

Họ tên: Phan Thị Hà Trang

Nick vmf: tu thích bạn.

Lớp 12A4 - Trường THPT Lý Thái Tổ.

BÀI THI THỬ SỐ 4

VMF

Câu 1 (2.0 điểm) 2/2

1. Cho $m=1$, ta có hàm số:

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1 \quad \text{OK}$$

- TXĐ: $D = \mathbb{R}$

- Giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \quad \text{OK}$$

- Đạo hàm:

$$y' = 6x^2 - 18x + 12 \quad \text{OK}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \quad \text{OK}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y		6			

OK

Từ bảng biến thiên thấy:

- + Hàm số đồng biến trên các khoảng: $(-\infty; 1); (2; +\infty)$
- + Hàm số nghịch biến trên khoảng: $(1; 2)$
- + Hàm số có cực tiểu $y_{cr} = 5$ tại $x = 2$

+ Hàm số có cực đại $y_{\max} = 6$ tại $x = 1$ *ok*

- Điểm uốn:

$$y'' = 12x - 18$$

$$y'' = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow y = \frac{11}{2} \rightarrow I\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$$

Vì khi qua điểm $I\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$, y'' đổi dấu nên

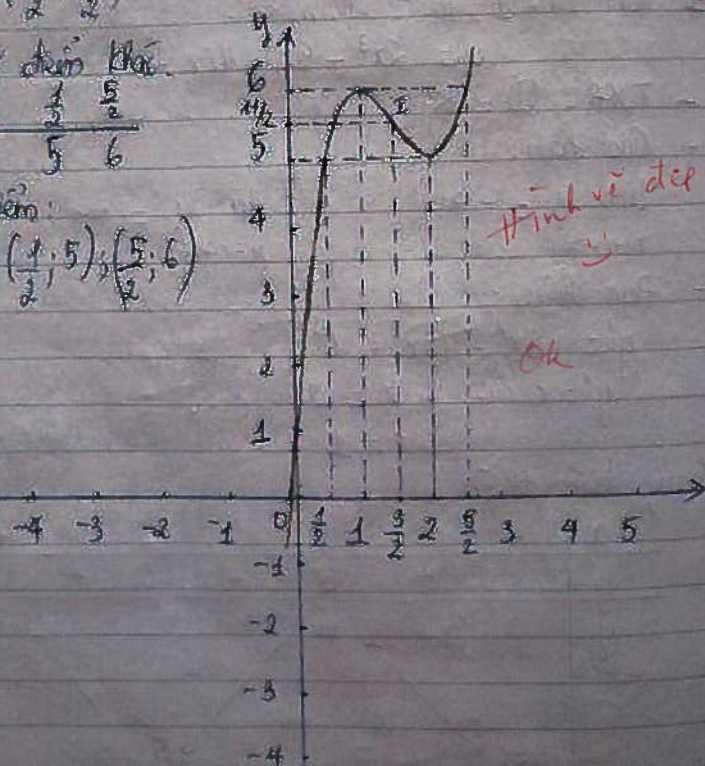
$I\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$ là điểm uốn của hàm số đang xét. *ok*

+ Một số điểm khác:

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$
y	1	5	6

→ có điểm:

$$(0, 1); \left(\frac{1}{2}, 5\right); \left(\frac{5}{2}, 6\right)$$



Nhận xét: Đồ thị số nhận $I\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$ làm tâm đối xứng.

$$2m y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1) \quad OK$$

Xét phương trình $y' = 0$

$$\begin{aligned} \Delta &= 3^2(2m+1)^2 - 6 \cdot 6m(m+1) \\ &= 9(4m^2 + 4m + 1) - 36m^2 - 36m \\ &= 36m^2 + 36m + 9 - 36m^2 - 36m \\ &= 9 > 0 \quad \forall m \in \mathbb{R} \quad OK \end{aligned}$$

Vì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên hàm số đã cho luôn có cực đại, cực tiểu. $+m$

