

Chuyên đề 7

Phương Trình Lượng Giác

§1. Phương Trình Lượng Giác Cơ Bản

A. Kiến Thức Cần Nhớ

1. Phương trình $\sin x = a$.

Nếu $|a| > 1$: Phương trình vô nghiệm.

Nếu $|a| \leq 1$: Phương trình có nghiệm.

$$\bullet \sin x = a \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad \bullet \sin x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{cases}$$

Đặc biệt:

$$\bullet \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi.$$

$$\bullet \sin x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi.$$

2. Phương trình $\cos x = a$.

Nếu $|a| > 1$: Phương trình vô nghiệm.

Nếu $|a| \leq 1$: Phương trình có nghiệm.

$$\bullet \cos x = a \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi.$$

$$\bullet \cos x = a \Leftrightarrow x = \pm \arccos a + k2\pi.$$

Đặc biệt:

$$\bullet \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

$$\bullet \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi.$$

$$\bullet \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi.$$

3. Phương trình $\tan x = a$.

$$\bullet \tan x = a \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi.$$

$$\bullet \tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi.$$

4. Phương trình $\cot x = a$.

$$\bullet \cot x = a \Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi.$$

$$\bullet \cot x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} a + k\pi.$$

B. Bài Tập

7.1. Giải các phương trình sau

a) $\sin x = \frac{4}{3}$.

b) $\sin x = \frac{1}{4}$.

c) $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 1$.

d) $\sin(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

e) $\sin(30^\circ - x) = \frac{1}{2}$.

f) $\sin(\frac{\pi}{3} - x) = \sin(3x + \frac{\pi}{6})$.

7.2. Giải các phương trình sau

a) $\cos x = \frac{2011}{2010}$.

b) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $\cos(\frac{\pi}{6} - x) = -1$.

d) $\cos(5x + \frac{\pi}{4}) = \cos 2x$.

e) $\cos(x + \frac{\pi}{3}) + \sin 5x = 0$.

f) $\frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} = \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

7.3. Giải các phương trình sau

a) $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

b) $\cot x = -2$.

c) $\tan(45^\circ - 3x) = -\sqrt{3}$.

d) $\tan(5x + \frac{\pi}{4}) = \tan 2x$.

e) $\cot(3x - \frac{\pi}{4}) = \tan x$.

f) $\tan(x + \frac{\pi}{6}) \cdot \tan(x + \frac{\pi}{3}) = 1$.

7.4. Giải các phương trình sau

a) $3 \sin 4x + 4 = 0$.

b) $3 \cos 3x - 1 = 0$.

c) $2 \sin(5x - 2) = \sqrt{3}$.

d) $2 \tan(3 - 2x) + 3 = 0$.

e) $3 \cot(x - 60^\circ) - \sqrt{3} = 0$.

f) $\sqrt{3} \tan(\frac{\pi}{4} - 2x) + 3 = 0$.

7.5. Giải các phương trình sau

a) $\sin^2 x - 3 \sin x + 2 = 0$.

b) $3 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0$.

c) $2 \sin^2 3x - \sin 3x - 1 = 0$.

d) $\tan^2 x - 5 \tan x + 6 = 0$.

e) $\cot^2 x + 3 \cot x - 4 = 0$.

f) $2 \cos^2 2x - 3 \cos 2x + 1 = 0$.

7.6. Giải các phương trình sau

a) $\cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0$.

b) $\cos^2 x - 5 \sin x + 5 = 0$.

c) $\sin^2 x + 7 \cos x - 7 = 0$.

d) $\cos^2 2x - 6 \sin x \cos x - 3 = 0$.

e) $\cos 2x + 5 \sin x + 2 = 0$.

f) $3 \cos 2x + 4 \cos x - 7 = 0$.

7.7. Giải các phương trình sau

- a) $\cos 4x - 3 \cos 2x + 2 = 0$. b) $\cos^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^2 - 3 \sin 2x - 3 = 0$.
 c) $4 \tan 2x - \cot 2x + 3 = 0$. d) $5 \tan x + 2 \cot x = 7$. e) $2 \tan x + 2 \cot x = 3$.

§2. Phương Trình Lượng Giác Thường Gặp

A. Kiến Thức Cần Nhớ

1. Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.

