

ĐỀ CHÍNH THỨC

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ (C)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
b) Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) bằng 4.

Câu 2. (1,0 điểm). Giải phương trình $\sin 2x + \cos x - \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$.

Câu 3. (1,0 điểm). Giải phương trình $\begin{cases} y^3(3x^2 + 2x - 1) + 4y = 8 \\ y^2x^3 + 4y^2x - 6y + 5y^2 = 4 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 4. (1,0 điểm) Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \left(\sin x + \frac{\cos 2x}{\sqrt{1+3\cos x}} \right) dx$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a, mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy, tam giác SAB cân tại S và SC tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA theo a.

Câu 6. (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$p = \frac{4a^3 + 3b^3 + 2c^3 - 3b^2c}{(a+b+c)^3}$$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được chọn một trong hai phần (phần A hoặc phần B)
A. Theo chương trình chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng d: $x-3y-1=0$,

$d': 3x-y+5=0$. Gọi I là giao điểm của d và d' . Viết phương trình đường tròn tâm I sao cho đường tròn đó cắt d tại A, B và cắt d' tại A', B' thỏa mãn diện tích tứ giác AA'BB' bằng 40.

Câu 8.a (1,0 điểm). Giải phương trình: $2\log_{9x} 9 - \log_{\sqrt{x}} 27 + 2 = 0$

Câu 9.a (1,0 điểm). Tính tổng $T = C_{2014}^2 + C_{2014}^4 + C_{2014}^6 + C_{2014}^8 + \dots + C_{2014}^{1006}$

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, biết B(1;4), trọng tâm G(5;4) và $AC = 2AB$. Tìm tọa độ điểm A, C.

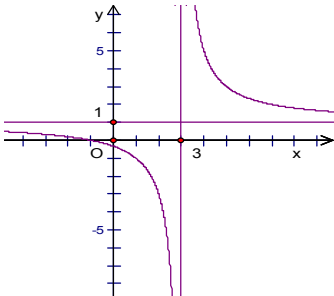
Câu 8.b (1,0 điểm) Giải bất phương trình $(\sqrt{5}+2)^{\sqrt{x^2-4x+3}} - (\sqrt{5}-2)^{x-1-|x-2|} \geq 0$.

Câu 9.b (1,0 điểm) Một ngân hàng đề thi gồm 20 câu hỏi. Mỗi đề thi gồm 4 câu được lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi. Thí sinh A đã học thuộc 10 câu trong ngân hàng đề thi. Tìm xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc.

...Hết...

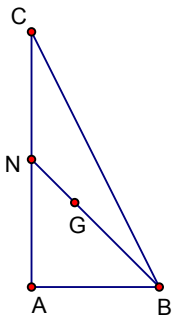
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM ĐỀ THI THỬ ĐH LẦN I TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ NĂM 2014

