

Bài tham gia thi thử đại học VMF
Họ tên: Trần Ngọc Tiến
Lớp: 11A1
Trường: THPT Dương Quảng Hàm- Hưng Yên
Nick diễn đàn: NGOCTIEN_A1_DQH
Đề số 4
Bài làm

Bài 1.1:

Khi $m=1$ thì $y=2x^3-9x^2+12x+1$

*) Tập xác định: $D=R$

*) sự biến thiên:

+) giới hạn ở vô cùng:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - 9x^2 + 12x + 1) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 9x^2 + 12x + 1) = -\infty$$

+) đạo hàm và cực trị:

$$y' = f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$$

Xét phương trình $f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 18x + 12 = 0$$

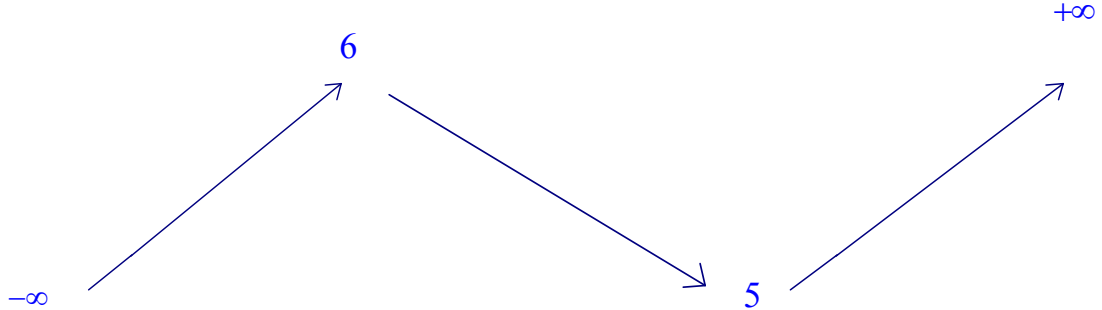
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=6 \\ x=2 \Rightarrow y=5 \end{cases}$$

+) điểm uốn:

