

News And Announcements.

Thông báo quan trọng: Hiện nay MS **đã bỏ luật 25 post** (nghĩa là **bạn không cần đủ 25post vẫn download được tài liệu !**)

Ngoài một số quy định đã được nêu trong phần Rule của Ghi Danh , mọi người tranh thủ bỏ ra 5 phút để đọc thêm 1 số Rule sau để khỏi bị ban nick ở MathScope nhé !

* Những câu hỏi thường gặp.

* Nội quy MathScope.Org

* Một số quy định chung !

* Về việc đặt tên cho một chủ đề

* Nếu bạn muốn gia nhập đội ngũ BQT thì vui lòng tham gia [tại đây](#)

* Nếu chưa biết gõ LaTeX vui lòng tham khảo [tại đây](#).

» MathScope > Sơ Cấp > Đại Số và Lượng Giác > Chuyên Đề
» Phương Pháp "bán Schur- bán SOS"

Ký danh ề Ghi Nhớ?
Mật mã Đăng Nhập

POST REPLY

NEW THREAD

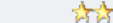
Điều Chính

Xếp Bài

10-11-2007, 05:32 PM

1

chien than
+Thành Viên+



Tham gia ngày: Nov 2007
Đến từ: Lớp 10 toán 1 khối
THPT chuyên dhsphn
Bài gửi: 139
Thanks: 0
Thanked 8 Times in 6 Posts



Phương Pháp "bán Schur- bán SOS"

tác giả:10 math

From VIF

Khi đứng trước một bài bất đối xứng hoặc hoán vị th" phương pháp hay được sử dụng nhất là phương pháp SOS v" nó thực sự hiệu quả với các bài bất 3 biến . Tuy nhiên đối với các bạn chưa làm quen được với phương pháp SOS th" việc đưa được về dạng chính tắc của phương pháp SOS và xác định tiêu chuẩn của nó là một việc không hề đơn giản .Chính v" vậy bài viết này tôi sẽ xin đưa ra một phương pháp đã được áp dụng trong một số bài viết của diễn đàn "phương pháp bán Schur- bán SOS". Hẳn các bạn sẽ tự hỏi tại sao nó có cái tên như vậy ? Câu trả lời sẽ được t"m thấy qua ví dụ mở đầu sau , một bất quen thuộc , bất Schur:

Ví dụ 1 : (bất Schur) Với các số thực a,b, c không âm bất k" ta luôn có :

$$a^3+b^3+c^3+3abc \geq ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c)$$

Giải:

Không mất tính tổng quát ta giả sử $c = \min(a,b,c)$. Sử dụng khai triển :

$$a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)[(a-b)^2+(a-c)(b-c)]$$

$$ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c)-6abc = 2c(a-b)^2+(a+b)(a-c)(b-c)$$

$$\text{Do đó bất đã cho có thể được viết dưới dạng } (a+b-c)(a-b)^2+c(a-c)(b-c) \geq 0$$

Với $c = \min(a,b,c)$ nên bất trên hiển nhiên đúng $\Rightarrow$ ta có điều phải CM

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c$; $a=b, c=0$: hoặc các hoán vị

Ví dụ 2 (mathlinks contests)

Chứng minh bất sau với hệ số a,b,c dương

$$\frac{a+b}{a+c} + \frac{a+c}{b+c} + \frac{b+c}{b+a} \leq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$$

Giải:

Không mất tính tổng quát ta giả sử $c = \min(a,b,c)$;

Ta có khai triển :

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} - 3 = \frac{(x-y)^2}{xy} + \frac{(x-z)(y-z)}{xz}$$

(Cái này các bạn có thể dễ dàng phân tích được

Do đó bất trên có thể viết lại dưới dạng:

$$\left[\frac{1}{ab} - \frac{1}{(a+c)(b+c)}\right](a-b)^2 + \left[\frac{1}{ac} - \frac{1}{(a+c)(a+b)}\right](a-c)(b-c) \geq 0$$

