frac{DD'-OD}{DD'} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{AA'} + \frac{1}{BB'} + \frac{1}{CC'} + \frac{1}{DD'} = \frac{3}{R}$$

Cho 1,0 điểm

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\begin{cases} AA' + BB' + CC' + DD' \geq 4\sqrt{AA' \cdot BB' \cdot CC' \cdot DD'} \\ \frac{1}{AA'} + \frac{1}{BB'} + \frac{1}{CC'} + \frac{1}{DD'} \geq 4\sqrt{\frac{1}{AA'} \cdot \frac{1}{BB'} \cdot \frac{1}{CC'} \cdot \frac{1}{DD'}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (AA' + BB' + CC' + DD') \left(\frac{1}{AA'} + \frac{1}{BB'} + \frac{1}{CC'} + \frac{1}{DD'} \right) \geq 16$$

$$\Leftrightarrow AA' + BB' + CC' + DD' \geq \frac{16}{3}R$$

Cho 1, điểm

Bài 5(4 điểm).

Vì: $f(x-y) + f(xy) = f(x) - f(y) + f(x).f(y)$ (*), với mọi số thực x, y . Nên khi $x=y=0$ ta có: $2f(0) = f^2(0)$, suy ra $f(0) = 0$ hoặc $f(0) = 2$

+/- Nếu $f(0) = 0$, thay $x = 0$ vào ta được $f(-y) = -f(y)$, với $\forall y \in R$ suy ra $f(-xy) = -f(xy)$, vậy thay y bởi $-y$ vào (*) ta được :

$f(x+y) - f(xy) = f(x) + f(y) - f(x).f(y)$ (**). Cộng (*) và (**) ta có:

$f(x-y) + f(x+y) = 2f(x)$, với mọi số thực x, y (***) . Thay $x = y$ ta được $f(2x) = 2f(x)$. Vậy từ (***) suy ra $f(x-y) + f(x+y) = f(2x)$ với mọi số thực x, y , từ đó suy ra $f(x+y) = f(x) + f(y)$ (1) kết hợp (**) ta có $f(xy) = f(x).f(y)$ với mọi số thực x, y (2), cho $y=1$ ta có $f(x) = f(x).f(1)$, suy ra $f(x) = 0$ hoặc $f(1) = 1$.

Với $f(1)=1$ -/ Trước hết ta có $\forall \frac{m}{n} \in Q$ thì $f(\frac{m}{n}) = \frac{m}{n}$, thật vậy :

$n.f(\frac{m}{n}) = f(n).f(\frac{m}{n}) = f(n.\frac{m}{n}) = f(m) = m$. Bây giờ ta chứng minh $f(x) = x$ với mọi số thực x . Thật vậy ta có với hai số thực a, b : $a > b$ thì $f(a) - f(b) = f(a-b) =$

$f((\sqrt{a-b})^2) = [f(\sqrt{a-b})]^2 > 0$, tức là $f(a) > f(b)$. Ta giả sử $f(x) = a < x$, khi đó tồn tại số hữu tỷ b : sao cho $a < b < x$, theo trên thì $f(b) = b$, vô lý, tương tự cho

$a > x$ ta cũng có điều vô lý. Tóm lại trong trường hợp này ta có hai hàm số $f(x) = 0$, $f(x) = x$.

Cho 3, 0 điểm

+/- Nếu $f(0) = 2$, thay $x = 0$ vào (*) ta có $f(-y) + 2 = 2 - f(y) + 2y$ hay $f(-y) = f(y)$. Thay y bởi $-y$ ta có $f(x+y) + f(xy) = f(x) - f(y) + f(x).f(y)$ (****) Từ (*) và (****) ta có $f(x+y) = f(x-y)$ với mọi số thực x, y , mà $f(0) = 2$ nên hàm đó là $f(x) = 2$

Cho 1, 0 điểm

B. HƯỚNG DẪN CHẤM

1/ Điểm của bài làm theo thang điểm 20, là tổng điểm của thành phần và không làm tròn số.

2/ Nếu thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa phần đó.

Bài 5(4 điểm).

Vì: $f(x - y) + f(xy) = f(x) - f(y) + f(x).f(y)$ (*), với mọi số thực x, y . Nên khi $x=y=0$ ta có: $2f(0) = f^2(0)$, suy ra $f(0) = 0$ hoặc $f(0) = 2$

+ / Nếu $f(0) = 0$, thay $x = 0$ vào ta được $f(-y) = -f(y)$, với $\forall y \in R$ suy ra $f(-xy) = -f(xy)$, vậy thay y bởi $-y$ vào (*) ta được :

$f(x + y) - f(xy) = f(x) + f(y) - f(x).f(y)$ (**). Cộng (*) và (**) ta có:

$f(x - y) + f(x + y) = 2f(x)$, với mọi số thực x, y (***) . Thay $x = y$ ta được $f(2x) = 2f(x)$. Vậy từ (***) suy ra $f(x - y) + f(x + y) = f(2x)$ với mọi số thực x, y , từ đó suy ra $f(x + y) = f(x) + f(y)$ (1) kết hợp (**) ta có $f(xy) = f(x).f(y)$ với mọi số thực x, y (2), cho $y = 1$ ta có $f(x) = f(x).f(1)$, suy ra $f(x) = 0$ hoặc $f(1) = 1$.

