LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 1

Câu I:

1) $y = \dfrac{2x}{x+2} \quad (I)$

* TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

* Chiều biến thiên:

- Giới hạn và tiệm cận:

+) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x}{x+2} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x}{x(1+\frac{2}{x})} = 2$

$\Rightarrow$ TCN : $y = 2$

+) $\lim\limits_{x \to -2^{\pm}} y = \lim\limits_{x \to -2^{\pm}} \dfrac{2x}{x+2} = {}^{-}_{+}\infty$

$\Rightarrow$ TCĐ : $x = -2$

Giao điểm 2 đường tiệm cận: $I(-2;2)$

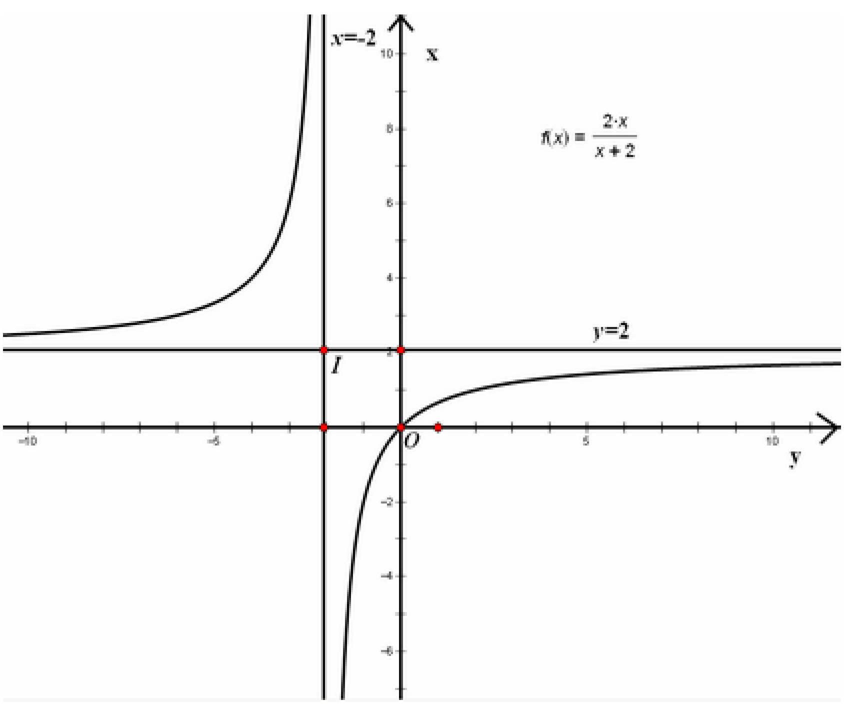
- Sự biến thiên:

Ta có: $y' = \dfrac{4}{(x+2)^2} > 0 \forall x \in (-\infty;-2) \cup (-2;+\infty)$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2) \cup (-2;+\infty)$

$\Rightarrow$ Hàm số không có CĐ ; CT.

* Đồ thị:



*Nhận xét: Đồ thị hàm số gồm 2 nhánh và nhận $I(-2;2)$ làm tâm đối xứng.

2)

Ta có: Tâm đối xứng : $I(-2;2)$

Gọi $M\left(a;\dfrac{2a}{a+2}\right); M\in(I)$

-Phương trình tiếp tuyến tại M của (I) là:

$$y=f'(a)(x-a)+\frac{2a}{a+2}$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{4}{(a+2)^2}(x-a)+\frac{2a}{a+2}$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{4x}{(a+2)^2}-\frac{4a}{(a+2)^2}+\frac{2a^2+4a}{(a+2)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{(a+2)^2}-y+\frac{2a^2}{(a+2)^2}=0\ \ (\Delta)$$