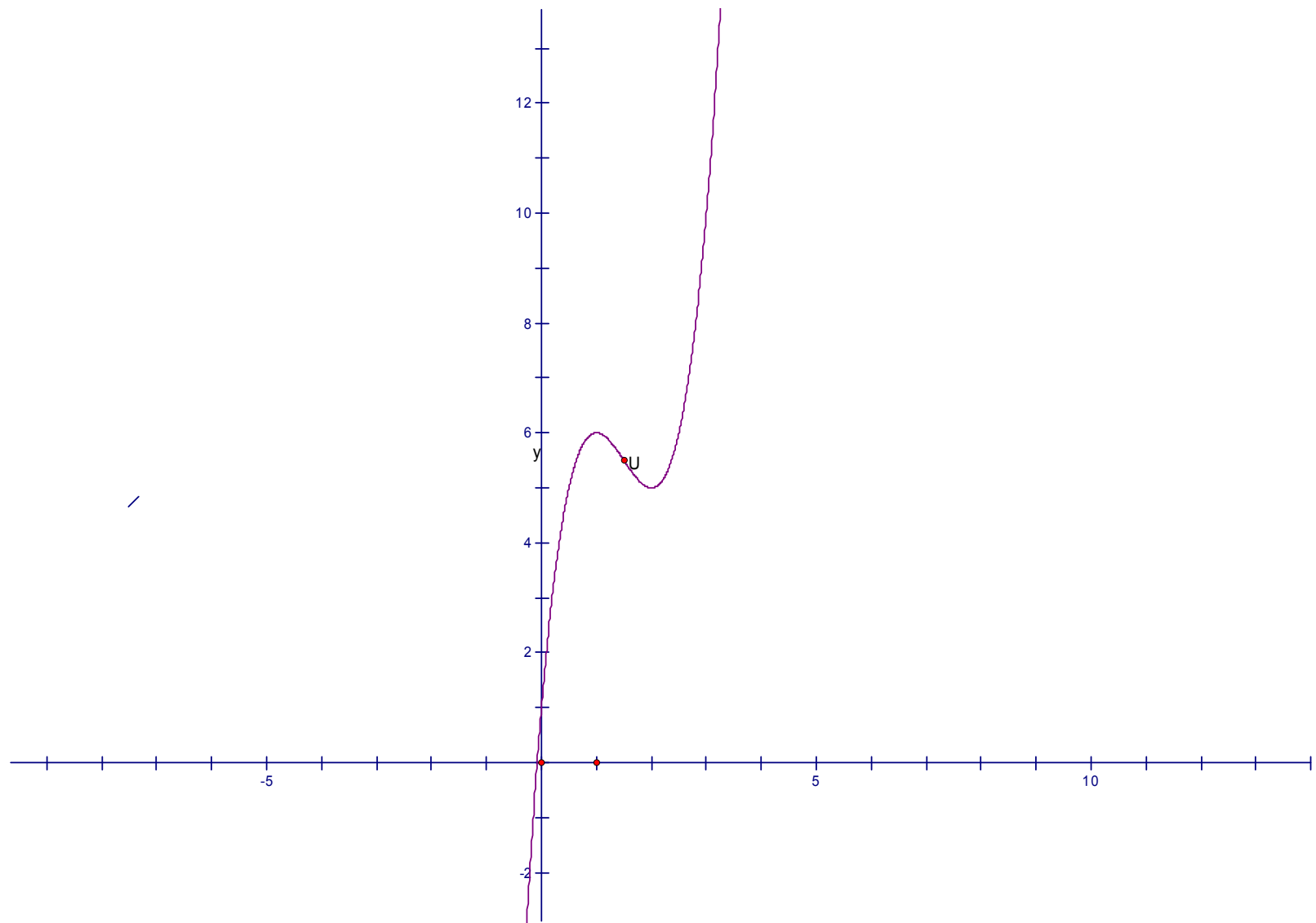
$$y'' = f''(x) = 12x - 18$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{11}{2}$$

+) bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	-		+
$f''(x)$		-		+	
f(x)					

+) đồ thị:



*) nhận xét:

Hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = 1$, khi đó, $y_{CD} = 6$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 2$, khi đó $y_{CT} = 5$

Em nên nhận xét CĐ CT trước khi vẽ đồ thị

Đồ thị hàm số cắt Ox tại một điểm, cắt Oy tại một điểm

Đồ thị hàm số lõm trên $(-\infty; \frac{3}{2})$, lồi trên $(\frac{3}{2}; +\infty)$

Đồ thị hàm số là một đường cong nhận điểm uốn $U(\frac{3}{2}; \frac{11}{2})$ làm tâm đối xứng.

1.00 điểm

I.2/

Ta có: $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$

$$y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$$

Xét phương trình $y' = 0$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1) = 0$$

Coi đây là phương trình bậc 2 với x ta có:

$$\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m) = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases}$$

$f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua $x = m$ nên $f(x)$ đạt cực đại tại đây

$f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x = m+1$ nên $f(x)$ đạt cực tiểu tại đây

vậy hàm số luôn có cực đại và cực tiểu với mọi giá trị của m

hàm số đạt cực đại tại $x = m$, khi đó:

$$y_{CD} = 2m^3 - 3m^2(2m+1) + 6m^2(m+1) + 1 = 2m^3 + 3m^2 + 1$$

Giá trị cực đại của hàm số lớn hơn 1 khi và chỉ khi:

$$2m^3 + 3m^2 + 1 > 1$$

$$\Leftrightarrow m^2(2m+3) > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{3}{2} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad \text{nhầm dấu (-)}$$

Vậy với $\begin{cases} m > \frac{3}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$ thì hàm số có giá trị cực đại lớn hơn 1. 0.50 điểm

