

Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I (2,0 điểm.) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m^2 - 2m)x^2 - 2mx - m$ (1) với m là tham số thực.

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = -1$.
- 2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có các điểm cực đại, cực tiểu cách đều trục tung.

Câu II (2,0 điểm).

- 1) Giải phương trình: $2\sin^2 x + \sin 2x - 3 \sin x + \cos x - 2 = 0$
- 2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^4 + y^2 + 2x^2 - 2y = 6 \\ x^2 y - x^2 + y = -3 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu III (1,0 điểm).

Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x^3 e^x + 2x(e^x + 1)}{x^2 + 2} dx$

Câu IV (1,0 điểm).

Cho hình chóp S.ABC, đáy là tam giác ABC vuông cân tại A; SA = a; BC = 2a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của SA. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC).

Câu V (1,0 điểm).

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn: $3 + \frac{3}{xy} = \frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{x} + \frac{2}{x^2 y^2}$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = x^2 y^2 + \frac{16}{x^2 + y^2 + 2}$

Câu VI (2,0 điểm).

- 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có diện tích bằng 2. Phương trình của đường thẳng AB: $x - y = 0$. Điểm M(2; 1) là trung điểm của cạnh BC. Tìm tọa độ trung điểm N của cạnh AC.
- 2) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho A(1; 0; -2), B(1; -2; 2), C(2; 1; 0), mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y + 2z - 3 = 0$. Chứng minh: AC vuông góc với BC và viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng (P) và qua ba điểm A, B, C.

Câu VII (1,0 điểm).

Trên giá sách có ba loại sách Toán học, Vật lý, Hoá học, trong đó có 8 quyển sách Toán học, 7 quyển sách Vật lý và 5 quyển sách Hoá học (các quyển sách khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 quyển sách trong các quyển sách trên sao cho mỗi loại có ít nhất một quyển sách.

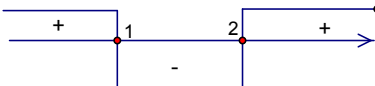
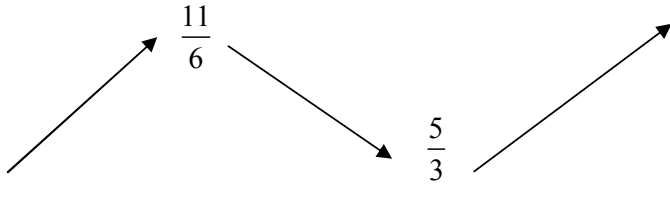
----- **Hết** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

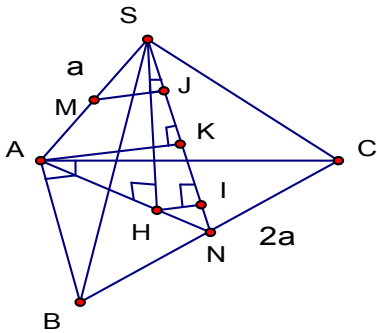
Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Chữ kí giám thị:

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																	
I (2,0 đ)	1. (1,0 điểm). Khi $m = -1$ thì $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1$																		
	* Tập xác định: $\mathbb{R}$ * Sự biến thiên: $y' = x^2 - 3x + 2$; $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																	
	Dấu của y' 																		
	Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, $y_{CD} = y_{(1)} = \frac{11}{6}$	0,25																	
	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = y_{(2)} = \frac{5}{3}$																		
	<u>Bảng biến thiên:</u> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$y'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$y(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 	x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	$y'(x)$	+	0	-	0	+	$y(x)$						0,25
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$															
$y'(x)$	+	0	-	0	+														
$y(x)$																			
	<u>Đồ thị:</u> $x = 0 \Rightarrow y = 1$. Đồ thị đi qua $(0; 1)$. $x = 3 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$. Đồ thị đi qua $(3; \frac{5}{2})$.	0,25																	
	2. (1,0 điểm). $y' = x^2 - (m^2 - 2m)x - 2m$.	0,25																	
	Giả sử hàm số có CĐ, CT cách đều Oy. Khi đó $\frac{x_{CD} + x_{CT}}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{m^2 - 2m}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$	0,5																	