-Ta có: $d(I;\Delta)=\dfrac{\left|\dfrac{4(-2)}{(a+2)^2}-2+\dfrac{2a^2}{(a+2)^2}\right|}{\sqrt{\dfrac{16}{(a+2)^4}+1}}=\dfrac{\left|\dfrac{-8-2(a+2)^2+2a^2}{(a+2)^2}\right|}{\sqrt{\dfrac{16}{(a+2)^4}+1}}$

$$\Leftrightarrow d(I;\Delta)=\frac{\left|\dfrac{-16-8a}{(a+2)^2}\right|}{\sqrt{\dfrac{16}{(a+2)^4}+1}}=\frac{\left|\dfrac{8}{a+2}\right|}{\sqrt{\dfrac{16}{(a+2)^4}+1}}=\frac{8}{\sqrt{\dfrac{16}{(a+2)^2}+(a+2)^2}}$$

-Theo BĐT Cô-si ta có:

$$\frac{16}{(a+2)^2}+(a+2)^2\ge 2\sqrt{16}=8$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{16}{(a+2)^2}+(a+2)^2}\ge\sqrt{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{\sqrt{\dfrac{16}{(a+2)^2}+(a+2)^2}}\le\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

Dấu = xảy ra khi $(a+2)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-4\end{array}\right.$

Suy ra : $Max d(I;\Delta)=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-4\end{array}\right.$

*Với $a=0\Rightarrow M(0;0)$

*Với $a=-4\Rightarrow M(-4;4)$

Vậy $M(0;0)$ và $M(-4;4)$ là 2 điểm cần tìm □.

Câu II:

1)

$$\sin x.\sin 2x + \sin 3x = 6\cos^3 x$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x.\cos x + 3\sin x - 4\sin^3 x - 6\cos^3 x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x.\cos x + 3\sin x(\sin^2 x + \cos^2 x) - 4\sin^3 x - 6\cos^3 x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x.\cos x + 3\sin^3 x + 3\sin x\cos^2 x - 4\sin^3 x - 6\cos^3 x = 0$$

$$\Leftrightarrow -\sin^3 x + 2\sin^2 x.\cos x + 3\sin x\cos^2 x - 6\cos^3 x = 0$$

-Xét: $\cos x = 0 \Rightarrow \sin^3 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0$ (vô lý)

-Xét $\cos x \neq 0$. Chia cả 2 vế cho $\cos^3 x$ ta được:

$$-\tan^3 x + 2\tan^2 x + 3\tan x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = \sqrt{3} \\ \tan x = -\sqrt{3} \\ \tan x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \dfrac{-\pi}{3} + k\pi \\ x = \arctan 2 + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm : $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \dfrac{-\pi}{3} + k\pi \\ x = \arctan 2 + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad \square$.

2)

$$\sqrt{4 - x^2} + \sqrt{1 + 4x} + \sqrt{x^2 + y^2 - 2y - 3} = \sqrt{x^4 - 16} - y + 5$$

ĐK: $\begin{cases} 4 - x^2 \geq 0 \\ 1 + 4x \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 2y - 3 \geq 0 \\ x^4 - 16 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-2, 2] \\ x \geq \dfrac{-1}{4} \\ x^2 + y^2 - 2y - 3 \geq 0 \\ x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty) \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y^2 - 2y + 1 \geq 0 \end{cases}$

-Với $x = 2$ ta có phương trình:

$$3 + \sqrt{y^2 - 2y + 1} = 5 - y$$

$$\Leftrightarrow 3 + |y - 1| = 5 - y$$

TH1: $y \geq 1$

Ta có phương trình: $3 + y - 1 = 5 - y \Leftrightarrow y = \dfrac{3}{2} (TM)$

TH2: $y < 1$

Ta có phương trình: $3+1-y=5-y \Leftrightarrow 4=5$ (vô lý)

Vậy phương trình có nghiệm $\begin{cases} x=2 \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$ □.

