

**Đề thi chọn đội tuyển toán trường Phổ thông Năng khiếu
Năm học 2013 - 2014**

Ngày thi thứ nhất: 24/09/2013.

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề.

Bài 1. *Tìm tất cả các hàm số $f : R \rightarrow R$ thỏa:*

$$f(x^3 + y + f(y)) = 2y + x^2 f(x) \forall x, y \in R$$

Bài 2. *Cho dãy $\{u_n\}$ thỏa $u_1 = 2013, u_{n+1} = u_n^3 - 4u_n^2 + 5u_n \forall n \in N^*$.
Tìm tất cả các số nguyên tố p là ước của $(u_{2014} + 2009)$ và $p \equiv 3 \pmod{4}$*

Bài 3. *Trong một hội nghị khoa học có 5000 đại biểu tham dự, mỗi một đại biểu biết ít nhất một thứ tiếng. Một ủy ban gồm một số đại biểu được gọi là **ủy ban làm việc** nếu tất cả các thành viên ủy ban điều biết chung một thứ tiếng và được gọi là **ủy ban thách thức** nếu không có hai thành viên nào của ủy ban biết chung một thứ tiếng (ủy ban có thể gồm 1 thành viên; ủy ban này gọi là làm việc cũng được, thách thức cũng được). Chứng minh rằng có thể chia các đại biểu thành đúng 100 ủy ban rời nhau (mỗi đại biểu thuộc đúng một ủy ban) sao cho các ủy ban này hoặc là ủy ban làm việc hoặc là ủy ban thách thức.*

Bài 4. *Tam giác ABC có B, C cố định còn A di động sao cho $AB = AC$ và $\angle BAC > 60^\circ$. Đường thẳng đối xứng với BC qua AB cắt AC tại P . Trên đoạn PC lấy điểm M sao cho $PM = PB$. Gọi N là giao điểm của AB với phân giác ngoài của góc BCA . Chứng minh MN luôn qua một điểm cố định.*

Hết

Các bộ coi thi không giải thích gì thêm