Dạng: $a \sin x + b \cos x = c$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

Cách giải:

- Phương trình tương đương với $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- Đặt $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \alpha$; $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \alpha$.
- Phương trình trở thành $\sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Lưu ý: Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $a^2 + b^2 \geq c^2$.

2. Phương trình đẳng cấp bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$.

Dạng: $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d$.

Cách giải:

- Với $\cos x = 0$, thay vào phương trình để giải.
- Với $\cos x \neq 0$, chia hai vế phương trình cho $\cos^2 x$, ta có: $a \tan^2 x + b \tan x + c = d(1 + \tan^2 x)$.

Lưu ý: Phương trình sau có cách giải tương tự

$$a \sin^3 x + b \sin^2 x \cos x + c \sin x \cos^2 x + d \cos^3 x = m \sin x + n \cos x$$

3. Phương trình đối xứng đối với $\sin x$ và $\cos x$.

Dạng: $a(\sin x \pm \cos x) + b \sin x \cos x + c = 0$.

Cách giải:

- Đặt $\sin x \pm \cos x = t$, $|t| \leq \sqrt{2}$.
- Rút $\sin x \cos x$ theo t rồi thay vào phương trình để giải.

Lưu ý: $t = \sin x \pm \cos x = \sqrt{2} \sin(x \pm \frac{\pi}{4})$.

B. Bài Tập

7.8. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của các hàm số sau

- a) $y = 2 \sin x + 3 \cos x$. b) $y = \cos 2x + 4 \sin x \cos x$.
 c) $y = 4 \sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x - 1$. d) $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$.

7.9. Giải các phương trình sau

- a) $2 \sin x + \cos x = \sqrt{5}$. b) $3 \sin 2x - 4 \cos 2x - 5 = 0$.
 c) $2 \sin x - \cos x = 3$. d) $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2$.
 e) $\sqrt{2}(\sin 3x + \cos 3x) = 2$. f) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 1$.

7.10. Giải các phương trình sau

- a) $2 \sin x - 3 \cos x = 2$. b) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin 4x$.
 c) $\cos 2x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x = 2 \sin x$. d) $\sqrt{2}(\sin 4x + \cos 4x) = 2 \cos(x + \frac{\pi}{2})$.
 e) $\sqrt{3} \sin x + \cos x + 2 \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 2$. f) $3 \cos x + 4 \sin x + \frac{6}{3 \cos x + 4 \sin x + 1} = 6$.

7.11. Giải các phương trình sau

- a) (D-07) $(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2})^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$. b) $4(\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2}) + \sqrt{3} \sin 2x = 2$.
 c) $\cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 + \sin^2 x$. d) $3 \sin 3x - \sqrt{3} \cos 9x = 1 + 4 \sin^3 3x$.
 e) (D-09) $\sqrt{3} \cos 5x - 2 \sin 3x \cos 2x - \sin x = 0$. f) $2\sqrt{2}(\sin x + \cos x) \cos x = 3 + \cos 2x$.

7.12. Giải các phương trình sau

- a) $2 \sin 4x + 3 \cos 2x + 16 \sin^3 x \cos x - 5 = 0$. b) (B-2012) $2(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \cos x = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1$.
 c) $1 + 2(\cos 2x \tan x - \sin 2x) \cos^2 x = \cos 2x$. d) (B-09) $\sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x)$.
 e) $4 \sin^3 x \cos 3x + 4 \cos^3 x \sin 3x + 3\sqrt{3} \cos 4x = 3$. f) $\cos x + \sin(2x + \frac{\pi}{6}) - \sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 1 = \sqrt{3}(1 + 2 \cos x)$.

7.13. Giải các phương trình sau

- a) $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$.
 b) $2\sin^2 x - 3\cos^2 x + 5\sin x \cos x - 2 = 0$.
 c) $3\sin^2 x + 2\sin 2x - 5\cos^2 x = 1$.
 d) $\sin 2x - 2\sin^2 x - 2\cos 2x = 0$.
 e) $\sin^2 x - 2\sin x \cos x = 3\cos^2 x$.
 f) $2\cos x + 4\sin x = \frac{3}{\cos x}$.

