

Người tổng hợp: Nguyễn Huy Thịnh

TỔNG HỢP CÁC ĐỀ THI HSG LỚP 9 NĂM 2011-2012

Lời nói đầu:

Chào tất cả các bạn! Mình là Nguyễn Huy Thịnh học sinh lớp 8/1 Trường THCS Tân Xuân. Nay mình quyết định tổng hợp lại tất cả các đề thi HSG lớp 9 (năm 2011-2012) để cho các bạn ôn thi tuyển sinh lớp 10 và chuẩn bị cho kì thi học sinh giỏi lớp 9 của tỉnh mình. Sau đây là hơn 30 đề thi học sinh giỏi lớp 9 được mình tổng hợp trên VMF (diễn đàn toán học). Mình mong nó sẽ giúp các bạn phần nào về ôn tập HSG

Người biên soạn

Nguyễn Huy Thịnh

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI QUẬN ĐỒNG ĐA 2011-2012

MÔN: TOÁN

NGÀY THI: 10 tháng 12 năm 2012

THỜI GIAN: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (4,0 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{4 - x^2}} \left[\sqrt{(2 + x)^3} - \sqrt{(2 - x)^3} \right]}{4 + \sqrt{4 - x^2}}$$

với $-2 \leq x \leq 2$.

Bài 2: (6,0 điểm)

1) Cho trước số hữu tỷ m sao cho $\sqrt[3]{m}$ là số vô tỷ. Tìm các số hữu tỷ a, b, c để:

$$a\sqrt[3]{m^2} + b\sqrt[3]{m} + c = 0$$

2) Tìm số tự nhiên có 4 chữ số (viết trong hệ thập phân) sao cho 2 điều kiện sau đồng thời thỏa mãn:

- (i) Mỗi chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng liền trước.
- (ii) Tổng $p+q$ lấy giá trị nhỏ nhất, trong đó p là tỉ số của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị còn q là tỉ số chữ số hàng nghìn và chữ số hàng trăm.

Bài 3: (4,0 điểm)

1) Tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn:

$$|x-10| + |x-11| + |x+101| + |x+990| + |x+1000| = 2012$$

2) Chứng minh rằng có thể chia một tam giác vuông có độ dài 3 cạnh là các số nguyên thành 6 phần diện tích bằng nhau và diện tích mỗi phần là số nguyên.

Bài 4: (4,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, trung tuyến AO có độ dài bằng độ dài cạnh BC. Đường tròn đường kính BC cắt AB, AC thứ tự tại M, N (M khác B, N khác C). Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt đường thẳng AO lần lượt tại I, K. Chứng minh tứ giác BOIM nội tiếp được một đường tròn và tứ giác BICK là hình bình hành.

2) Cho tam giác ABC, điểm M di chuyển trên cạnh BC. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, AC. Xác định vị trí M để PQ có độ dài nhỏ nhất.

Bài 5: (2,0 điểm)

Trong một hình vuông cạnh bằng 7, lấy 51 điểm. Chứng minh rằng có 3 điểm trong 51 điểm đã cho cùng nằm trong 1 hình tròn có bán kính bằng 1.

Kì thi chọn học sinh giỏi lớp 9

Năm học 2011-2012

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{2\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} + 1} + \frac{1 - 2\sqrt{x}}{x - 1} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0; x \neq 1$. Rút gọn biểu thức A và tìm các giá trị nguyên của x để A là số nguyên.

b) Cho biểu thức:

$$M = (\sqrt{x} + \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2})(\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2})(\sqrt{x} - \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2})(-\sqrt{x} + \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2})$$

Với x là số tự nhiên khác 0. Chứng minh M cũng là số tự nhiên.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Tìm x biết: $\sqrt{x+24} + \sqrt{x-16} = 10$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + xy + y = 9 \\ y + yz + z = 4 \\ z + zx + x = 1 \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho tứ giác ABCD có $A(0;1); B(0;4); C(6;4)$ và $D(4;1)$. Gọi d là đường thẳng cắt các đoạn thẳng AD, BC lần lượt tại M, N sao cho đường thẳng d chia tứ giác ABCD thành 2 phần có diện tích bằng nhau, biết phương trình đường thẳng d có dạng

$$y = mx - \frac{5m}{3} \text{ (với } m \neq 0 \text{)}.$$

a) Tìm tọa độ của M và N

b) Tìm tọa độ điểm Q trên d sao cho khoảng cách từ Q đến trục Ox bằng 2 lần khoảng cách từ Q đến Oy.

Bài 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn tâm O, gọi H là trung điểm BC. Trên các cạnh

AB, AC lần lượt lấy hai điểm D, E sao cho $\angle DHE = 60^\circ$. Lấy M bất kì trên cung nhỏ AB.

a) Chứng minh ba đường phân giác của ba góc $\angle BAC, \angle BDE, \angle DEC$ đồng quy.

b) Cho AB có độ dài 1 đơn vị. Chứng minh: $MA + MB < \frac{4}{3}$

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC không cân, vẽ phân giác trong Ax của góc A. Vẽ đường thẳng d là trung trực của đoạn thẳng BC. Gọi E là giao của Ax và d. Chứng minh E nằm ngoài tam giác ABC.

Bài 6. (1,0 điểm)

Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa điều kiện $xyz=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+x^3+y^3} + \frac{1}{1+y^3+z^3} + \frac{1}{1+z^3+x^3} \leq 1$$

*Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay khi làm bài thi.

-----HẾT-----

Đề thi HSG vòng 2 quận Hà Đông - Hà Nội

Bài 1:

a) Giải pt: $2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x - 1)^2 = 13(x^3 - 1)$

b) Cho pt: $mx^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$

Tìm m để pt có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ mà $x_1^2 + x_2^2 = 3$

Bài 2:

a) Tìm x, y, z thuộc $\mathbb{N}^*$ sao cho $xyz - x - y - z = 5$

b) Giải hệ:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x}(1 + \frac{1}{x+y}) = 3 \\ 2\sqrt{y}(1 - \frac{1}{x+y}) = 1 \end{cases}$$

Bài 3: Cho $abc = 2012$, $a, b, c > 0$

Tìm max:
$$\frac{1}{a^3 + b^3 + abc} + \frac{1}{b^3 + c^3 + abc} + \frac{1}{c^3 + a^3 + abc}$$

Bài 4: Cho đường tròn (O). Dây BC cố định, A chuyển động trên đường tròn sao cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

a) CMR: $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C < 1$

b) Tìm vị trí điểm A để diện tích tam giác AEH max

c) CMR: đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF đi qua 1 điểm cố định

d) CM: $BC^2 + AD^2 > 4EF^2$

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: <4 đ>

Tìm hai số x, y nguyên thoả mãn $x^2 - xy = 7x - 2y - 15$

Câu 2: <3 đ>

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x}{x^2+1} + \frac{y}{y^2+1} = \frac{2}{3} \\ (x+y)\left(1 + \frac{1}{xy}\right) = 6 \end{cases}$$

Câu 3: <5 đ>

Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Trên đáy lớn AB lấy điểm M không trùng với các đỉnh. Qua M kẻ các đường thẳng song song với AC và BD , các đường thẳng này cắt hai cạnh BC, AD lần lượt tại E và F . Đoạn EF cắt AC và BD lần lượt tại I và J . Gọi H là trung điểm của IJ .

a. Chứng minh rằng: $FH = HE$

b. Cho $AB = 2CD$. Chứng minh rằng: $EJ = JI = IF$

Câu 4: <3 đ>

Cho đường tròn O và một dây cung AB ($O \notin AB$). Các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn cắt nhau tại C . Kẻ dây cung CD của đường tròn đường kính OC ($D \neq A, B$). Dây cung CD cắt cung AB của đường tròn (O) tại E (E nằm giữa C và D).

a. Chứng minh: $\angle BED = \angle DAE$

b. Chứng minh: $DE^2 = DA \cdot DB$

Câu 5: <2 đ>

Cho $S = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2012}} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2011}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k(2012-k+1)}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2012 \cdot 1}}, (k \in \mathbb{N}; 1 \leq k \leq 2012)$

So sánh S và $\frac{4024}{2013}$

Câu 6: <3 đ>

Cho x, y, z là ba số dương thoả mãn $xyz = 1$.

Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3}{2}$

ĐỀ THI HSG TOÁN TỈNH HÀ TĨNH NĂM 2011-2012

Bài 1a) Rút gọn biểu thức $\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$

b) Tìm các số nguyên a, b sao cho $\frac{3}{a+b\sqrt{3}} - \frac{2}{a-b\sqrt{3}} = 7 - 20\sqrt{3}$

Bài 2a) Giải phương trình $x^2 - x + 12\sqrt{1-x} = 36$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x+1)(y+1) = 10 \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{xy} - 1) = 3 \end{cases}$$

Bài 3 Cho ba số m, n, p thỏa mãn:

$$m^2 + n^2 = \frac{m^2}{n^2} + \frac{m^2}{n^2} + \frac{m^2}{p^2} = 2 \text{ và } \frac{p^2}{n^2} + \frac{p^2 + n^2}{m} + \frac{n^2}{p^2} = 4$$

Tính $Q = m^2 + m^3 + p^4$

Bài 4 Cho tam giác ABC có B nhọn, trên cung nhỏ AC của (ABC) lấy D khác A. K và H là hình chiếu của D trên các đường thẳng BC, AB. I là giao điểm KH và AC.

a. CM DI vuông góc với AC và $HK < AC$

b. E là trung điểm AB. (HDE) cắt IK tại F. CM $IF = FK$

Bài 5 Cho hai số thực x, y khác 0 sao cho $(x+y+1)xy = x^2 + y^2$ Tìm max của $A = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$

Đề thi chọn HSG tham dự kì thi cấp TP Hà Nội

Bài 1(6đ):

a) Cho : $A = 1.2.3.....2011.2012(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + + \frac{1}{2011} + \frac{1}{2012})$

CMR: A là 1 số tự nhiên và A chia hết cho 2013

b) Tìm x thỏa mãn:

$$\sqrt[3]{3x^2 - x + 2011} - \sqrt[3]{3x^2 - 7x + 2012} - \sqrt[3]{6x - 2013} = \sqrt[3]{2012}$$

Bài 2 (3đ)

Giải hệ
$$\begin{cases} x + y - 2z - 5t = 2013 \\ z^2 - 10zt + 25t^2 = 0 \\ x^2 + 5y^2 + 4z^2 - 4xy - 4zy = 0 \end{cases}$$

Bài 3: Cho a,b,c thuộc R , x,y,z>0 CM:

a) $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$

b) Cho xy+yz+xz=671 CM:

$$\frac{y}{y^2 - xz + 2013} + \frac{z}{z^2 - xy + 2013} + \frac{x}{x^2 - yz + 2013} \geq \frac{1}{x+y+z}$$

Bài 4(5đ):

Cho đường tròn (O,R) . Từ điểm S ở ngoài đường tròn kẻ 2 tiếp tuyến SM, SN tới đường tròn(M,N là hai tiếp điểm), đường thẳng d qua S cắt đường tròn (O,R) tại A và B (M thuộc cung lớn AB). Qua A kẻ đường thẳng Ax // SM. Đường thẳng Ax cắt MN tại E, cắt MB tại C. Đường thẳng MN cắt AB tại K . Gọi I là trung điểm AB

a) CM: IS là phân giác góc MIN

b) CM: $\frac{SA}{SI} = \frac{SK}{SB}$

c)CM: MA,SC,BE đồng quy tại 1 điểm

Bài 5(2đ): Trong 1 cuộc hội nghị có 100 đại biểu, trong đó mỗi người quen với ít nhất 67 người khác. CMR: trong hội nghị đó có ít nhất 4 người mà mỗi người đều quen với 3 người còn lại.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011-2012

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1: (3,0 điểm)

Cho tam giác vuông có độ dài các cạnh là những số nguyên và số đo chu vi bằng hai lần số đo diện tích. Tìm độ dài các cạnh của tam giác đó.

Câu 2: (3,0 điểm)

Cho biểu thức:

$$P = \sqrt{1-x+(1-x)\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-x-(1-x)\sqrt{1-x^2}} \text{ với } x \in [-1;1]$$

Tính giá trị biểu thức P với $x = \frac{-1}{2012}$.

Câu 3: (3,0 điểm)

Tìm số thực x, y thỏa mãn:

$$(x^2+1)^2 y^2 + 16x^2 + \sqrt{x^2 - 2x - y^3 + 9} = 8x^3 y + 8xy$$

Câu 4: (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và hai điểm A(-1;1). B(3;9) nằm trên (P). Gọi M là điểm thay đổi trên (P) và có hoành độ là m ($-1 < m < 3$). Tìm m để diện tích tam giác ABM lớn nhất.

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp (O;R). Gọi I là điểm bất kì trong tam giác ABC (I không nằm trên các cạnh của tam giác). Các tia AI, BI, CI cắt lần lượt BC, CA, AB tại M, N và P.

a) Chứng minh: $\frac{AI}{AN} + \frac{BI}{BN} + \frac{CI}{CN} = 2$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AM \cdot BN} + \frac{1}{BN \cdot CP} + \frac{1}{CP \cdot AM} \leq \frac{4}{3(R-OI)^2}$.

Câu 6: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A tù, nội tiếp (O;R). Gọi x, y, z là khoảng cách từ O đến các cạnh BC, CA, AB và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh $y+z-x=R+r$.

Câu 7: (2,0 điểm)

Cho x, y thỏa mãn $x, y \in R$ và $0 \leq x, y \leq \frac{1}{2}$. Chứng minh rằng $\frac{\sqrt{x}}{1+y} + \frac{\sqrt{y}}{1+x} \leq \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh An Giang năm học 2011 - 2012

Bài 1. (3 điểm)

Rút gọn biểu thức sau: $A = \left(\sqrt{\sqrt{3} + 2 - \sqrt{31 - 12\sqrt{3}}} - \sqrt{3} \right) : \left(\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} \right)$

Bài 2. (3 điểm)

Chứng minh rằng nếu hai phương trình $x^2 + bx + c = 0$; $x^2 + 3bx + 3c = 0$ có nghiệm thì phương trình $x^2 + 2bx + 2c = 0$ có nghiệm.

Bài 3. (4 điểm)

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} (m-1)x - (m-1)y = m-37 \\ x + 2y = 3m+1 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

- Với m nào thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất.
- Tìm m nguyên để hệ phương trình có nghiệm x, y nguyên và $x+y$ bé nhất.

Bài 4. (4 điểm)

a. Chứng minh rằng với mọi số thực a, b thì $\frac{a^4 + b^4}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2} \right)^4$

Dấu bằng của bất đẳng thức xảy ra khi nào.

b. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $P(x) = x^4 - 8x^2 - x + 12$

Bài 5. (6 điểm)

Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cung BC, CA, AB không chứa các điểm A, B, C của

đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. BC cắt A'C' và A'B' tại M và N; CA cắt A'B' và B'C' tại P và Q; AB cắt B'C' và A'C' tại R và S.

- Chứng tỏ rằng AA',BB',CC' đồng quy tại I.
- Chứng minh rằng IQAR là hình thoi.
- Tìm điều kiện của tam giác ABC để $MN=PQ=RS$.