Bđt trên hiển nhiên đúng

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c$

Lời giải hai ví dụ trên không phải là duy nhất và còn có nhiều cách chứng minh độc đáo hơn. Nhưng nếu xem khách quan thì nó hoàn toàn tự nhiên và cơ bản. Nói khái quát khi đứng trước một bđt bất k" của 3 bên a,b,c ta sẽ tìm cách đưa chúng về dạng "bán Schur- bán SOS": $(a-b)^2, (a-b)(b-c)$

$$f(a,b,c) = M(a-b)^2 + N(a-b)(b-c) \geq 0$$

Sau đó với giả thiết $c = \max(\min(a,b,c))$ ta sẽ CM được $M, N \geq 0$

Từ đó ta có điều cần CM

Sau đây là một số khai triển thường được sử dụng trong phân tích:

$$1. a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = (a-b)^2 + (a-c)(b-c)$$

$$2. \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - 3 = \frac{(a-b)^2}{ab} + \frac{(a-c)(b-c)}{ac}$$

$$3. a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)[(a-b)^2 + (a-c)(b-c)]$$

$$4. (a+b)(b+c)(c+a) - 8abc = 2c(a-b)^2 + (a+b)(a-c)(b-c)$$

$$5. \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} - \frac{3}{2} = \frac{(a-b)^2}{(a+c)(c+b)} + \frac{a+b+2c}{2(a+b)(b+c)(a+c)}(a-c)(b-c)$$

$$6. \frac{a+kb}{a+kc} + \frac{b+kc}{b+ka} + \frac{c+ka}{c+kb} - 3 = \frac{k^2(a-b)^2}{(c+ka)(c+kb)} + \frac{k(a-c)(b-c)[(k^2-k+1).a+(k-1)b+kc]}{(a+kb)(b+ka)(c+kb)}$$



QUOTE

The Following 2 Users Say Thank You to chien than For This Useful Post:

cuong_kimvan (27-03-2009), JohnnyCage (Hôm qua)

10-11-2007, 05:33 PM

#2

chien than
+Thành Viên+



Tham gia ngày: Nov 2007
Đến từ: Lớp 10 toán 1 khối THPT chuyên dhsphn
Bài gửi: 139
Thanks: 0
Thanked 8 Times in 6 Posts



Bây giờ sẽ là một số ví dụ cụ thể để CM tính hiệu quả của phương pháp này

Ví dụ 3 Cho $a, b, c \geq 0$. CMR

$$\sum_{cyc} \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2} + \frac{2abc}{a^3+b^3+c^3} \geq \frac{11}{3}$$

Giải:

Giả sử $c = \max(a, b, c)$

Với x, y, z bất kì ta có khai triển sau

$$\sum_{cyc} \frac{x^2}{y^2} - 3 = \frac{(x+y).(x-y)^2}{x^2y^2} + \frac{(x+y)(y+z)(x-z)(y-z)}{x^2z^2}$$

Ta đưa bđt trên thức về dạng

$$\left(\frac{(a+b+2c)^2}{(a+b)^2(b+c)^2} - \frac{2(a+b+c)}{3(a^3+b^3+c^3)} \right) (a-b)^2 = \left[\frac{(a+2b+c)(2a+b+c)}{(a+b)^2(a+c)^2} - \frac{2(a+b+c)}{3(a^3+b^3+c^3)} \right] (a-c)(b-c) \geq 0$$

Theo bđt Chebyshev ta có: $3(a^3+b^3+c^3) \geq (a^2+b^2+c^2)(a+b+c)$

Có $c = \max(a, b, c)$;

$$\Rightarrow \frac{(a+2b+c)(b+2a+c)}{(a+b)^2(a+c)^2} \geq \frac{4(a+b)^2}{(a+b)^2(a+c)^2} \geq \frac{2}{a^2+c^2} \geq \frac{2}{a^2+b^2+c^2} \geq \frac{2(a+b+c)}{3(a^3+b^3+c^3)} \quad (1)$$

Đồng thời ta cũng có:

$$\frac{(a+b+2c)^2}{(a+c)^2(b+c)^2} \geq \frac{4}{(a+c)(b+c)}$$

Ta cần chứng minh rằng $\frac{2}{(a+c)(b+c)} \geq \frac{1}{a^2+b^2+c^2} \quad (*)$