Câu III:

$$I=\int_0^3 \frac{\left|x^2-x\right|}{x^2+3}dx$$

Ta có:

$+) x^2-x\ge 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$

$+) x^2-x\le 0 \Leftrightarrow x\in[0;1]$

$$\Rightarrow I=-\int_0^1 \frac{x^2-x}{x^2+3}dx+\int_1^3 \frac{x^2-x}{x^2+3}dx$$

$$\Leftrightarrow I=-\int_0^1 \frac{x^2+3-x-3}{x^2+3}dx+\int_1^3 \frac{x^2+3-x-3}{x^2+3}dx$$

$$\Leftrightarrow I=-\int_0^1\left(1-\frac{x}{x^2+3}-\frac{3}{x^2+3}\right)dx+\int_1^3\left(1-\frac{x}{x^2+3}-\frac{3}{x^2+3}\right)dx$$

$$\Leftrightarrow I=-\int_0^1 dx+\int_0^1\frac{x}{x^2+3}dx+\int_0^1\frac{3}{x^2+3}dx+\int_1^3 dx-\int_1^3\frac{x}{x^2+3}dx-\int_1^3\frac{3}{x^2+3}dx$$

$$\Leftrightarrow I=-x\Big|_0^1+\frac{1}{2}\int_0^1\frac{d(x^2+3)}{x^2+3}+\int_0^1\frac{3}{x^2+3}dx+x\Big|_1^3-\frac{1}{2}\int_1^3\frac{d(x^2+3)}{x^2+3}-\int_1^3\frac{3}{x^2+3}dx$$

$$\Leftrightarrow I=-x\Big|_0^1+\frac{1}{2}\ln(x^2+3)\Big|_0^1+x\Big|_1^3-\frac{1}{2}\ln(x^2+3)\Big|_1^3+\int_0^1\frac{3}{x^2+3}dx-\int_1^3\frac{3}{x^2+3}dx$$

$$\Leftrightarrow I=-1+\frac{1}{2}(\ln 4-\ln 3)+2-\frac{1}{2}(\ln 12-\ln 4)+\int_0^1\frac{3}{x^2+3}dx-\int_1^3\frac{3}{x^2+3}dx$$

$$\Leftrightarrow I=1+\frac{1}{2}\ln\frac{4}{9}+A-B$$

-Với $A=\int_0^1\frac{3}{x^2+3}dx$ và $B=\int_1^3\frac{3}{x^2+3}dx$

-Ta có:

$$+)\ A=\int_0^1\frac{3}{x^2+3}dx=\int_0^1\frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2+1}dx$$

-Đặt $\dfrac{x}{\sqrt{3}}=\tan t\Rightarrow dx=\dfrac{\sqrt{3}}{\cos^2 t}dt$

-Đổi cận: $x=0\to t=0;x=1\to t=\frac{\pi}{6}$

Khi đó: $A=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 t}}{\tan^2 t+1}dt=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}(1+\tan^2 t)}{\tan^2 t+1}dt=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{3}dt=\sqrt{3}\,x\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

+)Hoàn toàn tương tự với việc tính B

-Ta có: $B=\int_1^3\frac{3}{x^2+3}dx=\int_1^3\frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2+1}dx$

-Đặt $\frac{x}{\sqrt{3}}=\tan t\Rightarrow dx=\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 t}dt$; Đổi cận : $x=3\to t=\frac{\pi}{3};x=1\to t=\frac{\pi}{6}$

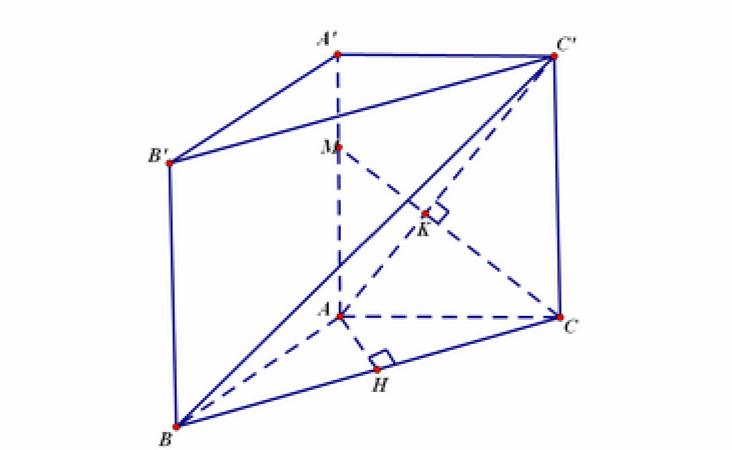
Khi đó: $B=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 t}}{\tan^2 t+1}dt=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sqrt{3}(1+\tan^2 t)}{\tan^2 t+1}dt=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{3}dt=\sqrt{3}\,x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

$\Rightarrow A-B=0$

$\Rightarrow I=1+\frac{1}{2}\ln\frac{4}{9}=1+\ln\frac{2}{3}$

Vậy: $I=1+\ln\frac{2}{3}$ $\square$.