7.14. Giải các phương trình sau

- a) $2\cos^3 x = \sin 3x$.
 b) $2\sin^3 x + 4\cos^3 x = 3\sin x$.
 c) $\sin x \cos 2x = 6\cos x (1 + 2\cos 2x)$.
 d) $\sin x \sin 2x + \sin 3x = 6\cos^3 x$.
 e) $\sin^3(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\sin x$.
 f) $4\sin^3 x + 3\cos^3 x - 3\sin x - \sin^2 x \cos x = 0$.
 g) (B-08) $\sin^3 x - \sqrt{3}\cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3}\sin^2 x \cos x$.
 h) $2\sin x + 2\sqrt{3}\cos x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$.

7.15. Giải các phương trình sau

- a) $1 + 3\sin 2x = 2\tan x$.
 b) $\sin^2 x (\tan x + 1) = 3\sin x (\cos x - \sin x) + 3$.
 c) $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{2\cos x - \sin x} = \cos 2x$.
 d) $\frac{2(\cos^3 x + 2\sin^3 x)}{2\sin x + 3\cos x} = \sin 2x$.
 e) $\frac{\tan x + \cot x}{\cot x - \tan x} = 6\cos 2x + 4\sin 2x$.
 f) $\sin^2 2x \cos(\frac{3\pi}{2} - 2x) + 3\sin 2x \sin^2(\frac{3\pi}{2} + 2x) + 2\cos^3 2x = 0$.

7.16. Giải các phương trình sau

- a) $3(\sin x + \cos x) + 2\sin x \cos x + 3 = 0$.
 b) $\sin x - \cos x + 7\sin 2x = 1$.
 c) $2\sin x + \sin 2x - 2\cos x + 2 = 0$.
 d) $3\cos 2x + \sin 4x + 6\sin x \cos x = 3$.
 e) $\sin 2x + \sqrt{2}\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 1$.
 f) $|\sin x - \cos x| + 4\sin 2x = 1$.
 g) $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2}\sin 2x$.
 h) $\sin^3 2x + \cos^3 2x + \frac{1}{2}\sin 4x = 1$.

7.17. Giải các phương trình sau

- a) $1 + \tan x = 2\sqrt{2}\sin x$.
 b) $(\sin x - \cos x)^2 + \tan x = 2\sin^2 x$.
 c) $\cot x - \tan x = \sin x + \cos x$.
 d) $3 + \sin 2x = \tan x + \cot x$.
 e) $4(\sin x \cos^2 x + \cos x \sin^2 x) + \sin^3 2x = 1$.
 f) $\cos x + \frac{1}{\cos x} + \sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{10}{3}$.
 g) $\tan^2 x + \cot^2 x + \cot x - \tan x - 2 = 0$.
 h) $2\tan^2 x - 3\tan x + 2\cot^2 x + 3\cot x - 3 = 0$.

§3. Phương Trình Lượng Giác Đưa Về Phương Trình Tích

7.18. Giải các phương trình sau

- a) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$.
 b) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$.
 c) $\sin 3x + \sin x - 2\cos^2 x = 0$.
 d) $\sin 3x + \sin 2x = 5\sin x$.

7.19. Giải các phương trình sau

- a) (B-07) $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$.
 b) $\sin 5x + \sin 9x + 2\sin^2 x - 1 = 0$.
 c) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$.
 d) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$.
 e) (CD-2012) $2\cos 2x + \sin x = \sin 3x$.
 f) (D-2012) $\sin 3x + \cos 3x - \sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos 2x$.

7.20. Giải các phương trình sau

- a) $\cos 5x \cos x = \cos 4x$.
 b) $\sin x \sin 7x = \sin 3x \sin 5x$.
 c) $\cos x \cos 3x - \sin 2x \sin 6x - \sin 4x \sin 6x = 0$.
 d) (D-09) $\sqrt{3}\cos 5x - 2\sin 3x \cos 2x - \sin x = 0$.
 e) $4\cos \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} + 2(8\sin x - 1)\cos x = 5$.
 f) $\cos x \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} - \sin x \sin \frac{x}{2} \sin \frac{3x}{2} = \frac{1}{2}$.

7.21. Giải các phương trình sau

- a) $\sin^2 x + \sin^2 3x = 2\sin^2 2x$.
 b) (B-02) $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$.
 c) $\sin^2 2x - \sin^2 8x = \sin(\frac{17\pi}{2} + 10x)$.
 d) $1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2\cos^2(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2})$.
 e) $\cos^2 x = \cos \frac{4x}{3}$.
 f) $1 + 2\cos^2 \frac{3x}{5} = 3\cos \frac{4x}{5}$.