Bài II.1:

$$2 \cos(3x + \frac{\pi}{3}) = \cos x + 2 \sin x$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x - \sqrt{3} \sin 3x = \cos x + 2 \sin x$$

$$\Leftrightarrow -2 \sin 2x \sin x - \sqrt{3} \sin x (3 - 4 \sin^2 x) = 2 \sin x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ 2 + 2 \sin 2x + \sqrt{3} (3 - 4 \sin^2 x) = 0 \end{cases}$$

$$*) \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$*) 2 + 2 \sin 2x + \sqrt{3} (3 - 4 \sin^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2 \sin 2x + \sqrt{3} (1 + 2 \cos 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \frac{-\sqrt{3} - 2}{4} \quad ? \text{ Vẫn tắt quá!}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \arcsin(\frac{-\sqrt{3} - 2}{4}) + m\pi \\ x = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \arcsin(\frac{-\sqrt{3} - 2}{4}) + n\pi \end{cases} \quad (m, n \in \mathbb{Z}) \quad \text{Kết quả thì đúng rồi}$$

Vậy phương trình có 3 họ nghiệm là $x = k\pi$, $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{-\sqrt{3}-2}{4}\right) + m\pi$, $x = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{-\sqrt{3}-2}{4}\right) + n\pi$ với $(k, m, n \in \mathbb{Z})$. 1.00 điểm

II.2:

$$x^3 - 1 = \sqrt{x}(-3x^2 + 5x - 3)$$

Điều kiện: $x \geq 0$

Đặt: $\sqrt{x} = t \geq 0$, phương trình trở thành:

$$t^6 + 3t^5 - 5t^3 + 3t - 1 = 0 \quad (*)$$

Xét khi $t = 0$ thì phương trình (*) tương đương với:

$-1 = 0$, đây là điều vô lý nên $t = 0$ không phải là nghiệm của phương trình, ta chia cả hai vế của (*) cho t^3 ta được:

$$(*) \Leftrightarrow t^3 + 3t^2 - 5 + \frac{3}{t^2} - \frac{1}{t^3} = 0$$

$$\Leftrightarrow (t^3 - 3t + \frac{3}{t} - 1) + 3(t^2 - 2 + \frac{1}{t^2}) + 3(t - \frac{1}{t}) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - \frac{1}{t})^3 + 3(t - \frac{1}{t})^2 + 3(t - \frac{1}{t}) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t - \frac{1}{t} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 + t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} > 0 \\ t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < 0 \end{cases}$$

Suy ra nghiệm $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ thỏa mãn điều kiện

Với $t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ thì $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

1.00 điểm

Bài III:

$$I = \int_0^{\ln 9} \sqrt{\frac{e^x}{\sqrt{e^x} + 1}} dx$$

Đặt $e^x = t \Rightarrow x = \ln t$, $dx = \frac{1}{t} dt$

Khi $x = 0$ thì $t = 1$

Khi $x = \ln 9$ thì $t = 9$

Khi đó:

$$I = \int_1^9 \sqrt{\frac{t}{\sqrt{t} + 1}} \cdot \frac{1}{t} dt = \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{t\sqrt{t} + t}} dt$$