Môn: TOÁN - Khối A, A1, B và D (gồm 4 trang)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM													
1 (2,0 điểm)	a) (1 điểm) Khảo sát và vẽ														
	- Tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\{3\}$ - Sự biến thiên: $y'=-\frac{4}{(x-3)^2}<0, \forall x\in D$. - Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.	0.25													
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x\rightarrow-\infty}y=\lim_{x\rightarrow+\infty}y=1$; tiệm cận ngang: $y=1$. $\lim_{x\rightarrow(3)^-}y=-\infty$; $\lim_{x\rightarrow(3)^+}y=+\infty$; tiệm cận đứng: $x=3$.	0.25													
	-Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>1</td></tr></table>	x	$-\infty$	3	$+\infty$	y'	-		-	y	1	$-\infty$	$+\infty$	1	0.25
	x	$-\infty$	3	$+\infty$											
	y'	-		-											
y	1	$-\infty$	$+\infty$	1											
Đồ thị: 	0.25														
b)(1 điểm) Gọi $M\left(x_0;\frac{x_0+1}{x_0-3}\right), (x_0\neq3)$ là điểm cần tìm, ta có:															
Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng: $x=3$ là $d_1= x_0-3$. Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang: $y=1$ là $d_2=\frac{4}{ x_0-3 }$.	0.25														
Theo giả thiết ta có $d_1+d_2=4\Leftrightarrow x_0-3 +\frac{4}{ x_0-3 }=4\Leftrightarrow (x_0-3 -2)^2=0\Leftrightarrow x_0-3 =2\Leftrightarrow \begin{cases} x_0=1 \\ x_0=5 \end{cases}$	0.5														
Với $x_0=1$; ta có $M(1;-1)$. Với $x_0=5$; ta có $M(5;3)$ Vậy điểm M cần tìm là $M(1;-1)$ và $M(5;3)$.	0.25														
2 (1,0 điểm)	Pt đã cho tương đương: $\sin2x+\cos x-(\sin x-\cos x)-1=0\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x+1)-\sin x-1=0$	0.25													
	$\Leftrightarrow (\sin x+1)(2\cos x-1)=0\Leftrightarrow \sin x=-1$ hoặc $\cos x=\frac{1}{2}$	0.25													
	$\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$.	0.25													
	$\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi$.	0.25													
	Vậy, nghiệm của phương trình đã cho là: $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$).														

3 (1,0 điểm)	Hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases} (3x^2 + 2x - 1) = \frac{8}{y^3} - \frac{4}{y^2} & (1) \\ x^3 + 4x + 5 = \frac{6}{y} + \frac{4}{y^2} & (2) \end{cases}$ (do $y = 0$ không thỏa mãn hệ đã cho)	0.25
	Cộng pt(1) và pt(2) theo vế ta được $(x+1)^3 + 3(x+1) = \left(\frac{2}{y}\right)^3 + 3 \cdot \frac{2}{y}$ (*)	0.25
	Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t, t \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t$. Suy ra $f(t)$ đồng biến. Do đó (*) $\Leftrightarrow x+1 = \frac{2}{y}$ (3).	0.25
	Thay vào (2), ta được $x^3 + 4x + 5 = 3(x+1) + (x+1)^2 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -1$ Thay vào (3), ta được nghiệm của hệ là $(x; y) = (1; 1)$.	0.25
4 (1,0 điểm)	Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \left(\sin x + \frac{\cos 2x}{\sqrt{1+3\cos x}} \right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x \cdot \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx$	0.25
	• $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$.	0.25
	• Đặt $t = \sqrt{1+3\cos x} \Rightarrow \cos x = \frac{t^2-1}{3}; \sin x dx = -\frac{2}{3} t dt; x=0 \Rightarrow t=2, x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=1$ Ta có $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2\left(\frac{t^2-1}{3}\right)^2 - 1 = \frac{2t^4 - 4t^2 - 7}{9}$	0.25
	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x \cdot \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx = \frac{2}{27} \int_1^2 (2t^4 - 4t^2 - 7) dt = \frac{2}{27} \left(\frac{2}{5} t^5 - \frac{4}{3} t^3 - 7t \right) \Big _1^2 = -\frac{118}{405}$. Vậy $I = \frac{\pi}{4} - \frac{118}{405}$.	0.25
5 (1,0 điểm)	Gọi H là trung điểm AB. Do SAB cân tại S, suy ra $SH \perp AB$, mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$ và $\angle SCH = 60^\circ$. Ta có $SH = CH \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{CB^2 + BH^2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{15}$. $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{15} \cdot 4a^2 = \frac{4\sqrt{15}}{3} a^3$. Qua A vẽ đường thẳng Δ song song với BD. Gọi E là hình chiếu vuông góc của H lên Δ và K là hình chiếu của H lên SE, khi đó $\Delta \perp (SHE) \Rightarrow \Delta \perp HK$ suy ra $HK \perp (S, \Delta)$. Mặt khác, do $BD \parallel (S, \Delta)$ nên ta có $d(BD, SA) = d(BD, (S, \Delta)) = d(B, (S, \Delta)) = 2d(H, (S, \Delta)) = 2HK$	0.25
	Ta có $\angle EAH = \angle DBA = 45^\circ$ nên tam giác EAH vuông cân tại E, suy ra $HE = \frac{AH}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow HK = \frac{HE \cdot HS}{\sqrt{HE^2 + HS^2}} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a\sqrt{15}}{\sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + (a\sqrt{15})^2}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{31}} a$. Vậy $d(BD, SA) = 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{31}} a$.	0.25
6 (1,0 điểm)	Cho các số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: Áp dụng bất đẳng thức cô si, ta có $3b^2c \leq 2b^3 + c^3$ (*). Dấu “=” xảy ra khi $b = c$.	0.25
	Ta sẽ chứng minh: $b^3 + c^3 \geq \frac{(b+c)^3}{4}$ (**), với $\forall b, c > 0$. Thật vậy,	0.25