-----HẾT-----

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Vĩnh Long năm học 2011 - 2012

Bài 1. (2 điểm)

Tìm các số tự nhiên có hai chữ số, biết số đó chia cho tổng các chữ số của nó được thương là 4 và số dư là 3.

Bài 2. (6 điểm)

Giải các phương trình sau:

a. $x^3(x^3 + 7) = 8$

b. $\sqrt{3x+1} = \sqrt{x+4} + 1$

c. $2|x+2| + |x-1| = 5$

Bài 3. (3 điểm)

Cho Parabol $(P): y = 2x^2$. Trên (P) lấy điểm A có hoành độ bằng 1, điểm B có hoành độ bằng 2. Tìm m và n để đường thẳng $(d): y = mx + n$ tiếp xúc với parabol (P) và song song với đường thẳng AB.

Bài 4. (3 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$, với m là tham số thực.

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2
- Tìm m để biểu thức $P = 6x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5. (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Các cạnh AB, BC, CA lần lượt tiếp xúc với đường tròn (O) tại D, E, F.

- Chứng minh $DF \parallel BC$ và ba điểm A, O, E thẳng hàng, với O là tâm của đường tròn (O).
- Gọi giao điểm thứ hai của BF với đường tròn (O) là M và giao điểm của DM với BC là N. Chứng minh tam giác BFC đồng dạng với tam giác DNB và N là trung điểm của BE.
- Gọi (O') là đường tròn qua ba điểm B, O, C. Chứng minh AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O') .

Bài 6. (2 điểm)

Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$. Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là các đường cao ứng với các cạnh a, b, c. Tính số đo các góc của tam giác ABC biết $h_a + h_b + h_c = 9r$, với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

-----HẾT-----

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Tiền Giang năm học 2011 - 2012

Bài 1. (4,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình.

$$\begin{cases} x^3 + 1 = 2(x^2 - x + y) \\ y^3 + 1 = 2(y^2 - y + x) \end{cases}$$

2. Cho phương trình: $x^4 - 2mx^2 + 2m - 1 = 0$ (1)

a. Tìm m để (1) có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 thoả $\begin{cases} x_1 < x_2 < x_3 < x_4 \\ x_4 - x_3 = x_3 - x_2 = x_2 - x_1 \end{cases}$

b. Giải phương trình (1) với m tìm được ở câu a.

Bài 2. (4,0 điểm)

Cho (P): $y = x^2$; (d): $y = x + m$. Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho: tam giác OAB là tam giác vuông.

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Cho 4 số a, b, c, d thoả điều kiện $a + b + c + d = 2$. Chứng minh: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq 1$

2. Cho và $a^3 - 3a^2 + 3a(m+1) - (m+1)^2 = 0$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất (GTNN) của a .

Bài 4. (3,0 điểm)

Chứng minh rằng: $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}; n \in \mathbb{Z}, n \geq 1$

Bài 5. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC có các phân giác trong của các góc nhọn BAC, ACB, CBA theo thứ tự cắt các cạnh đối tại các điểm M, P, N. Đặt $a = BC, b = CA, c = AB$; $S_{\Delta MNP}, S_{\Delta ABC}$ theo thứ tự là diện tích của tam giác MNP và ABC.

1. Chứng minh rằng: $\frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}$

2. Tìm giá trị lớn nhất (GTLN) của $\frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta ABC}}$

-----HẾT-----

* Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Lạng Sơn năm học 2011 - 2012

Bài 1. (4 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

a. Rút gọn P

b. Tìm m để với mọi giá trị $x > 9$ ta có $m(\sqrt{x}-3)P > x+1$

Bài 2. (3 điểm)

Cho $abc=1$ và $a^3 > 36$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{3} + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$

Bài 3. (4 điểm)

Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2m(m+2)x + m^2 + 7 = 0 (1)$, (m là tham số)

a. Giải phương trình (1) khi $m = 1$

b. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1x_2 - 2(x_1 - x_2) = 4$

Bài 4. (6 điểm)

Cho tam giác ABC có $BC = 5a; CA = 4a; AB = 3a$, đường trung trực của đoạn AC cắt đường phân giác trong của góc BAC tại K.

a. Chứng minh tam giác ABC vuông.

b. Gọi (K) là đường tròn có tâm K và tiếp xúc với đường thẳng AB. Chứng minh rằng đường tròn (K) tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

c. Chứng minh rằng trung điểm của đoạn AK cũng là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC

Bài 5. (3 điểm)

Cho a, b, c là các số nguyên tố khác 0, $a \neq c$ thỏa mãn: $\frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{c^2 + b^2}$. Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2$ không thể là một số nguyên tố.

-----HẾT-----

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Hải Dương năm học 2011-2012

Bài 1. (2,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{x^2 - 5x + 6 + 3\sqrt{x^2 - 6x + 8}}{3x - 12 + (x - 3)\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$

2. Phân tích thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)^3$

3. Tìm x biết $(x^2 + x + 2)^3 - (x + 1)^3 = x^6 + 1$

Bài 2. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ xy + 3y^2 + x = 3 \end{cases}$

2. Giải phương trình: $\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^3 - (x-3)^3 = 16$

Bài 3. (2,0 điểm)

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $8x^2 + 23y^2 + 16x - 44y + 16xy - 1180 = 0$

2. Cho n là số nguyên dương và m là ước nguyên dương của $2n^2$. Chứng minh rằng $n^2 + m$ không là số chính phương.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và AB là đường kính. Gọi d là đường trung trực của OB . Gọi M và N là hai điểm phân biệt thuộc đường thẳng d . Trên các tia OM, ON lấy lần lượt các điểm M' và N' sao cho $OM'.OM = ON'.ON = R^2$.

1. Chứng minh rằng bốn điểm M, N, M', N' thuộc một đường tròn.
2. Khi điểm M chuyển động trên d , chứng minh rằng điểm M' thuộc một đường tròn cố định.
3. Tìm vị trí điểm M trên d nhưng M không nằm trong đường tròn $(O;R)$ để tổng $MO + MA$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5. (0,5 điểm)

Trong các hình bình hành ngoại tiếp đường tròn $(O;r)$, hãy tìm hình bình hành có diện tích nhỏ nhất.

-----HẾT-----

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THCS
NAM ĐỊNH

KÌ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2011-2012
Môn: Toán

(Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1:

1) Cho các số thực a, b, c khác nhau từng đôi một vào thỏa mãn điều kiện:

$$a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a$$

Chứng minh rằng: $(a+b+1)(b+c+1)(c+a+1) = -1$

2) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn: $ab + bc + ca = 1$

Chứng minh rằng: $\frac{(b+c)\sqrt{a^2+1}}{\sqrt{b^2+1} \times \sqrt{c^2+1}} = 1$

Câu 2:

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{y^2 - 3x} + \sqrt{x^2 + 8y} = 5 \\ x(x-3) + y(y+8) = 13 \end{cases}$$

2) Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 3x^2 - 4x - 2$

Câu 3: Tìm tất cả các bộ ba số nguyên không âm (x;y;z) thỏa mãn đẳng thức:

$$2012^x + 2013^y = 2014^z$$

Câu 4: Cho đường tròn (O), AB là đường kính của (O). Điểm Q thuộc đoạn thẳng OB (Q khác O; Q khác B). Đường thẳng đi qua Q, vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D khác nhau (điểm D nằm trong nửa mặt phẳng bờ PS chứa B). Gọi G là giao điểm của các đường thẳng CD và AP. Gọi E là giao điểm của các đường thẳng CD và PS. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng AQ.