+ Thấy $y' = 0$ là một tam thức bậc hai có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{3(2m+1) - 3}{6} = \frac{6m}{6} = m$$

$$x_2 = \frac{3(2m+1) + 3}{6} = \frac{6m+6}{6} = m+1 \quad OK$$

Vì $x_2 > x_1$ $\rightarrow$ Có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	m	$m+1$	$+\infty$
y'	+	0	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		$2m^3+3m^2+1$	$f(m)$	$+\infty$

Thấy $y_{\text{cđ}} = 2m^3 + 3m^2 + 1 \quad OK$

Đề $y_{\text{cđ}} > 1 \Leftrightarrow 2m^3 + 3m^2 + 1 > 1$

$$\Leftrightarrow 2m^3 + 3m^2 > 0 \Leftrightarrow m^2(2m+3) > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{3}{2} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad OK$$

Vậy $\begin{cases} m > -\frac{3}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$ là giá trị m cần tìm.

HAI TIỀN $m \neq 0$ OK

Câu 2 (20 điểm) 15/2

$$1,6 \quad 2\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x + 2\sin x \quad (1)$$

$$\Rightarrow 2\left(\cos 3x \cos \frac{\pi}{3} - \sin 3x \sin \frac{\pi}{3}\right) = \cos x + 2\sin x$$

$$\Rightarrow \cos 3x - \sqrt{3} \sin 3x = \cos x + 2\sin x$$

$$\Rightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x - 3\sqrt{3} \sin x + 4\sqrt{3} \sin^3 x = \cos x + 2\sin x$$

$$\Rightarrow 4\cos^3 x - 4\cos x - 3\sqrt{3} \sin x + 4\sqrt{3} \sin^3 x - 2\sin x = 0$$

$$\Rightarrow 4\cos x (\cos^2 x - 1) - \sin x (3\sqrt{3} + 2) + 4\sqrt{3} \sin^3 x = 0$$

$$\Rightarrow -4\cos x \sin^2 x - \sin x (3\sqrt{3} + 2) + 4\sqrt{3} \sin^3 x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x [4\sqrt{3} \sin^2 x - 4\cos x \sin x - (2 + 3\sqrt{3})] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 & \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ ok} \\ 4\sqrt{3} \sin^2 x - 4\cos x \sin x - (2 + 3\sqrt{3}) = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Giải (*)

$$(6) \quad 4\sqrt{3} \sin^2 x - (2 + 3\sqrt{3}) = 4\cos x \sin x$$

$$\Rightarrow (2 + 3\sqrt{3}) - 4\sqrt{3} \sin^2 x = -4\cos x \sin x$$

$$(7) \quad 2 + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \sin^2 x > 0 \quad \forall x$$

$$\Rightarrow -4\cos x \sin x > 0 \quad \Leftrightarrow \cos x \sin x < 0$$

Bình phương 2 vế của

$$31 + 12\sqrt{3} - 2(36 + 8\sqrt{3}) \sin^2 x + 48 \sin^4 x = 16 \cos^2 x \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 31 + 12\sqrt{3} - (36 + 8\sqrt{3}) \sin^2 x + 48 \sin^4 x = 16(1 - \sin^2 x) \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 31 + 12\sqrt{3} - (52 + 8\sqrt{3}) \sin^2 x + 64 \sin^4 x = 0$$

$$\Delta' \leq 0 \rightarrow \text{phương trình vô nghiệm?}$$

Vậy phương trình (1) có nghiệm $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Cách làm quá dài dòng

1/2

$$2, x^3 - 1 = \sqrt{x} (-3x^2 + 5x - 3)$$

OK xD: $x > 0$ OK

khử dt, phương trình

$$\Leftrightarrow x^3 + 3x^2\sqrt{x} - 5x\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 1 = 0 \quad (1) \quad \text{OK}$$

Thấy $x = 0$ không là nghiệm của phương trình.

chia cả hai vế cho $x\sqrt{x}$ được

$$x\sqrt{x} + 3x - 5 + \frac{3}{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 5 = 0 \quad (2) \quad \text{OK}$$

$$\text{Đặt } \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = t \Leftrightarrow t^2 = x + \frac{1}{x} - 2$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{x} = t^2 + 2$$

$$t^3 = x\sqrt{x} - \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}} = t^3 + 3\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) = t^3 + 3t \quad \text{OK}$$