Câu IV:



-Kẻ : $AH\perp BC;CK\perp AC'$; CK cắt AA' tại M

-Ta có: $\begin{cases}AH\perp BC\\AH\perp BB'\end{cases}\Rightarrow AH\perp(BB'C'C)\Rightarrow AH=a$

-Ta có: $\begin{cases}AB\perp AA'\\AB\perp AC\end{cases}\Rightarrow AB\perp(AA'C'C)\Rightarrow AB\perp CK$

-Từ đó có: $\begin{cases} AB \perp CK \\ CK \perp AC' \end{cases} \Rightarrow CK \perp (ABC') \Rightarrow CK = 2a$

Dễ thấy: $\begin{cases} CK \perp (ABC') \\ AA' \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(ABC');(ABC)}\right) = \left(\widehat{CK;AA'}\right)$

Do ΔAMC vuông tại A nên $\widehat{AMC} < 90^o \Rightarrow \widehat{AMC} = \varphi$

+) ΔAKC vuông tại $K \Rightarrow AC = \dfrac{KC}{\cos\widehat{ACK}} = \dfrac{KC}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \varphi\right)} = \dfrac{2a}{\sin\varphi}$

+) $\Delta C'KC$ vuông tại $K \Rightarrow C'C = \dfrac{KC}{\sin\widehat{ACK}} = \dfrac{KC}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \varphi\right)} = \dfrac{2a}{\cos\varphi}$

+) ΔABC vuông tại A, $AH \perp BC$:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{\cos^2\varphi}{4a^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AB^2} = \frac{4 - \cos^2\varphi}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = \frac{4a^2}{4 - \cos^2\varphi} \Rightarrow AB = \frac{2a}{\sqrt{4 - \cos^2\varphi}}$$

-Ta có:

$$V_{ABC.A'B'C'} = CC'.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}CC'.AB.AC = \frac{1}{2}.\frac{2a}{\cos\varphi}.\frac{2a}{\sin\varphi}.\frac{2a}{\sqrt{4 - \cos^2\varphi}}$$

$$\Leftrightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{4a^3}{\sin\varphi.\cos\varphi.\sqrt{4 - \cos^2\varphi}}$$

Vậy : $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{4a^3}{\sin\varphi.\cos\varphi.\sqrt{4 - \cos^2\varphi}}$ $\square$.

Câu V:

-Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số không âm ta có:

$a^4 + 1 \geq 2\sqrt{a^4} = 2a^2 \Leftrightarrow 9a^4 + 9 \geq 18a^2$

-Tương tự ta có được:

$9b^4 + 9 \geq 18b^2; 9c^4 + 9 \geq 18c^2$

Cộng theo vế ta được : $9\left(a^4 + b^4 + c^4\right) + 27 \geq 18\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$ (*)

-Theo bài ta có: $9\left(a^4 + b^4 + c^4\right) - 25\left(a^2 + b^2 + c^2\right) + 48 = 0$

$$\Leftrightarrow 9\left(a^4 + b^4 + c^4\right) + 27 - 25\left(a^2 + b^2 + c^2\right) + 21 = 0$$

Từ (*) suy ra: $0 \geq 18\left(a^2 + b^2 + c^2\right) - 25\left(a^2 + b^2 + c^2\right) + 21$

$$\Leftrightarrow 7\left(a^2+b^2+c^2\right)-21\geq 0$$
$$\Rightarrow \left(a^2+b^2+c^2\right)\geq 3$$

-Ta có: $P=\dfrac{a^2}{b+2c}+\dfrac{b^2}{c+2a}+\dfrac{c^2}{a+2b}$

$$\Leftrightarrow P=\frac{a^4}{a^2b+2ca^2}+\frac{b^4}{b^2c+2ab^2}+\frac{c^4}{c^2a+2bc^2}$$

Bổ đề 1:

Cho x,y,z,m,n,p là các số thực dương.