1) Chứng minh rằng tam giác PDE đồng dạng với tam giác PSD

2) Chứng minh rằng EP=EQ=EG

3) Chứng minh đường thẳng KG vuông góc với đường thẳng CD

Câu 5: Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 3$$

Chứng minh rằng:
$$\frac{1}{\sqrt{1+8a^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8b^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8c^3}} \geq 1$$

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Phú Thọ năm học 2011 - 2012

Bài 1. (3 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương n để hai số $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của hai số nguyên dương nào đó.

Bài 2. (4 điểm)

Giả sử a là một nghiệm của phương trình $\sqrt{2}x^2 + x - 1 = 0$. không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức:
$$A = \frac{2a-3}{\sqrt{2(2a^4-2a+3)} + 2a^2}$$

Bài 3. (4 điểm)

a. Giải phương trình: $\sqrt{8x+1} = x^2 + 3x - 1$

b. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$$

Bài 4. (7 điểm)

Cho đường tròn (O;R) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua điểm M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB

tới đường tròn (A và B là các tiếp điểm). Gọi D là điểm di động trên cung lớn AB (D không trùng A, B và điểm chính giữa của cung) và C là giao điểm thứ hai của đường thẳng MD với đường tròn (O;R).

- Giả sử H là giao điểm của các đường thẳng OM với AB. Chứng minh rằng $MH \cdot MO = MC \cdot MD$, từ đó suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác HCD luôn đi qua một điểm cố định.
- Chứng minh rằng nếu AD song song với đường thẳng MB thì đường thẳng AC đi qua trọng tâm G của tam giác MAB.
- Kẻ đường kính BK của đường tròn (O;R), gọi I là giao điểm của các đường thẳng MK và AB. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MBI theo R, khi biết $OM = 2R$.

Bài 5. (2 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $abc + a + b = 3ab$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{ab}{a+b+1}} + \sqrt{\frac{b}{bc+c+1}} + \sqrt{\frac{a}{ca+c+1}} \geq \sqrt{3}$$

-----HẾT-----

ĐỀ THI CHỌN HSG LỚP 9 CẤP TỈNH, BÀ RỊA VŨNG TÀU 2012

Câu 1. (3,0 điểm)

Giải các phương trình:

- $x^2 + y - 2(x + \sqrt{y} - 1) = 0$ (x, y là ẩn)
- $x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 6 = 0$.

Câu 2. (4,0 điểm)

Rút gọn biểu thức:

- $A = \frac{\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{2 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} - \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$
- $B = \frac{1}{x^2 + x} + \frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6} + \frac{1}{x^2 + 7x + 12} + \frac{1}{x^2 + 9x + 20}$

Câu 3. (4,0 điểm)

- Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $3n+5$ chia hết cho $n-7$
- Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x(x^2 + x + 1) = 4y(1 + y)$ (với x, y là ẩn).

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh tam giác. Chứng minh: $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CE vuông góc với nhau. Gọi P là một điểm di động trên cung nhỏ AE (P khác A và E). CP cắt OA tại M và BP cắt OE tại N.

1. Chứng minh tam giác CAM đồng dạng với tam giác CPA và $\frac{OM}{MA} = \frac{PE \cdot OC}{AP \cdot CA}$.
2. Chứng minh $\frac{OM}{MA} \cdot \frac{ON}{NE}$ là một hằng số.

Câu 6. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC đều có đường cao AH (H thuộc BC). M là điểm di động trên cạnh BC (M khác B và C).

Dựng MP vuông góc với AB tại P và MQ vuông góc với AC tại Q, AM cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại D (D khác A).

1. Chứng minh tứ giác APMQ nội tiếp trong một đường tròn.
2. Gọi $\odot$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác APMQ, chứng minh H vuông góc với PQ.
3. Khi M di động trên cạnh BC (M khác B và C), tìm tập hợp trung điểm E của đoạn AD.

----- Hết -----

Đề thi học sinh giỏi TP.HCM cấp THCS năm học 2011 - 2012

Bài 1: (4 điểm)

Cho phương trình $mx^2 + 2(m-2)x + m-3 = 0$ (x là ẩn số)

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.

Bài 2: (4 điểm)

Giải các phương trình:

a) $\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x+2}} + \sqrt{x+2} = 0$

b) $\sqrt{x - \sqrt{1-x}} + \sqrt{x} = 2$

Bài 3: (4 điểm)

a) Chứng minh rằng: $(a^2 - b^2)(c^2 - d^2) \leq (ac - bd)^2$ với a, b, c, d là các số thực.

b) Cho $a \geq 1, b \geq 1$. Chứng minh rằng: $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$

Bài 4: (2 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x - 2y + 3z$ biết x, y, z không âm và thỏa hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 4y + 3z = 8 \\ 3x + y - 3z = 2 \end{cases}$$

Bài 5: (2 điểm)

Chứng minh rằng phương trình $4x^2 + 4x = 8y^3 - 2z^2 + 4$ không có nghiệm nguyên.

Bài 6: (4 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB, bán kính R. Tiếp tuyến tại M bất kì thuộc đường tròn (O) cắt các tiếp tuyến của đường tròn tại A và B lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh rằng: $AC \cdot BD = R^2$

b) Gọi I và J lần lượt là giao điểm của OC với AM và OD với BM.

Chứng minh IJ song song với AB.

c) Xác định vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tứ giác CIJD có bán kính nhỏ nhất.

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Quảng Ninh 2011-2012

Câu 1 (2đ): cho $x = 1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$, chứng minh rằng $P = x^3 - 3x^2 - 3x + 3$ là một số chính phương.

Câu 2 (6đ):

- Giải hệ phương trình:
- $$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 5 \\ 4xy + x + 2y = 7 \end{cases}$$
- Giải phương trình

$$\frac{2x-1}{x^2} + \frac{y-1}{y^2} + \frac{6z-9}{z^2} = \frac{9}{4}$$

Câu 3 (3đ) Tìm tham số m để tập nghiệm phương trình sau có đúng một phần tử:

$$\frac{m^2x^2 - (2m+5)x + 1}{x-1} = 0$$

Câu 4 (7đ)

Cho (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Trên tia đối của tia AB lấy M khác A. Qua M kẻ tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (O') (C, D là các tiếp điểm, C nằm ngoài (O)). Đường thẳng AC cắt (O) tại P khác A, đường thẳng AD cắt (O) tại Q khác A. Đường thẳng CD cắt PQ tại K.

Chứng minh:

- Tam giác BCD đồng dạng với tam giác BPQ
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác KCP luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi.
- K là trung điểm PQ

Câu 5 (2đ) Với a, b, c là ba số thực dương, chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq a^2 + b^2 + c^2$$

ĐỀ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS

NĂM HỌC 2011-2012

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

CÂU 1: (5đ)

Cho biểu thức : $P = \frac{a^2 - \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1} - \frac{3a - 2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} + \frac{a - 4}{\sqrt{a} - 2}$

1. Rút gọn P.
2. Tìm GT nhỏ nhất của P.

CÂU 2: (5đ)

Giải các phương trình sau:

1. $2x^3 - x^2 + \sqrt[3]{2x^3 - 3x + 1} = 3x + 1 + \sqrt[3]{x^2 + 2}$
2. $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$; (với x, y nguyên)

CÂU 3: (4đ)

Cho đường tròn $(O; R)$. Đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm A và B . Từ một điểm M tùy ý trên đường thẳng d và ở ngoài đường tròn (O) , vẽ hai tiếp tuyến MN và MP với đường tròn (O) , (N, P là hai tiếp điểm).

1. Dựng vị trí điểm M trên đường thẳng d sao cho tứ giác $MNOP$ là hình vuông.
2. CMR tâm của đường tròn đi qua 3 điểm M, N, P luôn chạy trên đường thẳng cố định khi M di chuyển trên đường thẳng d .

CÂU 4: (4đ)

1. a) Tìm Max của : $y = |x|\sqrt{9-x^2}$

b) GT \$x, y, z\$ là những số dương thoả mãn đk: $xyz = 1$.