Thay vào (2) được

$$t^3 + 3t + 3(t^2 + 2) - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0 \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow (t+1)^3 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \quad \text{OK}$$

$$\rightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = -1 \Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 1 = 0 \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} & (\text{thỏa mãn}) \\ \sqrt{x} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} & (\text{loại}) \end{cases} \quad \text{OK}$$

Lấy phương trình có nghiệm $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ OK

Câu 3 (1.0 điểm)

0.5/1
C6 tích phân $I = \int_0^{\ln 9} \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}} dx$

Đặt $\sqrt{e^{2x} + 1} = t \rightarrow dt = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}} dx = \frac{1}{t} dx$
Ok Ok

Đổi cận:

x	0	$\ln 9$
t	1	3

hiệu quả em đổi cận sai :)

$\rightarrow I = \int_1^3 \frac{2dt}{t^2} = 2 \int_1^3 \frac{dt}{t^2} = 4\sqrt{t} \Big|_1^3 = 8$

Câu 4 (1.0 điểm) 0.5/1

Trong (SBC) , kẻ $SH \perp BC$ (v)

Vì $\triangle SBC$ đều

$\rightarrow H$ là trung điểm của BC Ok

Mà $\triangle ABC$ đều

$\rightarrow AH \perp BC$ Ok

Từ (1), (2) $\rightarrow BC \perp (SAH)$ Ok

$\Rightarrow (SAH) \perp (SBC)$

$(SAH) \perp (BAC)$

$\Rightarrow \angle SHA = 60^\circ$ Ok

Vì $\triangle SBC = \triangle ABC$ (cùng đều cạnh a)

$\rightarrow SH = AH$

Mà $\angle SHA = 60^\circ$

$\rightarrow \triangle SHA$ đều cạnh $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Từ S kẻ $SM \perp AH$

Mà $(SAH) \perp (ABC)$

$\rightarrow SM \perp (ABC)$

hay SM là đường

cao của hình chóp $SABC$.

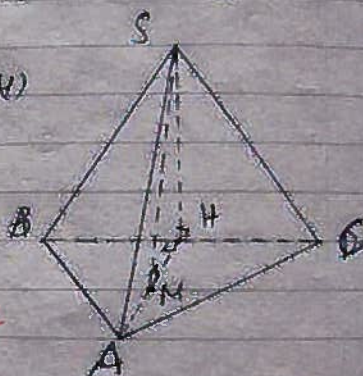
Vì $\triangle SHA$ đều cạnh $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

SM là đường cao

$\Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



No.
Date

→ Thể tích hình chóp $SABC$ là:

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$$

Mặt khác: $V_{SABC} = V_{B-SAC} = \frac{1}{3} d(B, \text{mp}(SAC)) \cdot S_{\Delta SAC}$

Mà ΔSAC cân tại C (vì $SC = AC = a$)

$$\Rightarrow SA = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Gọi h_c là đường cao ΔSAC ứng với đỉnh C

$$\rightarrow h_c^2 = AC^2 - \left[\frac{SA}{2}\right]^2 = a^2 - \frac{3a^2}{4} = \frac{a^2}{4}$$

$$\rightarrow h_c = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\rightarrow S_{\Delta SAC} = \frac{1}{2} h_c \cdot SA = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$$

Vậy khoảng cách từ B đến mp(SAC) là:

$$d(B, \text{mp}(SAC)) = \frac{3 V_{SABC}}{S_{\Delta SAC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{8}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{16}} = \frac{6a\sqrt{3}}{13}$$

Câu 6a (2.0 điểm) 1,5/2

1. $(C_1): x^2 + y^2 - 10x = 0$

$$\Leftrightarrow (x-5)^2 + y^2 = 25$$

→ Có tâm $I_1(5; 0)$; bán kính $R_1 = 5$.