7.22. Giải các phương trình sau

- a) $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 2x$.
 b) $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = 1 - 2\sin x$.
 c) $16(\sin^6 x + \cos^6 x - 1) + 3\sin 6x = 0$.
 d) $\frac{1}{\cos^2 3x} - \frac{1}{\sin^2 3x} = \frac{8}{3}$.

7.23. Giải các phương trình sau

- a) (CD-09) $(1 + 2\sin x)^2 \cos x = 1 + \sin x + \cos x$.
 b) $\sin x (2 - \cos x) = (1 - \cos x)^2 (1 + \cos x)$.
 c) (D-04) $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$.
 d) $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$.
 e) (B-05) $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$.
 f) (D-08) $2\sin x (1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2\cos x$.
 g) $\cos 2x + 5 = 2(2 - \cos x)(\sin x - \cos x)$.
 h) $4\sin 2x - 3\cos 2x = 3(4\sin x - 1)$.

7.24. Giải các phương trình sau

- a) (A-2012) $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2 \cos x - 1$.
 b) $2 \cos^3 x + \cos 2x + \sin x = 0$.
 c) (B-2010) $(\sin 2x + \cos 2x) \cos x + 2 \cos 2x - \sin x = 0$.
 d) (A-07) $(1 + \sin^2 x) \cos x + (1 + \cos^2 x) \sin x = 1 + \sin 2x$.
 e) $2 \cos x (1 - \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2 \sin x$.
 f) $\sin 4x - \cos 4x = 1 + 4(\sin x - \cos x)$.
 g) (D-06) $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$.
 h) (A-05) $\cos^2 3x \cos 2x - \cos^2 x = 0$.

7.25. Giải các phương trình sau

- a) $4 \cos x - 2 \cos 2x - \cos 4x = 1$.
 b) $9 \sin x + 6 \cos x - 3 \sin 2x + \cos 2x = 8$.
 c) (D-2010) $\sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 1 = 0$.
 d) $\sin 2x \cos x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$.
 e) $32 \cos^6 x - \cos 6x = 1$.
 f) $4 \cos^2 x - \cos 3x = 6 \cos x + 2(1 + \cos 2x)$.

7.26. Giải các phương trình sau

- a) $2 \sin x + \cot x = 2 \sin 2x + 1$.
 b) $3 \sin x + 2 \cos x = 2 + 3 \tan x$.
 c) $(1 - \tan x)(1 + \sin 2x) = 1 + \tan x$.
 d) (B-04) $5 \sin x - 2 = 3(1 - \sin x) \tan^2 x$.
 e) $4 \sin^2 x + 3 \tan^2 x = 1$.
 f) $1 + 3 \sin 2x = 2 \tan x$.

7.27. Giải các phương trình sau

- a) $2 + \cos x + 2 \tan \frac{x}{2} = 0$.
 b) $\tan x \sin^2 x - 2 \sin^2 x = 3(\cos 2x + \sin x \cos x)$.
 c) $1 + 3 \tan x = 2 \sin 2x$.
 d) $\cot x = \tan x + 2 \tan 2x$.

7.28. Giải các phương trình sau

- a) $2(\tan x - \sin x) + 3(\cot x - \cos x) + 5 = 0$.
 b) $3(\cot x - \cos x) - 5(\tan x - \sin x) = 2$.
 c) $4 \cot x - 2 = \frac{3 + \cos 2x}{\sin x}$.
 d) $\frac{5 + \cos 2x}{3 + 2 \tan x} = 2 \cos x$.
 e) $8 \cos^3 x - \sin^2 3x - 6 \sin x + \sin^2 x - 2 = 0$.
 f) $\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}} = x(1 + 2\sqrt{1 - x^2})$.

7.29. Giải các phương trình sau

- a) $|\sin x| + |\cos 2x| = 2$.
 b) $|\tan x| + |\cot x| = 2$.
 c) $4 \cos x + 2 \cos 2x + \cos 4x = -7$.
 d) $\sin^{2010} x + \cos^{2012} x = 1$.