Với $f(1)=1$ - / Trước hết ta có $\forall \frac{m}{n} \in Q$ thì $f(\frac{m}{n}) = \frac{m}{n}$, thật vậy :

$n \cdot f\left(\frac{m}{n}\right) = f(n) \cdot f\left(\frac{m}{n}\right) = f\left(n \cdot \frac{m}{n}\right) = f(m) = m$. Bây giờ ta chứng minh $f(x) = x$ với mọi số thực x . Thật vậy ta có với hai số thực a, b : $a > b$ thì $f(a) - f(b) = f(a - b) = f((\sqrt{a-b})^2) = [f(\sqrt{a-b})]^2 > 0$, tức là $f(a) > f(b)$. Ta giả sử $f(x) = a < x$, khi đó tồn tại số hữu tỷ b : sao cho $a < b < x$, theo trên thì $f(b) = b$, vô lý, tương tự cho $a > x$ ta cũng có điều vô lý. Tóm lại trong trường hợp này ta có hai hàm số $f(x) = 0$, $f(x) = x$.

Cho 3, 0 điểm

+/- Nếu $f(0) = 2$, thay $x = 0$ vào (*) ta có $f(-y) + 2 = 2 - f(y) + 2y$ hay $f(-y) = f(y)$. Thay y bởi $-y$ ta có $f(x+y) + f(xy) = f(x) - f(y) + f(x).f(y)$ (****)
Từ (*) và (****) ta có $f(x+y) = f(x-y)$ với mọi số thực x, y , mà $f(0) = 2$ nên hàm đó là $f(x) = 2$

Cho 1, 0 điểm

b/ Gọi O là điểm thỏa mãn $OA = OB = OC = OD$ và G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ (O, G cố định). Vì G_1 là trọng tâm tứ diện $MBCD$ nên với điểm H ta có:

$4.\overrightarrow{HG_1} = \overrightarrow{HM} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{HD} = \overrightarrow{HM} - \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{HD} = \overrightarrow{AM} + 4\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} - 4\overrightarrow{GH}$, đặt $\overrightarrow{OM} - 4\overrightarrow{GH} = \vec{u}$, ta có $4.\overrightarrow{HG_1} = \vec{u} - \overrightarrow{OA}$ (1), tương tự ta có:
 $4.\overrightarrow{HG_2} = \vec{u} - \overrightarrow{OB}$ (2), $4.\overrightarrow{HG_3} = \vec{u} - \overrightarrow{OC}$ (3), $4.\overrightarrow{HG_4} = \vec{u} - \overrightarrow{OD}$ (4), từ (1), (2), (3), (4) và giả thiết cho ta có:

$(\vec{u} - \overrightarrow{OA})^2 = (\vec{u} - \overrightarrow{OB})^2 = (\vec{u} - \overrightarrow{OC})^2 = (\vec{u} - \overrightarrow{OD})^2 \Leftrightarrow \vec{u}.\overrightarrow{OA} = \vec{u}.\overrightarrow{OB} = \vec{u}.\overrightarrow{OC} = \vec{u}.\overrightarrow{OD}$,
từ $\vec{u}.\overrightarrow{OA} = \vec{u}.\overrightarrow{OB}$ suy ra : $\vec{u}.\overrightarrow{(OA - OB)} = 0 \Leftrightarrow \vec{u}.\overrightarrow{BA} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{0}$, hoặc $\vec{u} \perp \overrightarrow{BA}$
từ $\vec{u}.\overrightarrow{OB} = \vec{u}.\overrightarrow{OC}$ suy ra : $\vec{u}.\overrightarrow{(OB - OC)} = 0 \Leftrightarrow \vec{u}.\overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{0}$, hoặc $\vec{u} \perp \overrightarrow{CB}$
từ $\vec{u}.\overrightarrow{OC} = \vec{u}.\overrightarrow{OD}$ suy ra : $\vec{u}.\overrightarrow{(OC - OD)} = 0 \Leftrightarrow \vec{u}.\overrightarrow{DC} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{0}$, hoặc $\vec{u} \perp \overrightarrow{DC}$

Vì ba véc tơ $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DC}$ không đồng phẳng nên $\vec{u} = \vec{0}$, suy ra : $\overrightarrow{OM} = 4\overrightarrow{GH}$, vì ba điểm O, G, H cố định nên M là điểm xác định duy nhất.

Cho 2, 0 điểm