Chứng minh rằng: $\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{n}+\dfrac{z^2}{p}\geq\dfrac{\left(x+y+z\right)^2}{m+n+p}$

Chứng minh:

Áp dụng BĐT Bunhyacopsky cho 2 bộ 3 số: $\dfrac{x}{\sqrt{m}};\dfrac{y}{\sqrt{n}};\dfrac{z}{\sqrt{p}}$ và $\sqrt{m};\sqrt{n};\sqrt{p}$ ta có:

$$\left[\left(\frac{x}{\sqrt{m}}\right)^2+\left(\frac{y}{\sqrt{n}}\right)^2+\left(\frac{z}{\sqrt{p}}\right)^2+\right]\left[\left(\sqrt{m}\right)^2+\left(\sqrt{n}\right)^2+\left(\sqrt{p}\right)^2\right]\geq\left(\frac{x}{\sqrt{m}}.\sqrt{m}+\frac{y}{\sqrt{n}}.\sqrt{n}+\frac{z}{\sqrt{p}}.\sqrt{p}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}+\frac{z^2}{p}\right)\left(m+n+p\right)\geq\left(x+y+z\right)^2$$

$$\Leftrightarrow\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}+\frac{z^2}{p}\geq\frac{\left(x+y+z\right)^2}{m+n+p}\text{ (đpcm)}$$

Bổ đề 2:

Cho x,y,z là các số thực dương. Chứng minh rằng: $\left(x+y+z\right)^2\geq 3(xy+yz+xz)$

Chứng minh:

Ta có BĐT tương đương:

$\left(x+y+z\right)^2\geq 3(xy+yz+xz)$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+xz)\geq 3(xy+yz+xz)$

$\Leftrightarrow (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\geq 0$ (luôn đúng)

Dấu = xảy ra khi $x=y=z$

**Áp dụng Bổ đề 1 ta có:

$$P\geq\frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^2}{\left(a^2b+b^2c+c^2a\right)+2\left(a^2c+b^2a+c^2b\right)}$$

-Theo BĐT Bunhyacopsky ta có:

+) $\left(a^2b+b^2c+c^2a\right)=\left(a.ab+b.bc+c.ca\right)\leq\sqrt{\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)}$

+) $2\left(a^2c+b^2a+c^2b\right)=2\left(a.ac+b.ba+c.cb\right)\le 2\sqrt{\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)}$

$\Rightarrow\left(a^2b+b^2c+c^2a\right)+2\left(a^2c+b^2a+c^2b\right)\le 3\sqrt{\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)}$

$\Rightarrow\left(a^2b+b^2c+c^2a\right)+2\left(a^2c+b^2a+c^2b\right)\le \sqrt{3\left(a^2+b^2+c^2\right).3\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)}$

-Áp dụng Bổ đề 2 ta có: $3\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)\le\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$

$\Rightarrow\left(a^2b+b^2c+c^2a\right)+2\left(a^2c+b^2a+c^2b\right)\le \sqrt{3\left(a^2+b^2+c^2\right).\left(a^2+b^2+c^2\right)^2}$

$\Leftrightarrow\left(a^2b+b^2c+c^2a\right)+2\left(a^2c+b^2a+c^2b\right)\le \sqrt{3\left(a^2+b^2+c^2\right)^3}$

-Từ đó suy ra:

$$P\ge\frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^2}{\sqrt{3\left(a^2+b^2+c^2\right)^3}}=\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}\ge\frac{3}{3}=1$$

$\Leftrightarrow P\ge 1$

Dấu = xảy ra khi $\begin{cases}a=b=c\\a^2+b^2+c^2=3\end{cases}\Leftrightarrow a=b=c=1$

Vậy $MinP=1\Leftrightarrow a=b=c=1$ $\square$.