Tìm min: $f(x) = \frac{1}{x^3(y+z)} + \frac{1}{y^3(x+z)} + \frac{1}{z^3(x+y)}$.

2. Cho 3 số \$a, b, c\$ thoả mãn: $a+b+c=1$; $a^2+b^2+c^2=1$; $a^3+b^3+c^3=1$.

CMR: $a^{2n+1} + b^{2n+1} + c^{2n+1} = 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

CÂU 5: (2đ)

Cho $\triangle ABC$ thay đổi có $AB = 6$ và $AC = 2BC$. Tìm giá trị lớn nhất của $S_{\triangle ABC}$.

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Quảng Ngãi năm học 2011 - 2012

Ngày thi: 29/03/2012

Thời gian: 150'

Bài 1: a) Tìm x, y nguyên dương sao cho $6x+5y+18=2xy$

b) Chứng minh A là số tự nhiên với mọi a thuộc $\mathbb{N}$:

$$A = \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5}$$

Bài 2: a) Giải phương trình:

$$4\sqrt{x+1} = x^2 - 5x + 14$$

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ z = xy \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{6}{z} \end{cases}$$

Bài 3: a) Cho $a = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{16a^8 - 51a}$

b) Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh:

$$(a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

Bài 4: Cho điểm M thuộc đường tròn (O) đường kính AB. Từ 1 điểm C trên đoạn OB, kẻ CN vuông góc với AM tại N. Tia phân giác của góc MAB cắt CN tại I, cắt (O) tại P. Tia MI cắt đường tròn (O) tại Q.

a) Chứng minh P, C, Q thẳng hàng.

b) Khi AM = BC, chứng minh tia MI đi qua trung điểm của AC.

Bài 5: Cho tam giác ABC nhọn, đường cao AH. Trên AH, AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho $\angle EDC = \angle FDB = 90^\circ$. Chứng minh rằng: EF // BC.

ĐỀ THI HSG LỚP 9 TỈNH ĐỒNG NAI 2011-2012

Câu 1 (4đ)

Cho $ac=bd$ và $ab>0$ chứng minh

$$\sqrt{(a+b)^2 + (c+d)^2} = \sqrt{a^2 + d^2} + \sqrt{b^2 + c^2}$$

Câu 2 (4đ)

GHPT

$$x^2 - y^2 = -4$$

$$x^3 - y^3 = 8$$

Câu 3 (4đ)

Cho m,n,k là các số nguyên thỏa $m^2 + n^2 = k^2$

Chứng minh tích mn : 12

Câu 4(3,5đ)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy mỗi điểm với hoành độ và tung độ đều nguyên được gọi là 1 điểm nguyên

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các điểm M(p,q) E(p,0) F(0,q)

Biết p,q là hai số tự nhiên và nguyên tố cùng nhau $p>1$ $q>1$

1) tính p và q theo số điểm nguyên ở bên trong hình chữ nhật OEMF

2) Chứng minh rằng chỉ có 2 điểm nguyên thuộc đoạn OM

Câu 5(4,5đ)

Cho $(O;R)$ tâm O bán kính R gọi A, B là hai điểm cố định thuộc $(O;R)$ $A \neq B$ Gọi C là điểm thay đổi thuộc $(O;R)$ với $C \neq A, C \neq B$ Vẽ (O_1) đi qua A tiếp xúc với BC tại C . Vẽ (O_2) đi qua B và tiếp xúc với AC tại C . (O_1) và (O_2) cắt nhau tại $D \neq C$

- 1) Chứng minh OO_1CO_2 là hình bình hành
- 2) Xác định vị trí điểm C thỏa điều kiện đã cho để độ dài đoạn CD lớn nhất

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Thanh Hóa năm học 2011 - 2012

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x-1}}{3+\sqrt{x-1}} + \frac{x+8}{10-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x-1}+1}{x-3\sqrt{x-1}-1} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right)$

1. Rút gọn P

2. Tính giá trị của P khi $x = \sqrt[4]{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt[4]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}$

Bài 2. (4,0 điểm)

Trong cùng một hệ tọa độ, cho đường thẳng $d: y = x - 2$ và parabol $(P): y = -x^2$. Gọi A và B là giao điểm của d và (P)

1. Tính độ dài AB
2. Tìm m để đường thẳng $d': y = -x + m$ cắt (P) tại hai điểm C và D sao cho $CD = AB$

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + x = 2 \\ \frac{y^2}{x} + y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB > AC$. Gọi M là trung điểm của BC; H là trực tâm; AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Kí hiệu (C_1) và (C_2) lần lượt là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF và DKE, với K là giao điểm của EF và BC. Chứng minh rằng:

1. ME là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2)
2. $KH \perp AM$

Bài 5. (2,0 điểm)

Với $0 \leq x, y, z \leq 1$. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình:

$$\frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+zy} = \frac{3}{x+y+z}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀO ĐÀO TẠO BẮC GIANG
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

Câu 1:

1. Tính giá trị của biểu thức sau: $\frac{1+4x}{1+\sqrt{1+4x}} + \frac{1-4x}{1-\sqrt{1-4x}}$ biết $x = \frac{\sqrt{2}}{9}$
2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - (2m+1)x + m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 2009x_1x_2 = 2012$

Câu 2:

1. Giải phương trình $(2\sqrt{x+2} - \sqrt{4x+1})(2x+3+\sqrt{4x^2+9x+2}) = 7$
2. Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x+y-2=4\sqrt{z-2} \\ y+z-2=4\sqrt{x-2} \\ z+x-2=4\sqrt{y-2} \end{cases}$$

Câu 3:

1. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của x biết x, y là 2 số thỏa mãn đẳng thức $y^2 = 3(xy + y - x - x^2)$
2. Tìm các số nguyên k để biểu thức $k^4 - 8k^3 + 23k^2 - 26k + 10$ là số chính phương.

Câu 4: Cho đường tròn đường kính AB. Trên đoạn thẳng AO lấy điểm H bất kì không trùng với A và O, kẻ đường thẳng d vuông góc với AB tại H, trên d lấy điểm C nằm ngoài đường tròn, từ C kẻ 2 tiếp tuyến CM và CN với đường tròn (O) với M và N là các tiếp điểm, (M thuộc nửa mặt phẳng bờ d có chứa điểm A). Gọi P và Q lần lượt là giao điểm của CM, CN với đường thẳng AB.

- 1, Chứng minh rằng HC là tia phân giác $\angle MHN$
2. Đường thẳng đi qua O vuông góc với AB cắt MN tại K và đường thẳng CK cắt đường thẳng AB tại I. Chứng minh I là trung điểm của PQ
3. Chứng minh rằng ba đường thẳng PN, QM, CH đồng quy.

Câu 5:

Cho 3 số dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=6$. Chứng minh rằng $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx + xyz \geq 8$

Đề thi HSG lớp 9 Bình Thuận năm 2011-2012

Bài 1: (4 điểm)

1/ Chứng minh rằng nếu $a+b+c+d = 0$ thì $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3(ac-bd)(b+d)$

2/ Tìm một số gồm hai chữ số sao cho tỷ số giữa số đó với tổng hai chữ số của nó là lớn nhất.

Bài 2: (4 điểm)

1/ Giải phương trình $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$

2/ Trong một lớp học chỉ có hai loại học sinh là giỏi và khá. Nếu có 1 học sinh giỏi chuyển đi thì $\frac{1}{6}$ số học sinh còn lại là học sinh giỏi. Nếu có 1 học sinh khá chuyển đi thì $\frac{1}{5}$ số học sinh còn lại là học sinh giỏi. Tính số học sinh của lớp.