Thật vậy: $(*) \Leftrightarrow 2(a^2+b^2+c^2) \geq ab+bc+ac+c^2$

$\Leftrightarrow (a^2+b^2+c^2)+a^2+b^2 \geq (ab+bc+ca)$ (hiển nhiên đúng)

$$\Rightarrow \frac{(a+b+2c)^2}{(a+c)^2(b+c)^2} \geq \frac{2}{a^2+b^2+c^2} \geq \frac{2(a+b+c)}{3(a^3+b^3+c^3)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có điều cần CM

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c$

Ví dụ 4 (Nguyễn Văn Thạch) Cho $a, b, c > 0$ CMR:

$$\sum_{cyc} \frac{a^2}{b^2} + 8 \frac{(ab+bc+ca)}{a^2+b^2+c^2} \geq 11$$

Giải:

Giả sử $c = \min(a, b, c)$

Ta đưa bdt trên về dạng

$$\left[\frac{(a+b)^2}{a^2b^2} - \frac{8}{a^2+b^2+c^2} \right] (a-b)^2 + \left[\frac{(a+c)(b+c)}{a^2c^2} - \frac{8}{a^2+b^2+c^2} \right] (a-c)(b-c) \geq 0$$

$$\text{Có } \frac{(a+b)^2}{a^2b^2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \geq \frac{16}{(b+c)^2} \geq \frac{8}{a^2+b^2} \geq 8a^2+b^2+c^2$$

Mà $c = \min(a, b, c)$

$$\Rightarrow (a+c)(b+c)(a^2+b^2+c^2) \geq 2\sqrt{ac} \cdot 2c(a^2+2c^2) = 4c\sqrt{ac} \left(\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{3} + 2c^2 \right) \geq 4c\sqrt{ac} \cdot 4\sqrt{\frac{2a^6c^2}{27}} > 8a^2c^2$$

$$\Rightarrow \frac{(a+c)(b+c)}{a^2c^2} > \frac{8}{a^2+b^2+c^2}$$

Do đó ta có điều cần CM

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$

Qua hai ví dụ 3 và 4 ta thấy rằng "Phương pháp bán Schur-bán SOS" không những có hiệu quả với những bài bdt đối xứng mà còn có hiệu quả với các bdt hoán vị. Các bạn hãy thử chứng minh lại hai ví dụ trên bằng phương pháp SOS. Nếu sử dụng trực tiếp chúng, ta phải xét tới hai trường hợp $a \geq b \geq c$ và $a \leq b \leq c$. Chắc các bạn đã nhận ra phần nào tính tự nhiên và cơ bản của phương pháp này.

Tuy nhiên ta vẫn có thể chứng minh chúng bằng SOS nhưng theo một cách không được tự nhiên lắm và không phải ai cũng biết đến, đó là sẽ đưa bất hoán vị trở thành bất thức đối xứng thông qua một bổ đề khá hay của anh Võ Quốc Bá Cẩn:

"Cho $x, y, z > 0, xyz = 1$ ta luôn có

$$\sum x^2 \geq \left[\frac{3}{2} \left(x+y+z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) - 6 \right]"$$

Còn nhiều cách chứng minh bổ đề trên nhưng quen thuộc nhất vẫn là phương pháp đồng biến. Đến đây chắc các bạn cũng có thể nhìn ra được vấn đề. Ở ví dụ 3 ta chỉ cần đặt

$$x = \frac{a+b}{b+c}, y = \frac{b+c}{c+a}, z = \frac{c+a}{a+b} \text{ ta sẽ có } xyz = 1$$

$$\text{Còn ở ví dụ 4 đặt } x = \frac{a}{b}, y = \frac{b}{c}, z = \frac{c}{a}$$

Vì khuôn khổ bài viết chỉ có hạn nên chúng tôi không thể viết được chi tiết lời giải của hai ví dụ theo cách trên. Đối với những bạn chưa biết đến phương pháp bán Schur; bán SOS thì có lẽ phương pháp được sử dụng là SOS. Tuy nhiên các bạn cũng thấy nếu không biết tới bổ đề của anh Cẩn thật việc chứng minh 2 ví dụ trên là vô cùng khó khăn. Một lần nữa, chúng tôi muốn nhấn mạnh đến tính tự nhiên và hiệu quả làm đơn giản hóa bài toán của phương pháp này.