$(C_2): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$$

→ Có tâm $I_2(-2; 1)$; bán kính $R_2 = 5$.

Thấy $I_1I_2 = (-7; 1)$; $I_1I_2 = \sqrt{7^2 + 1^2} = 5\sqrt{2}$

Vì $I_1I_2 < R_1 + R_2 \rightarrow (C_1)$ giao (C_2) tại 2 điểm phân biệt A, B . OK

Phương trình AB là:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 7x - y - 10 = 0 \quad (d)$$

Vì $A \in (d)$

$$\rightarrow \text{Gọi } A(a, 7a - 10)$$

$$I_1 A = (a - 5, 7a - 10)$$

$$I_1 A = \sqrt{(a - 5)^2 + (7a - 10)^2}$$

Mà $A \in (C_1)$

$$\rightarrow I_1 A = R_1 \Leftrightarrow \sqrt{(a - 5)^2 + (7a - 10)^2} = 5$$

$$\Leftrightarrow (a - 5)^2 + (7a - 10)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 10a + 25 + 49a^2 - 140a + 100 = 25$$

$$\Leftrightarrow 50a^2 - 150a + 100 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(2, 4) \\ B(1, 3) \end{cases} \text{ hai nghiệm lại}$$

Đường thẳng chứa đoạn $I_1 I_2$ nhận $I_1 I_2$ làm trục

$$\rightarrow (I_1 I_2) \text{ nhận } \vec{v} = (1, 1) \text{ làm 1 vpt.}$$

Mà $(I_1 I_2)$ đi qua $I(5, 0)$

$\rightarrow$ phương trình đường thẳng $I_1 I_2$ là:

$$(I_1 I_2): 1(x - 5) + 1(y - 0) = 0$$

$$x + y - 5 = 0$$

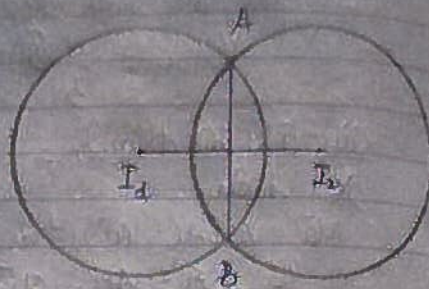
Giả sử I của đường tròn đi qua giao điểm A, B của 2 đường tròn $(C_1), (C_2)$ nằm trên đường trung trực của AB hay $I \in I_1 I_2$

Mà $I \in$ đường thẳng $x + y - 6 = 0$

$\Rightarrow I$ có tọa độ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x + y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow I(12, -1)$$

Vì $A \in$ đường tròn cần tìm $\rightarrow IA = R$



Áp dụng $IA(10; -5) \rightarrow IA = \sqrt{(-10)^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{5}$
 $\rightarrow R = 5\sqrt{5}$ OK

Viết phương trình đường tròn cần tìm là:

$$(x-12)^2 + (y+1)^2 = 125 \quad \text{OK}$$

2. Cho phương trình mặt phẳng cần lập là:

$$(x): a(x+1) + b(y-1) + c(z-2) = 0$$

có 1 vpt $\vec{n} = (a; b; c)$ (a, b, c không đồng thời bằng 0)
 đi qua $A(-1, 1, 2)$

b) $B \in (x)$

$$\rightarrow a(3+1) + b(5-1) + c(-2-2) = 0$$

$$4a + 4b - 4c = 0$$

$$\Leftrightarrow a + b - c = 0 \Leftrightarrow a = b + c \quad (*)$$

Mặt khác: (x) tạo với (P) một góc 45°

(P) có một vpt $\vec{n}_p = (1; -2; 2)$

$$\rightarrow \cos 45^\circ = \cos(\vec{n}, \vec{n}_p) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}_p|}{|\vec{n}| |\vec{n}_p|}$$

$$= \frac{|a - 2b + 2c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}|a - 2b + 2c| = 3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\Leftrightarrow 2(a - 2b + 2c)^2 = 9(a^2 + b^2 + c^2) \quad \text{OK}$$