Bài 3: (4 điểm)

1/ Cặp số (x, y) là nghiệm phương trình: $x^2y + 2xy - 4x + y = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của y .

2/ Cho ba số thực $a, b, c \neq 0$ thỏa $a+b+c \neq 0$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$.

Chứng minh rằng trong ba số a, b, c có hai số đối nhau.

Bài 4: (5 điểm)

Cho $(O; R)$ có đường kính AB cố định; một đường kính CD thay đổi không vuông góc và không trùng AB . Vẽ tiếp tuyến (d) của đường tròn (O) tại B . Các đường thẳng AC, AD lần lượt cắt (d) tại E và F .

1/ Chứng minh tứ giác $CEFD$ nội tiếp được trong đường tròn.

2/ Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE . Chứng minh rằng I di động trên một đường thẳng cố định.

Bài 5: (3 điểm)

Cho tam giác ABC có các đường phân giác trong BD và CE cắt nhau tại G . Chứng minh rằng nếu $GD = GE$ thì tam giác ABC cân tại A hoặc góc A bằng 60°

-----HẾT-----

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

NĂM HỌC 2011 – 2012

MÔN THI: TOÁN – LỚP 9 – THCS

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi 20 tháng 3 năm 2012

Câu 1.(4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

2. Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a+b=5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

Câu 2.(5,0 điểm)

1. Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt[4]{20-x} = 4$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-4)\sqrt{y-3} + (y-1)\sqrt{x+2} = 7\sqrt{6} \\ 12x\sqrt{y-4} + 4\sqrt{2}y\sqrt{x-2} = 5xy \end{cases}$$

Câu 3.(3,0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $A = (n-2010)(n-2011)(n-2012)$ là một số chính phương.

Câu 4.(6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước). Hình chữ nhật $MNPQ$ có đỉnh M nằm trên cạnh AB , N nằm trên cạnh AC , P và Q nằm trên cạnh BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC .

1. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.
2. Dựng hình vuông $EFGH$ (E nằm trên cạnh AB , F nằm trên cạnh AC , G và H nằm trên cạnh BC) nội tiếp trong tam giác ABC bằng thước kẻ và com-pa. Tính diện tích của hình vuông đó.

Câu 5.(2,0 điểm)

Chứng minh rằng luôn tồn tại số nguyên dương tận cùng là 2012 chia hết cho 2011.

-----Hết-----

Câu 1. (3,0 điểm)

a) Cho $x = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1} - \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}}$

. Tính giá trị của biểu thức $A = (x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1)^{2012}$

b) Chứng minh biểu thức

$$P = n^3(n^2 - 7)^2 - 36n$$

chia hết cho 7 với mọi số nguyên n .

Câu 2. (3,0 điểm)

a) Trong mặt phẳng, hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $y = x + 1$.

Tìm trên đường thẳng Δ các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $y^2 - 3y\sqrt{x} + 2x = 0$

b) Trong mặt phẳng, hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $y = ax + b$.

Tìm a, b để d đi qua điểm $B(1;2)$ và tiếp xúc với Parabol (P) có phương trình: $y = 2x^2$

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2|y| = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $2012x^2 - (20a - 11)x - 2012 = 0$ (a là số thực)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3}{2}(x_1 - x_2)^2 + 2\left(\frac{x_1 - x_2}{2} + \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right)^2$

Câu 4. (4,0 điểm)

a) Cho các số thực a, b, c sao cho $1 \leq a, b, c \leq 2$

. Chứng minh rằng: $(a + b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \leq 10$

b) Trong hội trại ngày 26 tháng 3, lớp 9A có 7 học sinh tham gia trò chơi ném bóng vào rổ. 7 học sinh này đã ném được tất cả 100 quả bóng vào rổ. Số quả bóng ném được vào rổ của mỗi học sinh đều khác nhau. Chứng minh rằng có 3 học sinh ném được tổng số quả bóng vào rổ không ít hơn 50 quả.

Câu 5. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH và trung tuyến AM (H, M thuộc BC). Đường tròn tâm H bán kính HA, cắt đường thẳng AB và đường thẳng AC lần lượt tại D và E (D và E khác điểm A)

- Chứng minh D, H, E thẳng hàng và MA vuông góc với DE
- Chứng minh 4 điểm B, E, C, D cùng thuộc một đường tròn. Gọi O là tâm của đường tròn đi qua 4 điểm B, E, C, D. Tứ giác AMOH là hình gì?
- Đặt $\widehat{ACB} = \alpha$; $\widehat{AMB} = \beta$. Chứng minh rằng:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin \beta$$

-----Hết-----

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Bình Định năm học 2011 - 2012**Bài 1. (4 điểm)**

a. Rút gọn biểu thức sau: $A = \sqrt{\frac{8 + \sqrt{15}}{2}} + \sqrt{\frac{8 - \sqrt{15}}{2}}$

b. Giải phương trình: $\frac{x^3}{\sqrt{16 - x^2}} + x^2 - 16 = 0$

Bài 2. (4 điểm)

a. Chứng minh rằng $n^3 - n$ chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n lẻ.

b. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện:

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$$

Chứng minh rằng nếu $c \geq a$ và $c \geq b$ thì $c \geq a + b$

Bài 3. (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 + (m - 1)x - 6 = 0$. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1 và x_2 sao cho biểu thức $A = (x_1^2 - 9)(x_2^2 - 4)$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4. (6 điểm)

a. Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 20^\circ$, $AB = AC = b$ và $BC = a$. Chứng minh rằng:

$$a^3 + b^3 = 3ab^2$$

b. Cho hai điểm \$A, B\$ thuộc đường tròn \$(O)\$ (\$AB\$ không qua \$O\$) và có hai điểm \$C, D\$ di động trên cung lớn \$AB\$ sao cho \$AD // BC\$ (\$C, D\$ khác \$A, B\$ và \$AD > BC\$). Gọi \$M\$ là giao điểm của \$BD\$ và \$AC\$. Hai tiếp tuyến của đường tròn \$(O)\$ tại \$A\$ và \$D\$ cắt nhau tại \$I\$

b.1. Chứng minh ba điểm \$I, O, M\$ thẳng hàng.

b.2. Chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác \$MCD\$ không đổi.

Cho \$x, y\$ là các số thực dương thỏa mãn \$xy = 1\$. Chứng minh rằng

$$(x+y+1)(x^2+y^2) + \frac{4}{x+y} \geq 8$$

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Nghệ An năm học 2011 - 2012

Bài 1. (5,0 điểm)

a. Cho \$a\$ và \$b\$ là các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện \$a^2 + b^2 : 7\$. Chứng minh rằng \$a\$ và \$b\$ đều chia hết cho 7.

b. Cho \$A = n^{2012} + n^{2011} + 1\$. Tìm tất cả các số tự nhiên \$n\$ để \$A\$ nhận giá trị là một số nguyên tố.

Bài 2. (4,5 điểm)

a. Giải phương trình: $\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$

b. Cho \$x, y, z\$ là các số thực khác 0 thỏa mãn \$xy + yz + zx = 0\$. Tính giá trị của biểu thức:

$$M = \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$$

Bài 3. (4,5 điểm)

a. Cho các số thực \$x, y, z\$ thỏa mãn điều kiện: \$x + y + z + xy + yz + zx = 6\$. Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$

b. Cho \$a, b, c\$ là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: \$a + b + c = 3\$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^3}{a^2 + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + a^2}$$

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho đường tròn \$(O; R)\$ và một dây \$BC\$ cố định không đi qua \$O\$. Từ một điểm \$A\$ bất kì trên tia đối của tia \$BC\$ vẽ các tiếp tuyến \$AM, AN\$ với đường tròn (\$M\$ và \$N\$ là các tiếp điểm, \$M\$ nằm trên cung nhỏ \$BC\$). Gọi \$I\$ là trung điểm của dây \$BC\$, đường thẳng \$MI\$ cắt đường tròn \$(O)\$ tại điểm thứ hai là \$P\$.

a. Chứng minh rằng \$NP // BC\$.

b. Gọi giao điểm của đường thẳng \$MN\$ và đường thẳng \$OI\$ là \$K\$. Xác định vị trí của điểm \$A\$ trên tia đối của tia \$BC\$ để tam giác \$ONK\$ có diện tích lớn nhất.

