

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Tìm tọa độ hai điểm A, B phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại các điểm A, B song song với nhau, đồng thời ba điểm O, A, B tạo thành tam giác vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình: $4 \sin 3x + \sin 5x - 2 \sin x \cos 2x = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-3)(x+4) = y(y-7) \\ \frac{y^2}{\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{2-y}} \end{cases}.$$

Câu 4 (1,0 điểm). Xác định tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt{2x^2 - 2mx + 3} + 2 = x$ có nghiệm.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho lăng trụ đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng a, đường thẳng B'C tạo với đáy một góc 60°. Tính theo a thể tích khối chóp C.A'B'B và khoảng cách từ B' đến mặt phẳng (A'BC).

Câu 6 (1,0 điểm). Cho ba số x, y, z thuộc nửa khoảng (0;1] và thỏa mãn: $x + y \geq 1 + z$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{xy+z^2}$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)**A. Theo chương trình Chuẩn**

Câu 7a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có A(5;-7), điểm C thuộc đường thẳng có phương trình $x - y + 4 = 0$. Đường thẳng đi qua D và trung điểm của đoạn thẳng AB có phương trình $3x - 4y - 23 = 0$. Tìm tọa độ của B và C, biết điểm B có hoành độ dương.

Câu 8a (1,0 điểm). Giải phương trình: $4^{2x} - 15 \cdot 2^{2(x+\sqrt{x+4})} - 16^{1+\sqrt{x+4}} = 0$.

Câu 9a (1,0 điểm). Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có điểm C(3;-3) và điểm A thuộc đường thẳng $d: 3x + y - 2 = 0$. Gọi M là trung điểm của BC, đường thẳng DM có phương trình $x - y - 2 = 0$. Xác định tọa độ các điểm A, B, D.

Câu 8b (1,0 điểm). Tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)\sqrt{x+3}-2}{x-1}$.

Câu 9b (1,0 điểm). Gọi E là tập hợp các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau thuộc tập E. Tính xác suất để trong hai số được chọn có đúng một số có chữ số 5.

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

ĐÁP ÁN KTCL ÔN THI ĐẠI HỌC LẦN 1 NĂM HỌC 2013-2014

Môn: TOÁN; Khối A, A₁

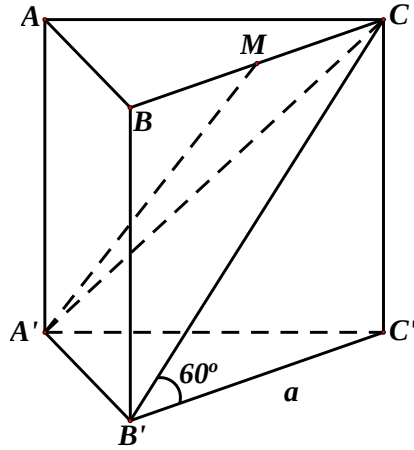
I. LƯU Ý CHUNG:

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Với **Câu 5** nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

II. ĐÁP ÁN:

Câu	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM										
1		2,0 điểm											
	a	TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ suy ra đường $y = 2$ là tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ suy ra đường $x = 1$ là tiệm cận đứng.	0,25										
		Ta có : $y' = -\frac{2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$	0,25										
		Bảng biến thiên:	0,25										
		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="3">$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	$-$			y	2	$+\infty$
x	$-\infty$	1	$+\infty$										
y'	$-$												
y	2	$+\infty$	2										
		Đồ thị: Đồ thị hàm số nhận $I(1;2)$ làm tâm đối xứng.	0,25										
	b	Vì A,B thuộc đồ thị hàm số nên $A\left(a;\frac{2a}{a-1}\right), B\left(b;\frac{2b}{b-1}\right), (a \neq b), a \neq 1, b \neq 1$	0,25										
		Tiếp tuyến tại A,B có hệ số góc lần lượt là: $f'(a) = -\frac{2}{(a-1)^2}, f'(b) = -\frac{2}{(b-1)^2}$											
		Ta có $f'(a) = f'(b) \Leftrightarrow -\frac{2}{(a-1)^2} = -\frac{2}{(b-1)^2} \Leftrightarrow (a-1)^2 = (b-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \text{ (l)} \\ a + b = 2 \end{cases}$	0,25										
		Lại có: $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB} \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow ab + \frac{4ab}{(a-1)(b-1)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} ab = 0 \text{ (l)} \\ \frac{4}{(a-1)(b-1)} = -1 \end{cases}$ (vì nếu $ab = 0$ thì A trùng O hoặc B trùng O)	0,25										