Đặt $\sqrt{t} = a$

$$\Rightarrow t = a^2$$

$$\Rightarrow dt = 2ada$$

Khi $t = 1$ thì $a = 1$

Khi $t = 9$ thì $a = 3$

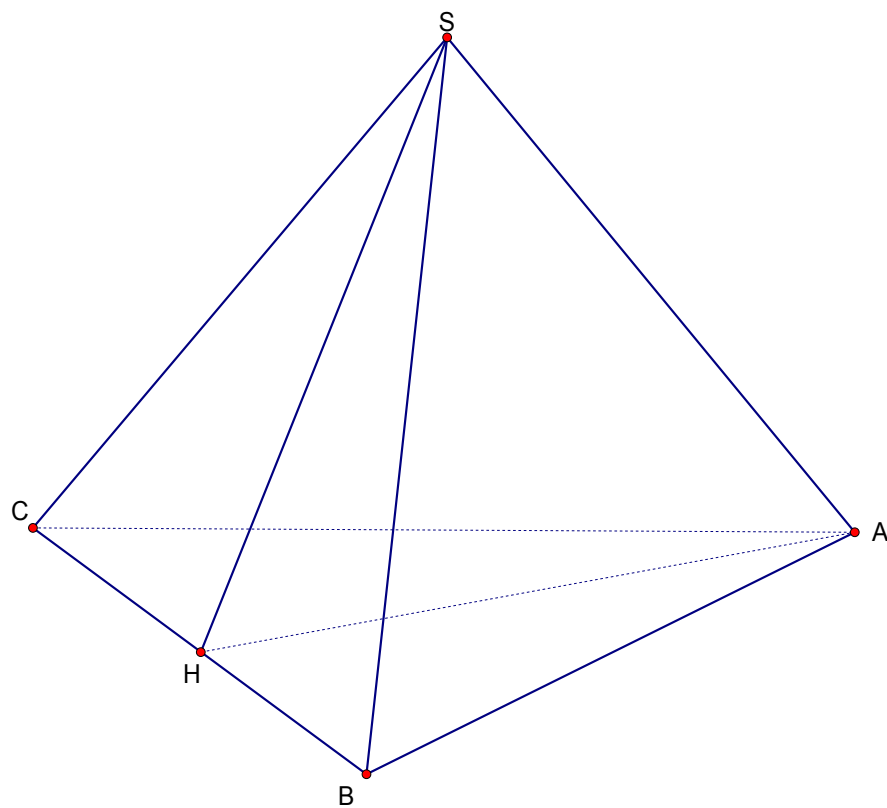
Lúc đó:

$$I = \int_1^3 \frac{2ada}{\sqrt{a^3 + a^2}} = 2 \int_1^3 \frac{da}{\sqrt{a+1}} = 4\sqrt{a+1} \Big|_1^3 = 8 - 4\sqrt{2}$$

Vậy $I = 8 - 4\sqrt{2}$

đúng - 1.00 điểm

Bài IV:



Trong tam giác SBC kẻ $SH \perp BC$
 Vì $\triangle SBC$ đều nên H là trung điểm BC
 $\Rightarrow AH \perp BC$ (do tam giác ABC đều)

$\Rightarrow BC \perp (SAH)$ và $\angle SHA = 60^\circ$

Xét $\triangle SAH$ cân tại H có $\angle SHA = 60^\circ$

Suy ra $\triangle SAH$ đều

$$\Rightarrow SA = SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Xét trong $\triangle SAC$ có:

$$\cos \angle SCA = \frac{SC^2 + CA^2 - SA^2}{2 \cdot SC \cdot CA} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \sin \angle SCA = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$\Rightarrow S_{SAC} = \frac{1}{2} \cdot SC \cdot AC \cdot \sin \angle SCA = \frac{\sqrt{39}}{8} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{39}}{16}$$

Gọi h là khoảng cách từ B đến (SAC) thì:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} h \cdot S_{SAC} = \frac{a^2 h \cdot \sqrt{39}}{48} \quad (1)$$

Mặt khác ta có:

$$V_{S.ABC} = V_{B.AHS} + V_{C.AHS} = \frac{1}{3} HB \cdot S_{SAH} + \frac{1}{3} HC \cdot S_{SAH} = \frac{1}{3} BC \cdot \frac{1}{2} SH \cdot AH \cdot \sin \angle AHS = \frac{a^3 \sqrt{3}}{16} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\frac{a^2 h \cdot \sqrt{39}}{48} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{16}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{3a}{\sqrt{13}}$$

Vậy khoảng cách từ B đến (SAC) là $h = \frac{3a}{\sqrt{13}}$. 1.00 điểm

Bài V:

cho $\begin{cases} x, y, z > 0 \\ xyz = 1 \end{cases}$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{(1+x)^3} + \frac{1}{(1+y)^3} + \frac{1}{(1+z)^3} \geq \frac{3}{8}$ (*)