-----HẾT-----

Đề thi học sinh giỏi lớp 9 tỉnh hưng yên 2011-2012

câu I (2.0 điểm):

1. cho hàm số $f(x) = (x^4 + \sqrt{2}x - 7)^{2012}$. tính $f(a)$ với

$$a = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3}).\sqrt{4 - \sqrt{15}}.$$

2. cho parabol (P): $y = x^2$.

trên (P) lấy 2 điểm A_1, A_2 sao cho

$$\angle A_1OA_2 = 90^\circ \text{ (O là gốc tọa độ)}.$$

hình chiếu vuông góc của A_1, A_2 lên trục hoành lần lượt là

$$B_1, B_2.$$

$$\text{CMR } OB_1.OB_2 = 1.$$

câu II (2 điểm):

1. cho PT $x^2 - 3mx - m = 0$ (m là tham số khác 0) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$A = \frac{m^2}{x_2^2 + 3mx_1 + 3m} + \frac{x_1^2 + 3mx_2 + 3m}{m^2}.$$

2. tìm nghiệm nguyên của PT:

$$x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$$

câu III: (2.0 điểm):

1. giải hệ:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{2xy}{x+y} = 1 \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y \end{cases}$$

2. giải PT:

$$(3x+1)\sqrt{2x^2-1} = 5x^2 + \frac{3}{2}x - 3$$

câu IV: (3.0 điểm)

1. cho đường tròn tâm O có đường kính CD là đường cao của tam giác ABC vuông tại C. đường tròn (O) cắt các cạnh AC, BC lần lượt tại E và F, gọi M là giao điểm của đường tròn tâm O với BE (M khác E). hai đường thẳng AC, MF cắt nhau tại K, EF và BK cắt nhau tại P

a. CMR B, M, F, P cùng thuộc 1 đường tròn

b. tính các góc của tam giác ABC khi 3 điểm D, M, P thẳng hàng.

2. cho tam giác ABC vuông tại C, góc BAC bằng 60° và trung tuyến $BD = \frac{3}{4}a$. tính diện tích tam giác ABC theo a.
 câu V:(1 điểm): trên mặt phẳng cho 6 đường tròn có bán kính bằng nhau và có điểm chung. CMR ít nhất 1 trong những đường tròn này chứa tâm của 1 đường tròn khác trong chúng.

Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Quảng Bình năm học 2011 - 2012

Câu1: Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x + y - 1 = \frac{2}{x} \\ (x + y)^2 + 2 = \frac{3}{x^2} \end{cases}$$

Câu2: Cho pt: $x^2 - 2mx + 1 = 0$ (ẩn x)

- a) Tìm m để pt có hai nghiệm dương.
 b) Gọi x_1, x_2 ($x_1 \leq x_2$) là hai nghiệm của pt

Tính $P = \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$ theo m và tìm GTNN của biểu thức $Q = x_1 + x_2 + \frac{2}{x_1 + x_2}$

Câu3: Cho tam giác ABC có góc đều nhọn và H là trực tâm. Gọi M,N,P lần lượt là giao điểm thứ hai của các đường thẳng AH,BH,CH với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC; D,E,F lần lượt là chân các đường cao hạ từ A,B,C của tam giác ABC

- a) Chứng minh tam giác CHM cân

Tính tổng $\frac{AM}{AD} + \frac{BN}{BE} + \frac{CP}{CF}$

Câu 4: Không sử dụng máy tính hãy chứng minh:

$$\frac{1}{2\sqrt{1}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{2012\sqrt{2011}} < 2$$

Câu5: Tìm số nguyên tố p để $4p^2 + 1$ và $6p^2 + 1$ cũng là số nguyên tố

ĐỀ CHÍNH THỨC**MÔN TOÁN 9 - THCS**

(Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 20/03/2012

Bài 1. (4 điểm)

Cho biểu thức:

$$P = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$$

1/ Tính giá trị của P.

2/ Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 2. (4 điểm)

1/ Tìm tất cả số thực m để hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$ có nghiệm (x;y) thỏa mãn $x > 0$ và $y > 0$

2/ Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn: $x^3 + x^3 = x - y$. Chứng minh rằng $x^2 + y^2 < 1$.

Bài 3. (4 điểm)

1/ Chứng tỏ rằng không có hai số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức $x^2 + y^2 = 2012$.

2/ Tìm tất cả số nguyên n để số $A = 3n^4 - 4n^3 + 5n^2 - 2n + 1$ là một số nguyên tố.

Bài 4. (4 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, có AH là đường cao.

1/ Chứng minh rằng $\sqrt{\frac{1}{AB^4} + \frac{1}{AC^4} + \frac{1}{BC^4}} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{BC^2}$

2/ Tam giác ABC có đặc điểm gì nếu có $\sqrt{\frac{1}{AB^4} + \frac{1}{AC^4} + \frac{1}{BC^4}} = \frac{3}{4AH^2}$

Bài 5. (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A, một điểm F di động trên cạnh AC và F không trùng với điểm A.

1/ Xác định điểm E nằm trên đường thẳng AB sao cho trung điểm I của đoạn thẳng EF nằm trên cạnh BC.

2/ Chứng minh rằng với mọi điểm E xác định ở trên thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF nằm trên một đường thẳng cố định.

Đề thi HSG khối 9 thành phố Hải Phòng 2011-2012 Bảng A

Bài 1: (2.0 điểm)

a. Cho $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$; $B = \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$. Tính $A + B$

b. Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^4}{a^4 - (b^2 - c^2)^2} + \frac{b^4}{b^4 - (c^2 - a^2)^2} + \frac{c^4}{c^4 - (a^2 - b^2)^2} = \frac{3}{4}$$

Bài 2: (2.0 điểm)

a. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 4 \\ \sqrt{x+7} + \sqrt{y+7} = 6 \end{cases}$$

b. Cho x, y là hai số nguyên khác -1 sao cho $\frac{x^4-1}{y+1} + \frac{y^4-1}{x+1}$ là số nguyên.

Chứng minh rằng $x^{2012} - 1$ chia hết cho $y + 1$

Bài 3: (1.0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình

$$32x^6 + 16y^6 + 4z^6 = t^6$$

Bài 4: (2.0 điểm)

Cho tứ giác lồi ABCD biết $AB = BD$, $BAC = 30^\circ$, $ADC = 150^\circ$. Chứng minh rằng CA là tia phân giác của góc BCD

Bài 5: (2.0 điểm)

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC, gọi K, P, Q lần lượt là các tiếp điểm của các cạnh BC, AC và AB. Gọi R là trung điểm của đoạn thẳng PK. Chứng minh rằng $PQC = KQR$

Bài 6: (1.0 điểm)

Cho ba số dương a, b, c. Chứng minh rằng

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 tỉnh Hải Phòng. Môn thi: Toán - Bảng B

ĐỀ THI MÔN: TOÁN - BẢNG B

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 06/04/2012

(Đề thi gồm 1 trang)

Bài 1: (2.0 điểm)

a. Cho $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$; $B = \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$. Tính $A+B$.

b. Cho a,b,c là các số khác) thỏa mãn $a+b+c=0$. CMR:

$$\frac{a^2}{a^2-b^2-c^2} + \frac{b^2}{b^2-c^2-a^2} + \frac{c^2}{c^2-a^2-b^2} = \frac{3}{2}$$

Bài 2:(2.0 điểm)

a. Giải hpt:
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 4 \\ \sqrt{x+7} + \sqrt{y+7} = 6 \end{cases}$$

b. Cho x,y,z là những số nguyên thỏa mãn điều kiện $x^4 + y^4 + z^4$ chia hết cho 4. CMR: cả x,y,z đều chia hết cho 4.