		$\frac{4}{(a-1)(b-1)} = -1 \text{ kết hợp } a+b=2 \text{ suy ra: } \begin{cases} a=-1, b=3 \\ a=3, b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-1;1), B(3;3) \\ A(3;3), B(-1;1) \end{cases}$ Vậy: $\begin{cases} A(-1;1), B(3;3) \\ A(3;3), B(-1;1) \end{cases}$	0,25									
2		1,0 điểm										
		Phương trình đã cho tương đương với: $4\sin 3x + \sin 5x - (\sin 3x - \sin x) = 0$	0,25									
		$\Leftrightarrow 3\sin 3x + \sin 5x + \sin x = 0 \Leftrightarrow 3\sin 3x + 2\sin 3x \cdot \cos 2x = 0$	0,25									
		$\Leftrightarrow \sin 3x(3 + 2\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0$	0,25									
		$\Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$.	0,25									
3		1,0 điểm										
		$\begin{cases} (x-3)(x+4) = y(y-7) & (1) \\ \frac{y^2}{\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{2-y}} & (2) \end{cases} \quad \text{Đk: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ 2-y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ y < 2 \end{cases}$ Từ (1) ta có $(x-1)^2 + 3(x-1) = (2-y)^2 + 3(2-y)$ (3)	0,25									
		Xét hàm $f(t) = t^2 + 3t, t > 0$. Ta có $f'(t) = 2t + 3 > 0, \forall t > 0$ $\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$	0,25									
		Mà (3) $\Leftrightarrow f(x-1) = f(2-y) \Leftrightarrow x-1 = 2-y \Leftrightarrow x = 3-y$										
		Thế vào (2) ta được $\frac{y^2}{\sqrt{2-y}} = \frac{2-y}{\sqrt{2-y}}$	0,25									
		$\Leftrightarrow y^2 + y - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \Rightarrow x=2 \\ y=-2 \Rightarrow x=5 \end{cases}$	0,25									
		Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(2; 1)$ và $(5; -2)$										
4		1,0 điểm										
		Ta có: $\sqrt{2x^2 - 2mx + 3} + 2 = x \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 2mx + 3} = x - 2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^2 - 1 = (2m-4)x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 1}{x} = 2m - 4 \end{cases}$	0,25									
		Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ với $x \geq 2$. Ta có $f'(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2} > 0, \forall x \geq 2$.	0,25									
		Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td colspan="2">+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$\frac{3}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	2	$+\infty$	$f'(x)$	+		$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	0,25
x	2	$+\infty$										
$f'(x)$	+											
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$										
		Từ bảng biến thiên ta có với $\frac{3}{2} \leq 2m - 4 \Leftrightarrow m \geq \frac{11}{4}$ thì phương trình đã cho có nghiệm.	0,25									
5		1,0 điểm										



Ta có: $CC' = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

0,25

$\Rightarrow V_{C.A'B'B} = V_{C.ABA'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot CC' = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$

0,25

Ta có: $A'B = A'C = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

Gọi M là trung điểm BC suy ra $A'M \perp BC \Rightarrow A'M = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

0,25

$\Rightarrow S_{\triangle A'BC} = \frac{1}{2} A'M \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a = \frac{a^2 \sqrt{15}}{4}$

Lại có: $V_{C.A'B'B} = V_{B'.A'BC} = \frac{1}{3} S_{\triangle A'BC} \cdot d(B', (A'BC))$

$\Rightarrow d(B', (A'BC)) = \frac{3V_{C.A'B'B}}{S_{\triangle A'BC}} = \frac{3a^3}{4 \cdot \frac{a^2 \sqrt{15}}{4}} = \frac{3a}{\sqrt{15}}$. Vậy $d(B', (A'BC)) = \frac{3a}{\sqrt{15}}$.

0,25

6

1,0 điểm

Do $x, y \in (0;1]$ và $x+y \geq 1+z \Rightarrow x \geq z, y \geq z$

0,25

Ta có $xy + z^2 \leq 2xy \leq \frac{(x+y)^2}{2} \leq x+y$ do $x+y \leq 2$

0,25

$P \geq \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}$

$\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = \frac{1}{2} [(x+y) + (y+z) + (z+x)] \left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} \right) - 3$

0,25

$\geq \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2} \Rightarrow P \geq \frac{3}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = 1$

0,25

Vậy $P_{\min} = \frac{3}{2}$ khi $x = y = z = 1$.