Ví dụ 6

Cho a, b, c dương ta có bất sau:

$$\sum \frac{a}{b+c} + \frac{abc}{2(a^3+b^3+c^3)} \geq \frac{5}{3}$$

Giải:

Giả sử $c = \max(a, b, c)$ Ta có khai triển sau:

$$\sum \frac{a}{b+c} - \frac{3}{2} = \frac{(a-b)^2}{(a+c)(b+c)} + (a-c)(b-c) \frac{a+b+2c}{2(a+b)(b+c)(c+a)} \geq 0$$

Do đó bất trên có thể viết dưới dạng

$$\left[\frac{1}{(c+a)(c+b)} - \frac{a+b+c}{6(a^3+b^3+c^3)} \right] (a-b)^2 + \left[\frac{a+b+2c}{2(a+b)(b+c)(c+a)} - \frac{a+b+c}{6(a^3+b^3+c^3)} \right] (a-c)(b-c) \geq 0$$

Theo bất Chebyshev ta có $3(a^3+b^3+c^3) \geq (a^2+b^2+c^2)(a+b+c)$

Ta có

$$\frac{1}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{1}{2(a^2+b^2+c^2)} \quad (3)$$

$$\text{Thật vậy } (3) \Leftrightarrow 2(a^2+b^2+c^2) \geq (ab+bc+ac+c^2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{1}{2(a^2+b^2+c^2)} \geq \frac{1}{6(a^3+b^3+c^3)}$$

Có $c = \max(a, b, c)$

$$\rightarrow \frac{a+b+2c}{2(a+b)(b+c)(c+a)} \geq \frac{1}{(a+c)(b+c)} \geq \frac{a+b+c}{6(a^3+b^3+c^3)}$$

Từ đó ta có điều phải CM

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$

Qua các ví dụ ta có thể thấy thuận lợi lớn nhất trong lời giải bằng phương pháp này là việc sử dụng rất ít kiến thức cao cấp, thậm chí bạn không cần phải biết đến những phương pháp phức tạp và khó như ABC, đồng biến, Tôi hi vọng rằng qua bài viết trên các bạn đã phần nào hiểu rõ được nội dung và vẻ đẹp của phương pháp này.

Và đây là một số bài tập áp dụng

Bài 1 Cho $a, b, c > 0$ CMR

$$\frac{abc}{a^3+b^3+c^3} + \frac{2}{3} \geq \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}$$

Bài 2 Cho $a, b, c > 0$ CMR

$$\sum \frac{b+c}{a} \geq \frac{4(a^2+b^2+c^2)}{ab+bc+ca} + 2$$

Bài 3 (Phạm Kim Hùng) Cho $a, b, c > 0$. CMR

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} + \frac{4(a^2+b^2+c^2)}{ab+bc+ca} \geq 12$$

Bài 4 Cho a, b, c không âm CMR

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{abc} + \frac{54abc}{(a+b+c)^3} \geq 5$$

Bài 5 Cho a, b, c không âm CMR

$$\sum \frac{a^2+b^2}{(b+c)^2} \geq \frac{3}{2}$$

QUOTE

10-11-2007, 05:33 PM

#3

chien than
+Thành Viên+
☆☆



Tham gia ngày: Nov 2007
Đến từ: Lớp 10 toán 1 khối
THPT chuyên dhsphn
Bài gửi: 139
Thanks: 0
Thanked 8 Times in 6 Posts



Về tiêu chuẩn của SS, các bạn có thể tham khảo thêm qua ví dụ sau, áp dụng được nhiều hay không thì chịu, vì mình ít xài tiêu chuẩn (bài mình làm toàn bài dễ, không cần đến cái này)! .

[Only registered and activated users can see links.]