Bài 3:(1.0 điểm). Tìm các nghiệm nguyên của pt:

$$x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x + 4 = y^2$$

Bài 4:(2.0 điểm). Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Tiếp tuyến tại A & C vs đường tròn cắt tiếp tuyến vẽ từ điểm B của đường tròn lần lượt tại P & Q. Trong tam giác ABC vẽ đường cao BH (H nằm giữa A & C). CMR: HB là tia phân giác của $\angle PHQ$.

Bài 5:(2.0 điểm). Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Đường phân giác của các góc BAC & ACB cắt nhau tại I & cắt đường tròn taam O lần lượt tại E & D. CMR: DE vuông góc với BI.

Bài 6:(1.0 điểm). Cho a,b,c là các số thực dương. CMR:

$$\frac{a^2}{b(c+2a)} + \frac{b^2}{c(a+2b)} + \frac{c^2}{a(b+2c)} \geq 1$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

.....HẾT.....

Đề thi học sinh giỏi tỉnh Vĩnh Phúc 2011-2012 .

Câu 1 (3 điểm)

1. Cho $f(x) = \frac{x^3}{1-3x+3x^2}$. Hãy tính giá trị của biểu thức sau :

$$A = f\left(\frac{1}{2012}\right) + f\left(\frac{2}{2012}\right) + \dots + f\left(\frac{2010}{2012}\right) + f\left(\frac{2011}{2012}\right)$$

2.Cho biểu thức :

$$P = \frac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} + \frac{1+2x-2\sqrt{x}}{x^2-\sqrt{x}}$$

Tìm tất cả các giá trị của x sao cho giá trị của P là một số nguyên.

Câu 2 (1,5 điểm)

Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $(x+y)^3 = (x-y-6)^2$.

Câu 3 (1,5 điểm)

Cho a, b, c, d là các số thực thỏa mãn điều kiện :

$$abc + bcd + cda + dab = a + b + c + d + \sqrt{2012}$$

CMR : $(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)(d^2+1) \geq 2012$.

Câu 4 (3 điểm)

Cho 3 đường tròn (O_1) , (O_2) và (O) . Giả sử (O_1) và (O_2) tiếp xúc ngoài vs nhau tại I và cùng tiếp xúc trong vs (O) tại M_1 , M_2 . Tiếp tuyến của (O_1) tại I cắt (O) tại A , A' . $A M_1$ cắt lại (O_1) tại điểm N_1 , $A M_2$ cắt lại (O_2) tại điểm N_2 .

1. CMR : tứ giác $M_1 N_1 N_2 M_2$ nội tiếp và $O A$ vuông góc vs $N_1 N_2$.

2. Kẻ đường kính $P Q$ của (O) sao cho $P Q$ vuông góc vs $I A$ (điểm P nằm trên cung $A M_1$ ko chứa điểm M_2). CMR : Nếu $P M_1$ và $Q M_2$ không song song thì $A I$, $P M_1$ và $Q M_2$ đồng quy.

Câu 5 (1 điểm)

Tất cả các điểm trên mặt phẳng đều đc tô màu, trong đó mỗi điểm đc tô bởi 1 trong 3 màu xanh, đỏ, tím. CMR : luôn tồn tại ít nhất một tam giác cân, có 3 đỉnh thuộc các điểm của mặt phẳng mà 3 đỉnh của tam giác đó đôi một cùng màu hoặc khác màu.

Đề thi HSG lớp 9 thành phố Hà Nội năm 2011-2012

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 04/4/2012

Câu 1:

1/Cmr: $A = (a^{2012} + b^{2012} + c^{2012}) - (a^{2008} + b^{2008} + c^{2008}) : 30$ mọi $a; b; c$ nguyên dương

2/Cho $f(x) = (2x^3 - 21x - 29)^{2012}$

Tính $f(x)$ khi $x = \sqrt[3]{7 + \sqrt{\frac{49}{8}}} + \sqrt[3]{7 - \sqrt{\frac{49}{8}}}$

Câu 2:

1/Giải phương trình : $\sqrt{x^2 + 5} + 3x = \sqrt{x^2 + 12} + 5$

2/Giải hệ phương trình :

$$x^2 + xy + x - y - 2y^2 = 0 \text{ và } x^2 - y^2 + x + y = 6$$

Câu 3: Giải phương trình nghiệm nguyên dương:

$$2x^2 - 5xy + 3y^2 - x + 3y - 4 = 0$$

Câu 4: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC và A bất kì nằm trên đường tròn. Từ A hạ AH vuông góc BC và vẽ đường tròn đường kính HA cắt AB; AC ở M và N.

a/Cmr: OA vuông góc MN

b/Cho $AH = \sqrt{2}; BC = \sqrt{7}$ Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN

Câu 5:

1/Chứng minh rằng: Điều kiện cần và đủ để 1 tam giác có các đường cao $h_1; h_2; h_3$ và bán kính đường tròn nội tiếp r là tam giác đều là:

$$\frac{1}{h_1 + 2h_2} + \frac{1}{h_2 + 2h_3} + \frac{1}{h_3 + 2h_1} = \frac{1}{3r}$$

2/Cho 8045 điểm trên 1 mặt phẳng sao cho cứ 3 điểm bất kì thì tạo thành 1 tam giác có diện tích < 1 . Chứng minh rằng: Luôn có thể có ít nhất 2012 điểm nằm trong tam giác hoặc trên cạnh của 1 tam giác có diện tích < 1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

THỪA THIÊN HUẾ

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 NĂM HỌC 2012

Môn: TOÁN

Ngày thi: 11/04/2012

Bài 1. (2,5 điểm) Cho biểu thức:

$$Q = \frac{\sqrt{x - \sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x + \sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}} \cdot \left(1 - \frac{1}{x-1}\right)$$

1. Rút gọn Q .
2. Tính giá trị của Q với $x = 2013$

Bài 2. (4,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1)

1. Tìm m để phương trình có nghiệm dương.
2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m nguyên dương để $A = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2$ có giá trị nguyên.

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình sau:

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \sqrt{3x+1} = \frac{1}{x^2} + \sqrt{x+2}$$

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ sao cho $x < y$ và $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2012}$.

Bài 4. (5,0 điểm)

Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$, $(R > R')$ cắt nhau tại A và B . Một tiếp tuyến chung tiếp xúc với đường tròn (O) tại C , tiếp xúc với đường tròn (O') tại D . Gọi I là giao điểm của AB và CD . B' là điểm đối xứng của B qua I , C' là điểm đối xứng của C qua I . Qua A kẻ cát tuyến song song với CD cắt đường tròn (O) tại P , cắt đường tròn (O') tại Q . Gọi M, N lần lượt là giao điểm của DB, CB với PQ .

1. Chứng minh rằng A là trung điểm của MN .
2. Chứng minh rằng A, C, B', C', D cùng thuộc một đường tròn.

Bài 5. (2,5 điểm) Cho đường tròn tâm O nội tiếp tam giác ABC vuông tại A . Đường tròn (O) nội tiếp tam giác tiếp xúc với BC tại D . Chứng minh rằng $S_{ABC} = BD \cdot CD$.

Bài 6. (2,0 điểm) Có hay không số tự nhiên n thỏa $2012 + n^2$ là số chính phương? Tìm n .

---HÉT---

...