Câu VIa:

1)

TH1: (d) có dạng : $x=k$

Theo bài: $\begin{cases}d(A;d)=3\\d(B;d)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|5-k|=3\\|1-k|=1\end{cases}$. Từ đó ta dễ dàng suy ra được $k=2$

$\Rightarrow(d):x=2$

TH2: (d) có dạng : $y=ax+b\Rightarrow(d):ax-y+b=0\quad(a\ne 0)$

-Theo bài: $\begin{cases}d(A;d)=3\\d(B;d)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{|5a+b|}{\sqrt{a^2+1}}=3\ (1)\\\dfrac{|a-2+b|}{\sqrt{a^2+1}}=1\ (2)\end{cases}$

-Từ (1) và (2) ta có: $|5a+b|=3|a+b-2|$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5a+b=3a+3b-6\\5a+b=6-3a-3b\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a-b+3=0\\4a+2b=3\end{array}\right.$$

*Với: $a-b+3=0$

$\Rightarrow b=a+3$

Thay vào (1) ta được:

$$\frac{|5a+a+3|}{\sqrt{a^2+1}}=3$$
$$\Leftrightarrow |5a+a+3|=3\sqrt{a^2+1}$$
$$\Leftrightarrow |6a+3|=3\sqrt{a^2+1}$$
$$\Leftrightarrow 36a^2+36a+9=9a^2+9$$
$$\Leftrightarrow 27a^2+36a=0$$
$$\Rightarrow a=\frac{-4}{3}\quad (\text{Do } a\neq 0)$$

Từ đó có được : $b=a+3=\dfrac{5}{3}$

$$\Rightarrow (d): y=\frac{-4}{3}x+\frac{5}{3}$$
$$\Leftrightarrow (d): 4x+3y-5=0$$

* Với: $4a+2b=3$

Ta có:

$$4a+2b=3 \Leftrightarrow 10a+2b=3+6a \Leftrightarrow 2(5a+b)=3+6a \Leftrightarrow 5a+b=\frac{3+6a}{2}$$

Thay vào (1) ta được:

$$\frac{\left|\frac{3+6a}{2}\right|}{\sqrt{a^2+1}}=3$$
$$\Leftrightarrow |6a+3|=6\sqrt{a^2+1}$$
$$\Leftrightarrow |2a+1|=2\sqrt{a^2+1}$$
$$\Leftrightarrow 4a^2+4a+1=4a^2+4$$
$$\Leftrightarrow a=\frac{3}{4}(TM)$$

Từ đó có được: $b=\dfrac{3-4a}{2}=0$

$$\Rightarrow (d): y=\frac{3}{4}x$$
$$\Leftrightarrow (d): 4y-3x=0$$

Vậy có 3 đường thẳng (d) thỏa mãn đề bài là: $(d): 3x-4y=0$;

$(d): 3y+4x-5=0$;

$(d): x=2$ □.

Câu VIa:

2)

-Theo bài:

$(d_1): \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{2} \Rightarrow vtcp\ \overrightarrow{n_{d_1}}(1;1;2)$

$(d_2): \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{1} \Rightarrow vtcp\ \overrightarrow{n_{d_1}}(1;2;1)$

-Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

$\begin{cases}(P) \parallel (d_1) \\ (P) \parallel (d_2)\end{cases} \Rightarrow vtpt\ \overrightarrow{u_P} = \left[\overrightarrow{n_{d_1}}; \overrightarrow{n_{d_2}}\right] \Rightarrow \overrightarrow{u_P}(-3;1;1)$

Ta có: $(C): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 11$

-Gọi I là tâm của mặt cầu $(C) \Rightarrow I(1;-1;0)$

-Giả sử (P) tiếp xúc với (C) tại M. Khi đó : $IM \perp (P)$

-IM là đường thẳng qua $I(1;-1;0)$ và có $vtcp\ \overrightarrow{n_{IM}} \equiv\ vtpt\ \overrightarrow{u_P}(-3;1;1)$