Thay $a = b + c$ (từ (*)) vào đây

$$2(b + c - 2b + 2c)^2 = 9((b + c)^2 + b^2 + c^2)$$

$$(-b + 3c)^2 = 9(b^2 + c^2 + bc)$$

$$b^2 - 6bc + 9c^2 = 9b^2 + 9c^2 + 9bc$$

$$\Leftrightarrow 8b^2 + 15bc = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \quad \text{OK} \rightarrow a = c \quad (*) \\ b = \frac{15c}{8} \quad (**) \end{cases}$$

+ Từ (*) có $\vec{n} = (a; 0; a) \parallel \vec{n}_1 = (1; 0; 1)$

$$\rightarrow (x): 1(x+1) + 0(y-1) + 1(z-2) = 0$$

$$\text{HAI TIÊN} \Leftrightarrow x + z - 1 = 0$$

$$+ \text{Từ } (x, z) \rightarrow a = \frac{15c}{8} + c = \frac{23c}{8}$$

$$\rightarrow \vec{n} = \left(\frac{23c}{8}, \frac{15c}{8}, c \right) \parallel \vec{m} = \left(\frac{23}{8}, \frac{15}{8}, 1 \right)$$

$$\rightarrow (2): \frac{23}{8}(x+1) + \frac{15}{8}(y-1) + z - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{23}{8}x + \frac{15}{8}y + z - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 23x + 15y + 8z - 8 = 0$$

Đây phương trình mặt phẳng (2) cần tìm là:

$$\begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ 23x + 15y + 8z - 8 = 0 \end{cases}$$

$$23x + 15y + 8z - 8 = 0$$

Gọi 7a (10 điểm) Δ/Δ

$$\text{Hệ: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 & (1) \\ y_1 + y_2 = -1 & (2) \\ x_1 x_2 - y_1 y_2 = 4 & (3) \\ x_1 y_2 + x_2 y_1 = -3 & (4) \end{cases}$$

$$\text{Từ (1)} \rightarrow x_2 = -x_1$$

$$\text{Từ (2)} \rightarrow y_2 = -1 - y_1$$

+ Thay vào (3) được:

$$x_1(3 - x_1) - y_1(-y_1 - 1) = 4$$

$$\Rightarrow 3x_1 - x_1^2 + y_1^2 + y_1 = 4$$

$$\Rightarrow x_1^2 - 3x_1 - y_1^2 - y_1 = -4 \quad (5)$$

+ Thay vào (4) được:

$$x_1(-1 - y_1) + (3 - x_1)y_1 = -3$$

$$\Rightarrow -x_1 - x_1 y_1 + 3y_1 - x_1 y_1 = -3$$

$$\Rightarrow 2x_1 y_1 + x_1 - 3y_1 = 3$$

$$\Rightarrow y_1(2x_1 - 3) + x_1 = 3$$

Thấy $x_1 = \frac{3}{2}$ không là nghiệm của phương trình

đều là thì anh ngầu

Bây này em chỉ được 0,25 đ vì tính

Sai từ đầu (em có 1 kết quả

đúng do máy màn b = 0")

$$\rightarrow y_2 = \frac{3-x_1}{2x_1-3} \quad \text{OK}$$

Thay vào (5) được

$$x_1^2 - 3x_1 - \left(\frac{3-x_1}{2x_1-3} \right) - \frac{3-x_1}{2x_1-3} = -4$$

$$\Rightarrow (x_1^2 - 3x_1 + 2) - \left[\left(\frac{3-x_1}{2x_1-3} \right)^2 + \frac{3-x_1}{2x_1-3} - 2 \right] = 0$$

$$\Rightarrow (x_1-1)(x_1-2) - \left[\frac{3-x_1}{2x_1-3} + 2 \right] \left[\frac{3-x_1}{2x_1-3} - 1 \right] = 0$$

$$\Rightarrow (x_1-1)(x_1-2) - \frac{3(x_1-1)}{2x_1-3} \cdot \frac{2(2-x_1)}{2x_1-3} = 0$$

$$\Rightarrow (x_1-1)(x_1-2) \left(1 + \frac{9}{(2x_1-3)^2} \right) = 0$$

$$\text{Vì } 1 + \frac{9}{(2x_1-3)^2} > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_1 = 2 \end{cases} \quad \text{OK}$$

$$+ \text{ Với } x_1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_1 = -2 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } x_1 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_1 = 1 \\ y_2 = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ có các cặp nghiệm:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ y_1 = -2 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

hoặc

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \\ y_1 = 1 \\ y_2 = -2 \end{cases} \quad \text{OK}$$