[Click Here To Register...](#)

QUOTE

10-11-2007, 05:35 PM

#4

chien than
+Thành Viên+
☆☆



Tham gia ngày: Nov 2007
Đến từ: Lớp 10 toán 1 khối
THPT chuyên dhsphn
Bài gửi: 139
Thanks: 0
Thanked 8 Times in 6 Posts



[Only registered and activated users can see links.]

[Click Here To Register...](#)

QUOTE

10-11-2007, 05:35 PM

#5

chien than
+Thành Viên+
☆☆



Tham gia ngày: Nov 2007
Đến từ: Lớp 10 toán 1 khối
THPT chuyên dhsphn
Bài gửi: 139
Thanks: 0
Thanked 8 Times in 6 Posts



[Only registered and activated users can see links.]

[Click Here To Register...](#)



QUOTE

10-11-2007, 05:36 PM

#6

chien than
+Thành Viên+



Tham gia ngày: Nov 2007
Đến từ: Lớp 10 toán 1 khối
THPT chuyên dhsphn
Bài gửi: 139
Thanks: 0
Thanked 8 Times in 6 Posts



[Only registered and activated users can see links.]

[Click Here To Register...](#)

QUOTE

10-11-
2007, 05:36
PM

#7

chien than
+Thành Viên+



Tham gia ngày: Nov 2007
Đến từ: Lớp 10 toán 1 khối THPT chuyên dhsphn
Bài gửi: 139
Thanks: 0
Thanked 8 Times in 6 Posts



Một số VD hoán vị dạng $\frac{a^n}{b} + \frac{b^n}{c} + \frac{c^n}{a} - a^{n-1} - b^{n-1} - c^{n-1}$

Với các bài dạng này ta có 1 cách phân tích rất cơ bản, có thể rút ra từ 2 VD sau:

VD1:

$$f(a,b,c) = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} - a - b - c = \frac{a^2 - b^2}{b} + \frac{b^2 - c^2}{c} + \frac{c^2 - a^2}{a}$$

$$= \frac{a^2 - b^2}{b} + \frac{b^2 - c^2}{c} - \frac{a^2 - b^2}{a} + \frac{b^2 - c^2}{a} = \frac{a+b}{ab}(a-b)^2 + \frac{b+c}{ac}(a-c)(b-c)$$

VD2:

$$f(a,b,c) = \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} - a^2 - b^2 - c^2 = \frac{a^3 - b^3}{b} + \frac{b^3 - c^3}{c} + \frac{c^3 - a^3}{a}$$

$$= \frac{a^3 - b^3}{b} + \frac{b^3 - c^3}{c} - \frac{a^3 - b^3}{a} - \frac{b^3 - c^3}{a} = \frac{a^2 + b^2 + ab}{ab}(a-b)^2 + \frac{b^2 + c^2 + bc}{ac}(b-c)^2$$

Bài tập:

Ví dụ 1

Cho $a, b, c > 0$. CMR:

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq \frac{3(a^3 + b^3 + c^3)}{a^2 + b^2 + c^2}$$

Giải:

Giả sử $c = \min(a, b, c)$.

ta có:

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} - a - b - c = \frac{a^2 - b^2}{b} + \frac{b^2 - c^2}{c} + \frac{c^2 - a^2}{a}$$

$$= \frac{a^2 - b^2}{b} + \frac{b^2 - c^2}{c} - \frac{a^2 - b^2}{a} - \frac{b^2 - c^2}{a} = \frac{a+b}{ab}(a-b)^2 + \frac{b+c}{ac}(a-c)(b-c)$$

$$\frac{3(a^3 + b^3 + c^3)}{a^2 + b^2 + c^2} - (a+b+c) = \frac{2a+2b}{a^2 + b^2 + c^2}(a-b)^2 + \frac{a+b+2c}{a^2 + b^2 + c^2}(a-c)(b-c)$$

Vậy:

$$M = \frac{a+b}{ab} - \frac{2(a+b)}{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$N = \frac{b+c}{ac} - \frac{a+b+2c}{a^2 + b^2 + c^2}$$

dễ thấy $M \geq 0$.

ta có: $N \geq 0 \Leftrightarrow (a^2 + b^2 + c^2)(b+c) \geq ac(a+b+2c)$

$$(a^2 + b^2 + c^2)(b+c) \geq 2c(a^2 + b^2 + c^2) = c[a^2 + (\frac{1}{8}a^2 + 2b^2) + (\frac{1}{2}a^2 + 2c^2) + 3ac] > c(a^2 + ab + 2ac) = ac(a+b+2c)$$

vậy $N \geq 0 \Rightarrow$ dpcm.