$pt\ IM: \begin{cases} x = 1-3t \\ y = -1+t \\ z = t \end{cases}$

Ta có: $M \in IM \Rightarrow M(1-3t;-1+t;t)$

Mặt khác do M là tiếp điểm nên $IM = R \Rightarrow IM^2 = 11$

$\Leftrightarrow (1-3t-1)^2 + (-1+t-1)^2 + t^2 = 11$

$\Leftrightarrow 11t^2 = 11 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -1 \end{array}\right.$

*Với $t = 1 \Rightarrow M(-2;0;1)$

Khi đó : (P) là mp qua $M(-2;0;1)$ và có $vtpt\ \overrightarrow{u_P}(-3;1;1)$

$\Rightarrow (P): -3(x+2) + y + z - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (P): 3x - y - z + 7 = 0$

*Với $t = 1 \Rightarrow M(4;-2;-1)$

Khi đó : (P) là mp qua $M(4;-2;-1)$ và có $vtpt\ \overrightarrow{u_P}(-3;1;1)$

$\Rightarrow (P): -3(x-4) + y + 2 + z + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (P): 3x - y - z - 15 = 0$

Vậy có 2 mp thỏa mãn đề bài: $(P): 3x - y - z - 15 = 0$ và $(P): 3x - y - z + 7 = 0$ $\square$.

Câu VIb:

$$S=\frac{1}{2}C_{2n}^{1}-\frac{1}{3}C_{2n}^{2}+...+(-1)^{k}\frac{1}{k}C_{2n}^{k-1}+...+(-1)^{2n+1}\frac{1}{2n+1}C_{2n}^{2n}$$

Ta có: $\left(1-x\right)^{2n}=C_{2n}^{0}-C_{2n}^{1}x+C_{2n}^{2}x^{2}+...+(-1)^{k}C_{2n}^{k}.x^{k}+...+(-1)^{2n}C_{2n}^{2n}.x^{2n}$

$$\Rightarrow\int_{0}^{1}\left(1-x\right)^{2n}dx=\int_{0}^{1}\left[C_{2n}^{0}-C_{2n}^{1}x+C_{2n}^{2}x^{2}+...+(-1)^{k}C_{2n}^{k}.x^{k}+...+(-1)^{2n}C_{2n}^{2n}.x^{2n}\right]dx$$

Ta có:

$$+)\int_{0}^{1}\left(1-x\right)^{2n}dx=\frac{1}{2n+1}\left(1-x\right)^{2n+1}\Big|_{0}^{1}=\frac{1}{2n+1}$$

Mặt khác:

$$+)\int_{0}^{1}\left[C_{2n}^{0}-C_{2n}^{1}x+C_{2n}^{2}x^{2}+...+(-1)^{k}C_{2n}^{k}.x^{k}+...+(-1)^{2n}C_{2n}^{2n}.x^{2n}\right]dx$$

$$=\int_{0}^{1}C_{2n}^{0}dx-\int_{0}^{1}C_{2n}^{1}.xdx+\int_{0}^{1}C_{2n}^{2}.x^{2}dx+....+\int_{0}^{1}\left[(-1)^{k-1}C_{2n}^{k-1}.x^{k-1}\right]dx+..+\int_{0}^{1}\left[(-1)^{2n}C_{2n}^{2n}.x^{2n}\right]dx$$

$$=C_{2n}^{0}.x\Big|_{0}^{1}-\frac{1}{2}C_{2n}^{1}.x^{2}\Big|_{0}^{1}+\frac{1}{3}C_{2n}^{3}.x^{3}\Big|_{0}^{1}+...+(-1)^{k}.\frac{1}{k}.C_{2n}^{k-1}.x^{k}\Big|_{0}^{1}+...+(-1)^{2n}.\frac{1}{2n+1}.C_{2n}^{2n}.x^{2n+1}\Big|_{0}^{1}$$

$$=1-S$$

Từ đó suy ra: $\Rightarrow\frac{1}{2n+1}=1-S\Leftrightarrow S=\frac{2n}{2n+1}$

Vậy $S=\frac{2n}{2n+1}$ $\square$.

-------HẾT-------