	$(**) \Leftrightarrow 4(b^3 + c^3) \geq b^3 + c^3 + 3b^2c + 3bc^2 \Leftrightarrow b^3 + c^3 - b^2c - bc^2 \geq 0 \Leftrightarrow (b+c)(b-c)^2 \geq 0, \text{ luôn đúng } \forall b, c > 0. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } b = c.$	
	Áp dụng (*) và (**) ta được $P \geq \frac{4a^3 + \frac{(b+c)^3}{4}}{(a+b+c)^3} = 4t^3 + \frac{1}{4}(1-t)^3$, với $t = \frac{a}{a+b+c}$, $t \in (0;1)$.	0.25
	Xét $f(t) = 4t^3 + \frac{1}{4}(1-t)^3$ với $t \in (0;1)$. $f'(t) = 12t^2 - \frac{3}{4}(1-t)^2, \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{5}$ Suy ra, $f(t) \geq \frac{4}{25}$. Dấu "=" xảy ra khi $t = \frac{1}{5}$. $\Rightarrow P \geq \frac{4}{25}$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} b = c \\ \frac{a}{a+b+c} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow 2a = b = c.$ Vậy, giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{4}{25}$ khi $2a = b = c$.	0.25
7.a (1,0 điểm)	Đường thẳng d có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-3)$. Đường thẳng d' có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}'(3;-1)$. $\cos(d, d') = \frac{ \vec{n} \cdot \vec{n}' }{ \vec{n} \vec{n}' } = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin(d, d') = \frac{4}{5}.$ Gọi R là bán kính đường tròn cần tìm, ta có $R = IA = IB = IA' = IB'$	0.5
	suy ra $S_{AB'BA'} = 4S_{IAA'} = 2R^2 \sin(d, d') \Leftrightarrow R^2 = \frac{S_{AB'BA'}}{2 \cdot \sin(d, d')} = \frac{40}{2 \cdot \frac{4}{5}} = 25.$	0.25
	Mặt khác, I là giao của d và d' nên tọa độ của I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - 3y - 1 = 0 \\ 3x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-2;-1).$ Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 25.$	0.25
8.a (1,0 điểm)	Điều kiện: $x > 0, x \neq 1, x \neq \frac{1}{9}.$ Phương trình đã cho tương đương với $\frac{2}{\log_9 9x} - \frac{1}{\log_{27} \sqrt{x}} + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{\frac{1}{2}(\log_3 x + 2)} - \frac{1}{\frac{1}{6}\log_3 x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{\log_3 x + 2} + \frac{3}{\log_3 x} + 1 = 0$	0,25
	Đặt $t = \log_3 x$, ta được $\frac{2}{t+2} - \frac{3}{t} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \neq -2 \\ t \neq 0 \\ t^2 + t - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \end{cases}$	0,25
	* $t = 2 \Rightarrow \log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 9.$	0,25
	* $t = -3 \Rightarrow \log_3 x = -3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{27}.$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = 9$ và $x = \frac{1}{27}.$	0,25
9a (1,0 điểm)	Ta có $T + 1 = C_{2014}^0 + C_{2014}^2 + C_{2014}^4 + C_{2014}^6 + C_{2014}^8 + \dots + C_{2014}^{1006}$ Áp dụng tính chất: $C_n^{n-k} = C_n^k \quad \forall 0 \leq k \leq n$, Ta được $\Leftrightarrow 2(T + 1) = C_{2014}^0 + C_{2014}^2 + C_{2014}^4 + C_{2014}^6 + C_{2014}^8 + \dots + C_{2014}^{2014}$	0.25
	Mặt khác, ta có $2^{2014} = C_{2014}^0 + C_{2014}^1 + C_{2014}^2 + C_{2014}^3 + C_{2014}^4 + \dots + C_{2014}^{2014} \quad (1)$	0.25
	$0^{2014} = C_{2014}^0 - C_{2014}^1 + C_{2014}^2 - C_{2014}^3 + C_{2014}^4 - \dots + (-1)^{2014} C_{2014}^{2014} \quad (2)$	0.25