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1+x)^3} + \frac{1}{(1+x)^3} + \frac{1}{8} &\geq \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(1+x)^2} \\ \cdot \frac{1}{(1+y)^3} + \frac{1}{(1+y)^3} + \frac{1}{8} &\geq \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(1+y)^2} \\ \frac{1}{(1+z)^3} + \frac{1}{(1+z)^3} + \frac{1}{8} &\geq \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(1+z)^2} \\ \Rightarrow VT(*) &\geq \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+z)^2} \right) \quad ??? \text{ Cộng vế theo vế thì được } 2VT(*) + 3/8 = 3/2(\dots) \end{aligned}$$

Ta sẽ chứng minh :

$$\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+z)^2} \geq \frac{3}{4} (**)$$

Vì $xyz=1$ nên đặt:

$$x = \frac{bc}{a^2}, y = \frac{ca}{b^2}, z = \frac{ab}{c^2}, \text{ thì } (**) \text{ trở thành:}$$

$$\sum \frac{a^4}{(a^2 + bc)^2} \geq \frac{3}{4}.$$

Lưu ý! Kí hiệu tổng hoán vị không được sử dụng trong chương trình thi Đại Học

Áp dụng bất đẳng thức cauchy-schwarz ta có:

$$(a^2 + bc)^2 \leq (a^2 + b^2)(a^2 + c^2)$$

$$(b^2 + ca)^2 \leq (b^2 + c^2)(b^2 + a^2)$$

$$(c^2 + ab)^2 \leq (c^2 + a^2)(c^2 + b^2)$$

$$\Rightarrow VT(**) \geq \sum \frac{a^4}{(a^2 + b^2)(a^2 + c^2)}$$

Ta sẽ chứng minh $\sum \frac{a^4}{(a^2 + b^2)(a^2 + c^2)} \geq \frac{3}{4}$

Thật vậy, bất đẳng thức trên tương đương với:

$$a^4b^2 + a^2b^4 + b^4c^2 + b^2c^4 + c^4a^2 + c^2a^4 \geq 6a^2b^2c^2$$

Đây là điều luôn đúng theo AM-GM nên ta có điều phải chứng minh, dấu “=” xảy ra khi $a=b=c$ hay $x=y=z=1$

0.50 điểm

Vậy bất đẳng thức được chứng minh.

Bài VI.A.1:

Ta có: $(C_1): x^2 + y^2 - 10x = 0$

$$(C_2): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$$

Xét hệ tọa độ giao điểm của 2 đường tròn này:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x = 0(1) \\ x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0(2) \end{cases}$$

Trừ cả 2 vế của (2) cho (1) ta được:

$$14x - 2y = 20$$

$$\Leftrightarrow y = 7x - 10$$

Thế vào phương trình (1) ta được:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + (7x - 10)^2 - 10x = 0$$

$$\Leftrightarrow 50x^2 - 150x + 100 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 4 \\ x = 1 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Hay (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 2 điểm $A(2;4)$ và $B(1;-3)$

Gọi I là tâm đường tròn (C_3) cần lập:

Vì $I \in (d): x+6y-6=0$ nên có thể gọi $I(6a;1-a)$.

Mà $A, B \in (C_3)$

$$\Rightarrow IA = IB$$

$$\Leftrightarrow (6a-2)^2 + (3+a)^2 = (6a-1)^2 + (4-a)^2$$

$$\Leftrightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow I(12, -1) \text{ và } R = IA = IB = 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow (C_3): (x-12)^2 + (y+1)^2 = 125$$

Vậy đường tròn cần lập là $(C_3): (x-12)^2 + (y+1)^2 = 125$.