Ví dụ 2

Cho $a, b, c > 0$. CMR:

$$\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq \sqrt{3(a^4 + b^4 + c^4)}$$

Giải:

Giả sử $c = \min(a, b, c)$.

$$\begin{aligned} \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} - a^2 - b^2 - c^2 &= \frac{a^3 - b^3}{b} + \frac{b^3 - c^3}{c} + \frac{c^3 - a^3}{a} \\ &= \frac{a^3 - b^3}{b} + \frac{b^3 - c^3}{c} - \frac{a^3 - b^3}{a} - \frac{b^3 - c^3}{b} = \frac{a^2 + b^2 + ab}{ab}(a-b)^2 + \frac{b^2 + c^2 + bc}{ac}(b-c)^2 \\ &= \frac{\sqrt{3(a^4 + b^4 + c^4)} - (a^2 + b^2 + c^2)}{2(a+b)^2} (a-b)^2 + \frac{2(a+c)(b+c)}{\sqrt{3(a^4 + b^4 + c^4)} + a^2 + b^2 + c^2} (a-c)(b-c) \\ \text{Vậy } M &= \frac{a^2 + b^2 + ab}{ab} - \frac{2(a+b)^2}{\sqrt{3(a^4 + b^4 + c^4)} + a^2 + b^2 + c^2} \\ N &= \frac{b^2 + c^2 + bc}{ac} - \frac{2(a+c)(b+c)}{\sqrt{3(a^4 + b^4 + c^4)} + a^2 + b^2 + c^2} \end{aligned}$$

ta có:

$$\begin{aligned} (\sqrt{3(a^4 + b^4 + c^4)} + a^2 + b^2 + c^2)(a^2 + b^2 + ab) &\geq 2(a^2 + b^2 + c^2)3ab > 2ab(2(a^2 + b^2)) \geq 2ab(a+b)^2 \Rightarrow M : \geq 0. \\ (\sqrt{3(a^4 + b^4 + c^4)} + a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + bc) &\geq \frac{3}{2}c(b+c)(2(a^2 + b^2 + c^2)) \\ &\geq 2c(a^2b + abc + a^2c + ac^2) = 2ac(a+c)(b+c) \Rightarrow N : \geq 0 \end{aligned}$$

Sau đây là 1 số bài tập áp dụng phương pháp này:

Cho a, b, c : ≥ 0 . CMR:

- $\sum \frac{a^2 + bc}{b+c} \geq \sum a$
- $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} + \frac{81abc}{(a+b+c)^3} \geq \frac{9}{2}$
- $\sum \frac{1}{a} \geq \sum \frac{b+c}{a^2 + bc}$
- $\sum \frac{a^2 + bc}{(b+c)^2} \geq \sum \frac{a}{b+c}$
- $\frac{a+2b}{c+2b} + \frac{b+2c}{a+2c} + \frac{c+2a}{b+2a} \geq 3$
- $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} + \frac{4\sqrt{2}(ab+bc+ca)}{a^2 + b^2 + c^2} \geq 8 + 4\sqrt{2}$
- $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} + \frac{(\sqrt{3}-1)(ab+bc+ca)}{a^2 + b^2 + c^2} \geq \frac{3}{2} + (\sqrt{3}-1)$
- $\sum \frac{a^2 + bc}{a^2(b+c)} \geq \sum \frac{1}{a}$
- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq (a+b+c) \left(\frac{1}{2a^2 + bc} + \frac{1}{2b^2 + ca} + \frac{1}{2c^2 + ab} \right)$

Một số phân tích thường được sử dụng 🤔 (update)

