

Câu I: (3 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ (C)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đã cho.
2. Tìm m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{5}$.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $2 \cos 5x \cdot \cos 3x + \sin x = \cos 8x$, ($x \in \mathbb{R}$)
2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 2\sqrt{y} \\ \sqrt{x} + \sqrt{5y} = 3 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu III: (1 điểm) Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, từ A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, trong đó nhất thiết phải có chữ số 0 và 3.

Câu IV: (1 điểm) Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ với $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều cạnh đáy $AB = a$, cạnh bên $AA' = b$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng $(A'BC)$. Tính $\tan \alpha$ và thể tích chóp $A'.BCC'B'$.

Câu V: (1 điểm) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm thực:

$$m(x+4)\sqrt{x^2+2} = 5x^2 + 8x + 24$$

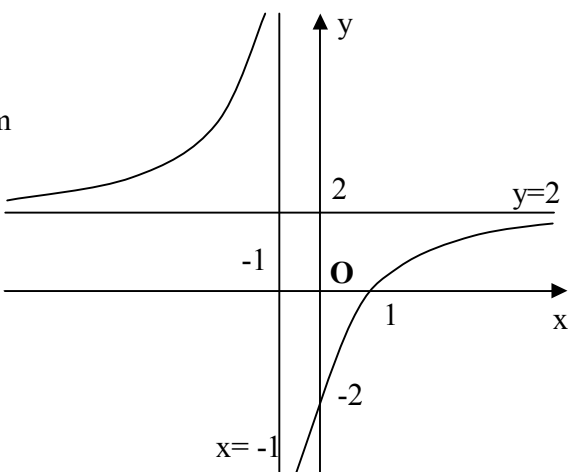
Câu VI. (2 điểm)

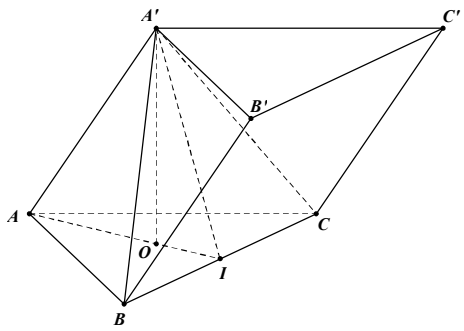
1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2my + m^2 - 24 = 0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: mx + 4y = 0$. Tìm m biết đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn diện tích tam giác IAB bằng 12.
2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AB: x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh $AC: x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác $G(3; 2)$. Viết phương trình cạnh BC.

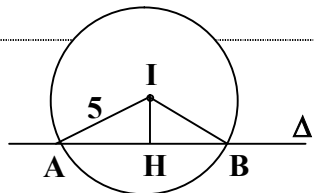
----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM													
I-1 (1,5 điểm)	Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ Sự biến thiên: -Chiều biến thiên: $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. - Cực trị: Hàm số không có cực trị.	0,5													
	- Giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-2}{x+1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{x+1} = 2$. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$. Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng.	0,25													
	-Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'		+	+	y	2	$+\infty$	$-\infty$	2	0,25
	x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
	y'		+	+											
y	2	$+\infty$	$-\infty$	2											
Đồ thị: -Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm (1;0) -Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm (0;-2) - Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là giao điểm hai tiệm cận I(-1; 2).		0,5													
I-2 (1,5 điểm)	Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 + mx + m + 2 = 0, (x \neq -1)$ (1)	0,25													
	d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT(1) có 2 nghiệm phân biệt khác -1 $\Leftrightarrow m^2 - 8m - 16 > 0$ (2)	0,25													
	Gọi $A(x_1; 2x_1 + m)$, $B(x_2; 2x_2 + m)$. Ta có x_1, x_2 là 2 nghiệm của PT(1). Theo ĐL Viét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{m}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m+2}{2} \end{cases}$.	0,5													
	$AB^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 - x_2)^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 1 \Leftrightarrow m^2 - 8m - 20 = 0$ $\Leftrightarrow m = 10, m = -2$ (Thỏa mãn (2)) KL: $m = 10, m = -2$.	0,5													