7.a

1,0 điểm

Gọi $C(c; c+4) \in d_1$, M là trung điểm AB , I là giao điểm của AC và $d_2: 3x - 4y - 23 = 0$. Ta có $\triangle AIM$ đồng dạng $\triangle CID$

$\Rightarrow CI = 2AI \Rightarrow \overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow I \left(\frac{c+10}{3}; \frac{c-10}{3} \right)$

0,25

		Mà $I \in d_2$ nên ta có: $3\frac{c+10}{3} - 4\frac{c-10}{3} - 23 = 0 \Leftrightarrow c = 1 \Rightarrow C(1;5)$.	0,25
		Ta có: $M \in d_2 \Rightarrow M\left(t; \frac{3t-23}{4}\right) \Rightarrow B\left(2t-5; \frac{3t-9}{2}\right)$ $\overrightarrow{AB} = \left(2t-10; \frac{3t+5}{2}\right), \overrightarrow{CB} = \left(2t-6; \frac{3t-19}{2}\right)$	0,25
		Do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow 4(t-5)(t-3) + \frac{1}{4}(3t+5)(3t-19) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=\frac{29}{5} \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} B(-3; -3) (I) \\ B\left(\frac{33}{5}; \frac{21}{5}\right) \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{33}{5}; \frac{21}{5}\right)$	0,25
8.a		1,0 điểm	
		Đk: $x \geq -4$. $4^{2x} - 15 \cdot 2^{2(x+\sqrt{x+4})} - 16^{1+\sqrt{x+4}} = 0$. Phương trình đã cho tương đương $4^{2x-2\sqrt{x+4}} - 15 \cdot 4^{x-\sqrt{x+4}} - 16 = 0$	0,25
		Đặt $t = 4^{x-\sqrt{x+4}} (t > 0)$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 15t - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 (I) \\ t = 16 \end{cases}$	0,25
		Với $t = 16 \Rightarrow 4^{x-\sqrt{x+4}} = 16 \Leftrightarrow x - \sqrt{x+4} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x+4} = x - 2$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 5$.	0,25
9.a		1,0 điểm	
		Số cách chọn ra 2 viên bi tùy ý $ \Omega = C_9^2 = 36$	0,25
		Số cách chọn ra 2 viên bi gồm 1 bi xanh và 1 bi đỏ $C_4^1 \cdot C_3^1 = 12$	0,25
		Số cách chọn ra 2 viên bi gồm 1 bi xanh và 1 bi vàng $C_4^1 \cdot C_2^1 = 8$	0,25
		Số cách chọn ra 2 viên bi gồm 1 bi vàng và 1 bi đỏ $C_2^1 \cdot C_3^1 = 6$	0,25
		Suy ra số cách chọn ra 2 bi khác màu 26 Vậy, xác suất chọn được hai viên khác màu $P = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$	0,25
7.b		1,0 điểm	
		$A \in d \Rightarrow A(t; 2-3t)$ Ta có: $d(C, DM) = \frac{1}{2} d(A, DM) \Rightarrow 4t-4 = 8 \Leftrightarrow t-1 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=-1 \end{cases}$	0,25
		Với $t=3 \Rightarrow A(3; -7)$ (loại vì A, C phải khác phía đối DM) Với $t=-1 \Rightarrow A(-1; 5)$ (thỏa mãn)	0,25
		Giả sử $D(m; m-2)$. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{CD} \\ AD = CD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m+1)(m-3) + (m-7)(m+1) = 0 \\ (m+1)^2 + (m-7)^2 = (m-3)^2 + (m+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow m=5 \Rightarrow D(5; 3)$	0,25
		Gọi I là tâm của hình vuông $\Rightarrow I$ là trung điểm của AC $\Rightarrow I(1; 1)$ Do I là trung điểm của BD $\Rightarrow B(-3; -1)$. Vậy, $A(-1; 5), B(-3; -1), D(5; 3)$	0,25

8.b		1,0 điểm	
		Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{(2x-1)\sqrt{x+3}-\sqrt{x+3}}{x-1} + \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} \right]$	0,5
		$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(2\sqrt{x+3} + \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} \right) = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$	0,5
9.b		1,0 điểm	
		Số phần tử của tập E là : $A_5^3 = 60$.	0,25
		Số các số thuộc tập E và không có chữ số 5 là: $A_4^3 = 24$. Số các số thuộc tập E có chữ số 5 là: $60 - 24 = 36$.	0,25
		Số cách cách chọn ra hai số khác nhau thuộc tập E là $ \Omega = C_{60}^2$ Số cách cách chọn ra hai số khác nhau thuộc tập E trong đó có đúng một số có chữ số 5 là $C_{36}^1 \cdot C_{24}^1$	0,25
		Vậy, xác suất cần tìm là $P = \frac{C_{36}^1 \cdot C_{24}^1}{C_{60}^2} = \frac{144}{295}$.	0,25

-----Hết-----