7.30. Giải các phương trình sau

- a) $\sin^2 x + \sin 2x + \sqrt{2} \sin x + \frac{3}{2} = 0$.
 b) $(\cos 4x - \cos x)^2 = 4 + \cos^2 2x$.
 c) $\sin x + \cos x = \sqrt{2 + \sin^{10} \left(x - \frac{9\pi}{4}\right)}$.
 d) $\sin 4x - \cos 4x = 1 + 4\sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

§4. Phương Trình Lượng Giác Chứa Ẩn Ở Mẫu

7.31. Giải các phương trình sau

- a) $\frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \sqrt{3}$.
 b) $\frac{\sqrt{3}(\sin 2x - \sin x)}{\cos x - 1} = 2 \cos x + 1$.
 c) $\frac{\cos x - 2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x + \sin x - 1} = \sqrt{3}$.
 d) $\frac{2(\cos^3 x + 2 \sin^3 x)}{2 \sin x + 3 \cos x} = \sin 2x$.
 e) $\frac{2 \sin^2 x + \cos 4x - \cos 2x}{(\sin x - \cos x) \sin 2x} = 0$.
 f) $\frac{\cos x (2 \sin x + 3\sqrt{2}) - 2 \cos^2 x - 1}{1 + \sin 2x} = 1$.

7.32. Giải các phương trình sau

- a) $\tan^2 x = \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$.
 b) $\frac{3(\sin x + \tan x)}{\tan x - \sin x} - 2 \cos x = 2$.
 c) $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin 2x} = \frac{2}{\sin 4x}$.
 d) $\frac{1 - \cos 4x}{2 \sin 2x} = \frac{\sin 4x}{1 + \cos 4x}$.
 e) (B-03) $\cot x - \tan x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$.
 f) $\frac{3 \sin^2 2x + 8 \sin^2 x - 11 - 3 \cos 2x}{1 + \cos 4x} = 0$.

7.33. Giải các phương trình sau

- a) (A-06) $\frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x} = 0$.
 b) (D-2011) $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$.
 c) (B-06) $\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \tan \frac{x}{2}\right) = 4$.
 d) (A-08) $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin \left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} = 4 \sin \left(\frac{7\pi}{4} - x\right)$.
 e) (D-03) $\sin^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$.
 f) (D-05) $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right) \sin \left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$.

7.34. Giải các phương trình sau

- a) (A-2011) $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = \sqrt{2} \sin x \sin 2x$.
 b) (A-03) $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x$.
 c) (A-09) $\frac{(1 - 2 \sin x) \cos x}{(1 + 2 \sin x)(1 - \sin x)} = \sqrt{3}$.
 d) (A-2010) $\frac{(1 + \sin x + \cos 2x) \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{1 + \tan x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x$.

§5. Nghiệm Thuộc Khoảng Cho Trước

7.35. Tìm nghiệm của các phương trình sau trên khoảng cho trước

- | | |
|--|--|
| a) $\sin 2x = 0$ trên $[0; 2\pi]$. | b) $\sqrt{3}\tan x - 3 = 0$ trên $(0; 3\pi)$. |
| c) $2\cos x + \sqrt{3}$ trên $[0; \frac{3\pi}{2})$. | d) $\sin^2 x + 6\sin x - 7 = 0$ trên $(\frac{\pi}{2}; 4\pi]$. |
| e) $\cot x + \tan x = 2$ trên $(0; 3\pi)$. | f) $\sin x = \cos 2x$ trên $[0; 10]$. |

7.36. (D-02) Tìm nghiệm thuộc $[0; 14]$ của phương trình $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$.

7.37. Tìm nghiệm thuộc $(\frac{\pi}{2}; 3\pi)$ của phương trình $\sin(2x + \frac{5\pi}{2}) - 3\cos(x - \frac{7\pi}{2}) = 1 + 2\sin x$.

7.38. Tìm nghiệm thuộc $[0; \frac{3\pi}{2}]$ của phương trình $3\sin 2x - 4\sin^3 2x + 2\sqrt{3}\cos^2 3x = 2 + \sqrt{3}$.

7.39. Tìm nghiệm thuộc $[0; \frac{3\pi}{2}]$ của phương trình $3\sin 2x - 4\sin^3 2x + 2\sqrt{3}\cos^2 3x = 2 + \sqrt{3}$.

7.40. (A-02) Tìm nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $5\left(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$.

7.41. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[2; 40]$ của phương trình $\sin x - \cos 2x = 0$.

7.42. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[1; 70]$ của phương trình $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$.

7.43. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[2; 40]$ của phương trình $2\cos^2 x + \cot^2 x = \frac{\sin^3 x + 1}{\sin^2 x}$.