	Từ (1) và (2) , Suy ra $2^{2014} + 0^{2014} = 2(C_{2014}^0 + C_{2014}^2 + C_{2014}^4 + \dots + C_{2014}^{2014}) \Leftrightarrow 2^{2014} = 4(T+1) \Leftrightarrow T = 2^{2012} - 1.$	0.25
7.b (1,0 điểm)	 Gọi N là trung điểm AC, suy ra. $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} \Leftrightarrow N(7;8)$	0.25
	Gọi A(x;y), ta có $\begin{cases} BA = NA \\ \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{NA} = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+4)^2 = (x-7)^2 + (y-8)^2 \\ (x-1)(x-7) + (y+4)(y-8) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 - 2y \\ y^2 - 4y - 5 = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 10 \\ y = -1 \end{cases}, \text{ suy ra } A(-2;5) \text{ hoặc } A(10;-1).$	
	Do $N(7;8)$ là trung điểm AC, nên *Với $A(-2;5) \Rightarrow C(16;11)$. *Với $A(10;-1) \Rightarrow C(4;17)$. Vậy $A(-2;5)$ và $C(16;11)$ hoặc $A(10;-1)$ và $C(4;17)$.	0.25
8.b (1,0 điểm)	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$	0,25
	Bất pt đã cho tương đương: $(\sqrt{5}+2)^{\sqrt{x^2-4x+3}} \geq (\sqrt{5}-2)^{x-1- x-2 } \Leftrightarrow (\sqrt{5}+2)^{\sqrt{x^2-4x+3}} \geq (\sqrt{5}+2)^{1-x+ x-2 }$	
	$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-4x+3} \geq 1-x+ x-2 \quad (*)$.	0,25
	Với $x \geq 3(*) \Leftrightarrow \sqrt{x^2-4x+3} \geq -1$ luôn đúng với $\forall x \geq 3$.	0,25
	Với $x \leq 1(*) \Leftrightarrow \sqrt{x^2-4x+3} \geq 3-2x \Leftrightarrow x^2-4x+3 \geq (3-2x)^2 \Leftrightarrow 3x^2-8x+6 \leq 0$ (vô nghiệm). Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[3;+\infty)$.	0,25
9.b (1,0 điểm)	Lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi 4 câu hỏi để lập một đề thi có $C_{20}^4 = 4845$ đề thi.	0.25
	Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 2 câu đã thuộc, có $C_{10}^2 \cdot C_{10}^2 = 2025$ trường hợp.	
	Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 3 câu đã thuộc, có $C_{10}^3 \cdot C_{10}^1 = 1200$ trường hợp.	0.25
	Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 4 câu đã thuộc, có $C_{10}^4 = 210$ trường hợp.	
	Do đó, thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc, có $2025 + 1200 + 210 = 3435$.	0.25
	Vậy xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc là $\frac{3435}{4845} = \frac{229}{323}$.	0.25

---Hết---