Câu 5 (10 điểm)

0/1

Cho số $x \geq y \geq z \Rightarrow x \geq 1, z \leq 1$
 Thấy $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \geq ab(a+b)$
 (Áp dụng BĐT cho $a, b > 0$)

$$\text{Xét } \frac{1}{(1+x)^3} = \frac{1}{1+3 \cdot 1 \cdot x(1+x)+x^3} \geq \frac{1}{1+3(1+x^3)+x^3} = \frac{1}{4(1+x^3)}$$

Chứng minh tương tự có:

$$\frac{1}{(1+y)^3} \geq \frac{1}{4(1+y^3)}$$

$$\frac{1}{(1+z)^3} \geq \frac{1}{4(1+z^3)}$$

Do đó, ta phải chứng minh:

$$\frac{1}{4} \left(\frac{1}{1+x^3} + \frac{1}{1+y^3} + \frac{1}{1+z^3} \right) \geq \frac{3}{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1+x^3} + \frac{1}{1+y^3} + \frac{1}{1+z^3} \geq \frac{3}{2} = \frac{3}{xy^2+1}$$

chứng bất đẳng thức:

$$\frac{1}{m^2+1} + \frac{1}{n^2+1} \geq \frac{2}{mn+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{m^2+1} + \frac{1}{n^2+1} - \frac{2}{mn+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(m-n)^2(mn+1)}{(mn+1)(m^2+1)(n^2+1)} \geq 0 \text{ đúng với } m, n \geq 1$$

Nên ta có: $\frac{1}{x^3+1} + \frac{1}{y^3+1} \geq \frac{2}{\sqrt[3]{x^3y^3}+1}$ OK

Đặt $\sqrt[3]{x^3y^3} = t^3$ hay $\sqrt[3]{xy} = t \geq \sqrt[3]{x \cdot \frac{1}{x} \cdot y^2} \geq 1$

Ta cần chứng minh: $\frac{2}{t^3+1} + \frac{1}{z^3+1} \geq \frac{3}{t^2+1}$ (đúng!) đúng!

$$\Leftrightarrow (t^3+2t^2z^2-2t-2)(t-z)^2 \geq 0 \quad (*)$$

Vì $t^3+2t^2z^2-2t-2 \geq t^3+2t^2z^2-(2t+2)\left(\frac{t^2z^2}{2}\right)^{3/4}$

$$- (2t+2) \geq - (2t+2)(t^2z^2)^{3/4}$$

$$\Leftrightarrow (2t+2) \left[(t^2z^2)^{3/4} - 1 \right] \geq 0$$

$$\Leftrightarrow t_3 \geq 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{xy} \cdot z \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{xy}} \geq 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{xy} \leq 1 \Leftrightarrow t \leq 1$$

$$= \frac{t^3}{2} + 2t^2z - \frac{t^2(2t+z)\sqrt{t}}{2}$$

$$\geq \frac{t^3}{2} + 2t^2z - \frac{1}{2}t^2(1+z)(2t+z) = \frac{1}{2}t^2(1-z)$$

≥ 0 (Đều phải chứng minh)

Đến đây suy ra khi $x = y = z = 1$

Tổng kết

Bài 1: 2/2

Bài 2: 1,5/2

Bài 3: 0,5/1

Bài 4: 0,5/1

Bài 5: 0/1

Bài 6: 1,5/2

Bài 7: 1/1

7/10

Bài làm của em khá tốt,
tình bày sạch sẽ rõ ràng
Tuy nhiên tính toán còn
sai sót đáng tiếc

