ĐỀ THI LẬP ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI TOÁN
DỰ THI QUỐC GIA TỈNH ĐAKLAK NĂM 2012-2013

NGÀY THI 25/10/2012

BÀI 1: Giả sử phương trình $x^3 + ax^2 + x + b = 0$ có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 . Chứng minh rằng: $\sum \frac{x_1^3}{x_2 + x_3} > \frac{1}{2}$.

BÀI 2: cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[0, 1]$ thỏa mãn điều kiện $f(0) = 0, f(1) = 1$ và $3f(\frac{3x + 2y}{5}) = f(x) + 2f(y)$, với x$\geq y$ và x, y $\in [0, 1]$. Tính $f(\frac{27}{107})$.

BÀI 3: cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 3 \\ u_{n+1} = (n+2)u_n - (n+1)u_{n-1} \end{cases}$, với $n \geq 2$. Chứng minh rằng nếu n>8 thì u_n không thể biểu diễn dưới dạng lũy thừa với số mũ nguyên dương của một số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 2.

BÀI 4: cho tam giác ABC vuông ở A, AC=b, AB=c và M là trung diểm BC. trên đường thẳng d qua M và vuông góc với (ABC) lấy điểm S khác M. Mặt phẳng (P) qua BC vuông góc (SAB), cắt SA tại D. gọi α là góc giữa (SAB) và (ABC).

1./. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$ theo b,c,α.

2./. Định $tan\alpha$ khi S di chuyển trên d để thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất.

NGÀY THI 26/10/2012

BÀI 5: Tìm tất cả các hàm f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sao cho:

$f(x^2 + f(y)) = y + (f(x))^2$ với mọi x, y

BÀI 6: cho dãy $(a_n) : a_n = \frac{1^{2012} + 2^{2012} + ... + n^{2012}}{n^{2013}}$. Tính $\lim a_n khi n \to +\infty$.

BÀI 7: Cho đoạn thẳng BC, vẽ đường tròn đường kính BC. Điểm A thuộc đường tròn và khác B, C. Gọi N là điểm chình giữa cung nhỏ AB. Vẽ đường cao AH với H thuộc cạnh BC, đường trung tuyến BM với M thuộc cạnh AC. Hãy dựng điểm A trên đường tròn đã cho để ba đường CN, AH, BM đồng qui.

Hết