	Thử lại $m = 0$ (loại); $m = 2$ (thoả mãn). (Hoặc cho $ x_{CB} = x_{CT} $ và $\Delta_y > 0$)	0,25
II (2,0 đ)	1. (1,0 điểm) . Giải phương trình: $2\sin^2 x + \sin 2x - 3 \sin x + \cos x - 2 = 0$ (1)	
	Ta có (1) $\Leftrightarrow (2\sin^2 x - 3\sin x - 2) + (\sin 2x + \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow (2\sin x + 1)(\sin x - 2) + \cos x(2\sin x + 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (2\sin x + 1)(\sin x + \cos x - 2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin x + 1 = 0 \\ \sin x + \cos x - 2 = 0 \end{cases}$	0,25
	$2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	$\sin x + \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ (vô nghiệm) Vậy nghiệm của phương trình là: $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$; $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	2. (1,0 điểm) . Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^4 + y^2 + 2x^2 - 2y = 6 \\ x^2y - x^2 + y = -3 \end{cases}$ (I) $(x, y \in \mathbb{R})$	
	Ta có hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 + 1)^2 + (y - 1)^2 = 8 \\ (x^2 + 1)(y - 1) = -4 \end{cases}$	0,25
	Đặt : $x^2 + 1 = u$; $y - 1 = v$ ($u \geq 1$) Ta có hệ: $\begin{cases} u^2 + v^2 = 8 & (1) \\ uv = -4 & (2) \end{cases}$	0,25
	Từ (2) $\Rightarrow v = \frac{-4}{u}$ thế vào (1) ta được: $u^4 - 8u^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow u^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ u = -2 \end{cases}$ ($u = -2$ loại) $u = 2 \Rightarrow v = -2 \Rightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = -2 \end{cases}$	0,25
	Vậy $\begin{cases} x^2 + 1 = 2 \\ y - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = -1 \end{cases}$. Nghiệm của hệ pt là (1; -1) ; (-1; -1)	0,25

III (1,0 đ)	Tính tích phân : $I = \int_0^1 \frac{x^3 e^x + 2x(e^x + 1)}{x^2 + 2} dx$	
	$= \int_0^1 \frac{xe^x(x^2 + 2) + 2x}{x^2 + 2} dx = \int_0^1 xe^x dx + \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 2} dx$	0,25
	Tính $I_1 = \int_0^1 xe^x dx$. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x du \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$ $I_1 = xe^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = xe^x \Big _0^1 - e^x \Big _0^1 = e - (e - 1) = 1$	0,25
	Tính $I_2 = \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 2} dx = \int_0^1 \frac{d(x^2 + 2)}{x^2 + 2} = \ln x^2 + 2 \Big _0^1 = \ln 3 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2}$	0,25
	Vậy $I = 1 + \ln \frac{3}{2}$	0,25
IV (1,0 đ)	Hình vẽ 	
	Gọi N là trung điểm của BC; H là trọng tâm của ΔABC . Theo bài ta có $AB = AC$ $\Rightarrow 2AB^2 = BC^2 = 4a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{2}; AC = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2$	0,25
	Ta có $AN = \frac{BC}{2} = a \Rightarrow AH = \frac{2a}{3}; HN = \frac{a}{3}$ Trong tam giác vuông SHA có : $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{4a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{5}}{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{5}}{9}$	0,25
	Kẻ $HI \perp SN; AK \perp SN; MJ \perp SN$ Có $HI; AK; MJ$ vuông góc với mp(SBC) $\Rightarrow MJ$ là khoảng cách từ M đến (SBC). Theo định lý Talet ta có: $HI = \frac{1}{3} AK$ mà $AK = 2 MJ \Rightarrow HI = \frac{2}{3} MJ \Rightarrow MJ = \frac{3}{2} HI$	0,25

	Trong tam giác vuông SHN có: $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{HN^2 + SH^2}{SH^2 \cdot HN^2} = \frac{\frac{a^2}{9} + \frac{5a^2}{9}}{\frac{a^2}{9} \cdot \frac{5a^2}{9}} = \frac{54}{5a^2}$ $\Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{30}}{18} \Rightarrow MJ = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{18} = \frac{a\sqrt{30}}{12}$	0,25
V (1,0 đ)	$gt \Leftrightarrow 3xy + 3 = x^4 + y^4 + \frac{2}{xy}$ Ta có: $3xy + 3 = x^4 + y^4 + \frac{2}{xy} \geq 2x^2y^2 + \frac{2}{xy}$	0,25
	Đặt $xy = t$. ($t > 0$) Ta có $3t + 3 \geq 2t^2 + \frac{2}{t} \Leftrightarrow 2t^3 - 3t^2 - 3t + 2 \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (t+1)(2t^2 - 5t + 2) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq t \leq 2$ (vì $t > 0$)	0,25
	Vì $x^2 + y^2 \geq 2xy$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = y$ $\Rightarrow P = x^2y^2 + \frac{16}{x^2 + y^2 + 2} \leq x^2y^2 + \frac{16}{2xy + 2} = t^2 + \frac{8}{t+1}$ Đặt $f(t) = t^2 + \frac{8}{t+1}$, ta có $f'(t) = 2t - \frac{8}{(t+1)^2}$ với $\frac{1}{2} \leq t \leq 2$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ Có $f(1) = 5$; $f(2) = \frac{20}{3}$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{67}{12}$ $\max_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} f(t) = \frac{20}{3} \text{ khi } t=2 \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 2 \\ x = y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \sqrt{2}.$ Vậy GTLN của P bằng $\frac{20}{3}$	0,25
VI (2,0 đ)	1.(1,0 điểm). Hình vẽ	