- $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = (a-b)^2 + (a-c)(b-c)$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a-b)^2 + (a+b+c)(a-c)(b-c)$
- $ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) - 6abc = 2c(a-b)^2 + (a+b)(a-c)(b-c)$
- $ab^2 + bc^2 + ca^2 - 3abc = c(a-b)^2 + b(a-c)(b-c)$
- $a^4 + b^4 + c^4 - abc(a+b+c) = [(a+b)^2 + c^2](a-b)^2 + [ab + (a+c)(b+c)](a-c)(b-c)$
- $a^3(b+c) + b^3(c+a) + c^3(a+b) - 2abc(a+b+c) = (a+c)(b+c)(a-b)^2 + (2ab+ac+bc)(a-c)(b-c)$
- $a^3b + b^3c + c^3a - abc(a+b+c) = (ca+cb)(a-b)^2 + (a^2+ac)(a-c)(b-c)$
- $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - 3 = \frac{1}{ab}(a-b)^2 + \frac{1}{ac}(a-c)(b-c)$
- $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} - 6 = \frac{2}{ab}(a-b)^2 + \frac{a+b}{abc}(a-c)(b-c)$
- $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} - \frac{3}{2} = \frac{1}{(a+c)(b+c)}(a-b)^2 + \frac{a+b+2c}{2(a+b)(b+c)(c+a)}(a-c)(b-c)$
- $\frac{a+kc}{a+kb} + \frac{b+ka}{b+kb} + \frac{c+kb}{c+ka} - 3 = \frac{k^2}{(ka+c)(kb+c)}(a-b)^2 + \frac{k[(k-1)a + (k^2 - k + 1)b + kc]}{(a+kb)(b+kc)(c+ka)}(a-c)(b-c)$
- $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} - \frac{a+b+c}{2} = \frac{a+b+c}{(a+c)(b+c)}(a-b)^2 + \frac{(a+b+c)(a+b+2c)}{2(a+b)(b+c)(c+a)}(a-c)(b-c)$



QUOTE

25-03-2009, 09:19 AM

#8

hungrg
+Thành Viên+
★

Phương pháp này rất hay chiến thần làm ơn tạo một file PDF cho mọi người cùng tải hoặc chiến thần có thể đưa file word lên diễn đàn cũng được

Tham gia ngày: Feb 2009
Bài gửi: 6
Thanks: 0

Thanked 0 Times in 0 Posts



QUOTE

27-03-2009, 02:22 PM

#9

cuong_kimvan
+Thành Viên+

Tham gia ngày: Mar 2009
Bài gửi: 2
Thanks: 1
Thanked 0 Times in 0 Posts



đúng đó nhưng mọi người thử xem đặt $a + b + c = p$, áp dụng một schur để rút hết theo p .
Ta sẽ CM bđt với 1 ẩn p có điều kiện luôn đúng.
Làm thế cũng hay . VD :
 $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.
CM $a+b+c + 3/abc \geq 18$.
 $p \geq \sqrt{3}$
ta có $(ab+bc+ca)^2 \geq abc(a+b+c)$.
Mà $2(ab + bc + ca) = p^2 - 3$.
Suy ra $3/abc$ lớn hơn 1 biểu thức rút theo p .
biến đổi suy ra luôn đúng.

QUOTE

POST REPLY

NEW THREAD

« Đề Tài Trước | Đề Tài Kế »

Quyền Hạn Của Bạn

Bạn không **được** quyền gửi bài
Bạn không **được** quyền gửi trả lời
Bạn không **được** quyền gửi kèm file
Bạn không **được** quyền sửa bài

vB code đang **Mở**
Smilies đang **Mở**
[IMG] đang **Mở**
HTML đang **Tắt**

Chuyển đến

Chuyên Đề

Tiếp Tục

Powered by: vBulletin v3.6.8 Copyright ©2000-2009, Jelsoft Enterprises Ltd.

-- Vietnamese(TV)

Liên Lạc - Lưu Trữ - Trở Lên Trên

RSS

RSS 2.0

XML

MAP

Inactive Reminders By MathScope.ORG
[page compression: 94.82 k/106.52 k (10.99 %)]