TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG **ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN II NĂM HỌC 2013-2014**

-------------------- **MÔN TOÁN – KHỐI A**

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I ***(2,0 điểm)***

Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3mx - 2$ với m là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với $m = 1$.

2. Tìm các giá trị của m để bất phương trình $f(x) \le -\dfrac{1}{x^3}$ đúng với mọi $x \ge 1$.

Câu II ***(2,0 điểm)***

1. Giải phương trình lượng giác $3\cot^2 x + 2\sqrt{2}\sin^2 x = (2 + 3\sqrt{2})\cos x$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 1 + xy + \sqrt{xy} = x \\ \dfrac{1}{x\sqrt{x}} + y\sqrt{y} = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{y} \end{cases}$

Câu III ***(1,0 điểm)*** Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^3} dx$

Câu IV ***(1,0 điểm)*** Cho lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' cạnh đáy bằng a; chiều cao bằng $2a$. Mặt phẳng (P) qua B' và vuông góc A'C chia lăng trụ thành hai khối. Tính tỉ lệ thể tích của hai khối đó và tính khoảng cách từ điểm A đến (P).

Câu V ***(1,0 điểm)*** Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{a^2 + a + 4} + \sqrt{b^2 + b + 4} + \sqrt{c^2 + c + 4}$

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a ***(2,0 điểm)***

1.Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) $x^2 + y^2 - x - 9y + 18 = 0$ và hai điểm $A(4;1); B(3;-1)$. Các điểm C; D thuộc đường tròn (C) sao cho ABCD là hình bình hành. Viết phương trình đường thẳng CD.

2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;0;0)$; $B(x_0; y_0; 0)$ với $x_0; y_0$ là các số thực dương sao cho $OB = 8$ và góc $\widehat{AOB} = 60^0$. Xác định tọa độ điểm C trên trục Oz để thể tích tứ diện OABC bằng 8.

Câu VII.a ***(1,0 điểm)*** Cho số tự nhiên $n \ge 2$, chứng minh đẳng thức

$$\left(\frac{C_n^0}{1}\right)^2 + \left(\frac{C_n^1}{2}\right)^2 + ... + \left(\frac{C_n^n}{n+1}\right)^2 = \frac{C_{2n+2}^{n+1} - 1}{(n+1)^2}$$

B. Theo chương trình Nâng cao

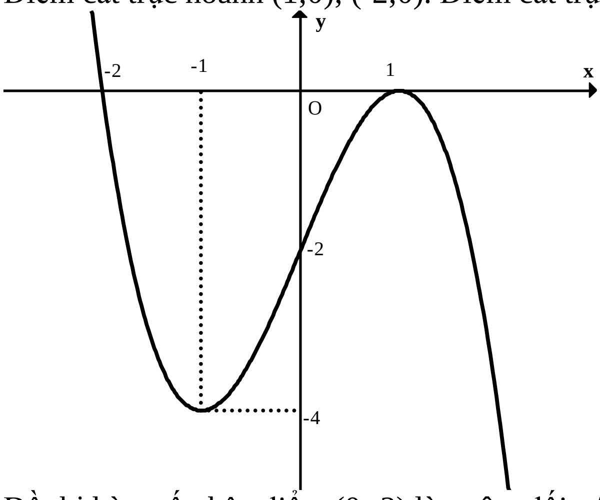
Câu VI.b ***(2,0 điểm)***

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có các đường thẳng AB, AD đi qua $M(2;3)$ và $N(-1;2)$. Viết phương trình các đường thẳng BC và CD biết tâm của hình chữ nhật là điểm $I(\frac{5}{2}; \frac{3}{2})$ và $AC = \sqrt{26}$.

2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho C(0;0;2); K(6;-3;0). Viết phương trình mặt phẳng (P) qua C, K cắt trục Ox, Oy tại hai điểm A, B sao cho thể tích tứ diện OABC bằng 3.