Đúng 1.00 điểm

Bài VII.A.2:

Ta có: $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; -2; 2)$

Gọi (Q) là mặt phẳng cần lập có vecto pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_{(Q)}} = (a, b, c)$

Vì $A \in (Q)$ nên phương trình (Q) có dạng:

$$(Q): a(x+1) + b(y-1) + c(z-2) = 0$$

Mà (Q) lại chứa điểm B nên:

$$\Rightarrow a(3+1) + b(5-1) + c(-2-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow a + b - c = 0 \quad (1)$$

Gọi α là góc tạo bởi (P) và (Q) thì ta có:

$$\cos \alpha = \frac{|1.a - 2.b + 2.c|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|a - 2b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Mà theo bài ra thì $\alpha = 45^\circ$

$$\Rightarrow |a - 2b + 2c| = 3\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}$$

Kết hợp với phương trình (1) ta được:

$$|a| = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}$$

$$\Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = 0(2)$$

Từ phương trình (1) suy ra: $c = a + b$

Thay vào (2) ta được:

$$(2) \Leftrightarrow b^2 + a^2 + 2ab + b^2 - a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 + ab = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a + b = 0 \end{cases}$$

*) khi $b = 0$, chọn $a = 1$ thì $c = 1$, khi đó, phương trình (Q) là: $(Q): x + z - 1 = 0$

*) khi $a = -b$, chọn $a = 1$ thì $b = -1, c = 0$, khi đó, phương trình (Q) là: $(Q): x - y + 2 = 0$

Vậy có 2 mặt phẳng thỏa mãn là $(Q): x + z - 1 = 0$ hoặc $(Q): x - y + 2 = 0$.

Đúng 1.00 điểm

Bài VII.A:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3(1) \\ y_1 + y_2 = -1(2) \\ x_1 x_2 - y_1 y_2 = 4(3) \\ x_1 y_2 + x_2 y_1 = -3(4) \end{cases}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 - x_2 \\ y_1 = -1 - y_2 \end{cases}$$

Thế vào (3) và (4) ta được hệ:

$$\begin{cases} (3 - x_2)x_2 + y_2(1 + y_2) = 4 \\ (3 - x_2)y_2 - x_2(1 + y_2) = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x_2^2 + y_2^2 + y_2 + 3x_2 = 4(5) \\ 3y_2 - 2x_2 y_2 - x_2 = -3(6) \end{cases}$$

Từ (6) $\Rightarrow x_2 = \frac{3y_2 + 3}{2y_2 + 1}$

Thế vào (5) ta được:

$$(5) \Leftrightarrow -\left(\frac{3y_2 + 3}{2y_2 + 1}\right)^2 + y_2^2 + y_2 + \frac{9y_2 + 9}{2y_2 + 1} = 4$$

$$\Leftrightarrow 4y_2^4 + 8y_2^3 - 2y_2^2 - 6y_2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y_2 - 1)(y_2 + 2)(2y_2^2 + 2y_2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_2 = 1 \\ y_2 = -2 \end{cases} \quad (\text{vì } 2y_2^2 + 2y_2 + 1 > 0)$$

*) với $y_2 = 1$ thì $x_2 = 2$, $\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 - x_2 = 1 \\ y_1 = -1 - y_2 = -1 \end{cases}$

*) với $y_2 = -2$ thì $x_2 = 1$, $\begin{cases} x_1 = 3 - x_2 = 2 \\ y_1 = -1 - y_2 = 1 \end{cases}$

Vậy hệ có 2 bộ nghiệm $(x_1; y_1; x_2; y_2)$ là $(1; -2; 2; 1)$ và $(2; 1; 1; -2)$

Đúng 1.00 điểm

Kết quả: Câu I: 1.50 điểm

Câu II: 2.00 điểm

Câu III: 1.00 điểm

Câu IV: 1.00 điểm

Câu V: 0.50 điểm

Câu VIa: 2.00 điểm

Câu VIIa: 1.00 điểm

9.00 điểm

Nhận xét: Bài làm rất tốt, trình bày nhiều còn nhiều chỗ quá vắn tắt

Năng lực Toán tương đối tốt, cần phát huy thêm

Chấm bài: hxthanh