II-1 (1 điểm)	PT $\Leftrightarrow \cos 2x + \cos 8x + \sin x = \cos 8x$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x = 1 \vee \sin x = -\frac{1}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	0,25
II-2 (1 điểm)	ĐK: $x + y \geq 0, x - y \geq 0, y \geq 0$	0,25
	PT(1) $\Leftrightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - y^2} = 4y \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - y^2} = 2y - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - x \geq 0 & (3) \\ 5y^2 = 4xy & (4) \end{cases}$	0,25
	Từ PT(4) $\Leftrightarrow y = 0 \vee 5y = 4x$ Với $y = 0$ thế vào PT(2) ta có $x = 9$ (Không thỏa mãn đk (3))	0,25
	Với $5y = 4x$ thế vào PT(2) ta có $\sqrt{x} + 2\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 1$ KL: HPT có 1 nghiệm $(x; y) = \left(1; \frac{4}{5}\right)$	0,25
III (1 điểm)	Lập số(1,00 điểm) -Gọi số cần tìm là $\overline{abcde} \ (a \neq 0)$	0,25
	-Tìm số các số có 5 chữ số khác nhau mà có mặt 0 và 3 không xét đến vị trí a. Xếp 0 và 3 vào 5 vị trí có: A_5^2 cách 3 vị trí còn lại có A_4^3 cách Suy ra có $A_5^2 A_4^3$ số	0,25
	-Tìm số các số có 5 chữ số khác nhau mà có mặt 0 và 3 với $a = 0$. Xếp 3 có 4 cách 3 vị trí còn lại có A_4^3 cách Suy ra có $4.A_4^3$ số	0,25
	Vậy số các số cần tìm tmycbt là: $A_5^2 A_4^3 - 4.A_4^3 = 384$	0,25
IV (1 điểm)	Gọi O là tâm đáy suy ra $A'O \perp (ABC)$ và góc $\alpha = \widehat{AIA'}$ *) Tính $\tan \alpha$ $\tan \alpha = \frac{A'O}{OI} \text{ với } OI = \frac{1}{3} AI = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ $A'O^2 = A'A^2 - AO^2 = b^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{3b^2 - a^2}{3}$ $\Rightarrow \tan \alpha = \frac{2\sqrt{3b^2 - a^2}}{a}$ *) Tính $V_{A'.BCC'B'}$	 0,5

	$V_{A'.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A'.ABC} = A'O.S_{ABC} - \frac{1}{3}A'O.S_{ABC}$ $= \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3b^2 - a^2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3b^2 - a^2}}{6} \text{ (dvtt)}$												
V (1 điểm)	Pt đã cho được viết lại về dạng: $m(x+4)\sqrt{x^2+2} = (x+4)^2 + 4(x^2+2)$ (1) Do $x = -4$ không phải là nghiệm (1) dù m lấy bất cứ giá trị nào nên: $\text{pt (1)} \Leftrightarrow m = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2}} + \frac{4\sqrt{x^2+2}}{x+4} \quad (2)$	0,25											
	Đặt $t = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2}}$, pt (2) trở thành: $m = t + \frac{4}{t}$ Xét hàm $f(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2}}$. TXĐ: $\mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{2-4x}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table> $t = f(x)$ -1 $\nearrow$ 3 $\searrow$ 1	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	f'(x)	+	0	-	0,25			
	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$									
	f'(x)	+	0	-									
	Từ bảng biến thiên ta suy ra điều kiện của t là: $-1 < t \leq 3$												
Lại xét hàm $g(t) = t + \frac{4}{t}$ với $-1 < t \leq 3$; $g'(t) = \frac{t^2-4}{t^2}$; $g'(t) = 0 \Rightarrow t = 2$ $g(-1) = -5$; $g(1) = 5$; $g(2) = 4$; $g(3) = \frac{13}{3}$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>g'(x)</td><td>-</td><td>$$</td><td>-</td><td>0</td><td></td></tr></table> $m = g(x)$ -5 $\searrow$ $-\infty$ $\nearrow$ 5 $\nearrow$ 4 $\nearrow$ $\frac{13}{3}$	x	-1	0	1	2	3	g'(x)	-	$ $	-	0		0,25
x	-1	0	1	2	3								
g'(x)	-	$ $	-	0									
Từ (3) và bảng biến thiên ta suy ra điều kiện của m thỏa yêu cầu bài toán là: $m \in (-\infty; -5) \cup (4; +\infty)$	0,25												
VI. -1 (1 điểm)	Đường tròn (C) có tâm I(1; m), bán kính R = 5. Gọi H là trung điểm của dây cung AB. Ta có IH là đường cao của tam giác IAB. $IH = d(I, \Delta) = \frac{ m+4m }{\sqrt{m^2+16}} = \frac{ 5m }{\sqrt{m^2+16}}$	0,25											
		0,25											
	$AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{25 - \frac{(5m)^2}{m^2+16}} = \frac{20}{\sqrt{m^2+16}}$	0,25											

	Diện tích tam giác IAB là $S_{\Delta IAB} = 12 \Leftrightarrow 2S_{\Delta IAH} = 12$ $\Leftrightarrow d(I, \Delta).AH = 12 \Leftrightarrow 25 m = 3(m^2 + 16) \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 3 \\ m = \pm \frac{16}{3} \end{cases}$	0,25
VI. -2 (1 điểm)	Tọa độ điểm A là nghiệm của HPT: $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A(3; 1)$	0,25
	Gọi B(b; b- 2) $\in$ AB, C(5- 2c; c) $\in$ AC	0,25
	Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\begin{cases} 3 + b + 5 - 2c = 9 \\ 1 + b - 2 + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 2 \end{cases}$. Hay B(5; 3), C(1; 2)	0,25
	Một vector chỉ phương của cạnh BC là $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (-4; -1)$. Phương trình cạnh BC là: $x - 4y + 7 = 0$	0,25