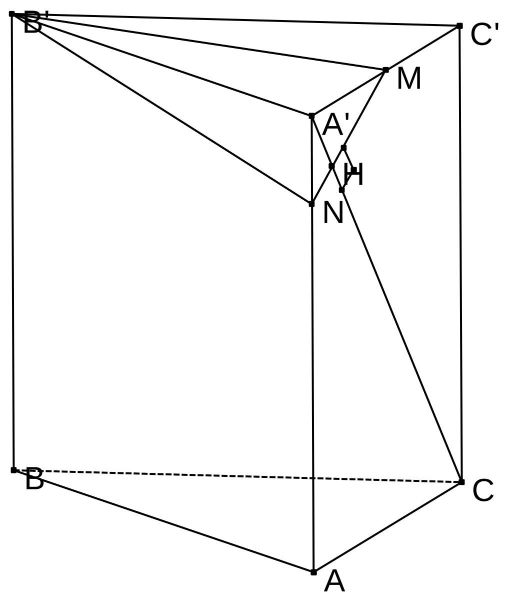
Câu VII.b ***(1,0 điểm)*** Giải phương trình $\log_3(x - 2) = \log_4(x^2 - 4x + 3)$.

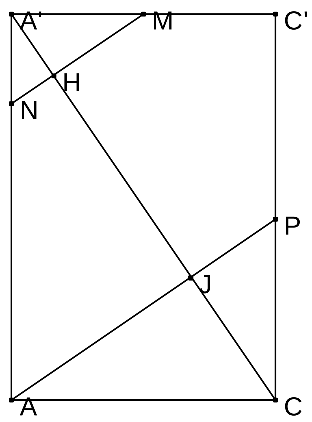
ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

<table>
<tr><th>CÂU</th><th>ĐÁP ÁN</th><th>B.ĐIỂM</th></tr>
<tr><td>I.1</td><td>Hàm số là $y=-x^3+3x-2$
a. TXĐ $D=\mathbb{R}$
b. Giới hạn
$\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty; \lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>c. Chiều biến thiên $y'=-3x^2+3; y'=0 \Leftrightarrow x=\pm1$
Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1);(1;+\infty)$ và đồng biến trên $(-1;1)$
Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1; y_{CT}=-4$, đạt cực đại tại $x=1; y_{CĐ}=0$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>d. Bảng biến thiên
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ -1 1 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>y’</td><td>-   0   +   0   -</td></tr>
<tr><td>y</td><td>$+\infty$ ↘ -4 ↗ 0 ↘ $-\infty$</td></tr>
</table></td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>e. Đồ thị
Điểm cắt trục hoành (1;0); (-2;0). Điểm cắt trục tung (0;-2)


Đồ thị hàm số nhận điểm (0;-2) làm tâm đối xứng.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>I.2</td><td>Biến đổi bất phương trình $f(x)\le\frac{-1}{x^3}(x\ge1)$ ta được $x^6-3mx^4+2x^3\ge1$ hay
$\frac{x^6+2x^3-1}{x^4}\ge3m$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Xét hàm số $g(x)=\frac{x^6+2x^3-1}{x^4}=x^2+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^4}$ trên $[1;+\infty)$
Tính được và chỉ ra $g'(x)=2x-\frac{2}{x^2}+\frac{4}{x^5}$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Chỉ ra $g'(x)>0\forall x>1$, nên hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên $[1;+\infty)$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Từ đó phải có $\min\limits_{[1;+\infty)} g(x)\ge3m$ hay $m\le\frac{2}{3}$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>II.1</td><td>Điều kiện $\sin x\ne0$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

	Chia cả hai vế pt cho $\sin^2 x \neq 0$, ta được $\dfrac{3\cos^2 x}{\sin^4 x} + 2\sqrt{2} = (2+3\sqrt{2})\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$ Đặt $t = \dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$, đưa về pt bậc hai đối với t: $3t^2 - (2+3\sqrt{2})t + 2\sqrt{2} = 0$	
	Tính được $t = \sqrt{2}; t = \dfrac{2}{3}$	0.25
	Với $t = \sqrt{2}$, biến đổi về $\sqrt{2}\cos^2 x + \cos x - \sqrt{2} = 0$, được $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc $\cos x = -\sqrt{2}(l)$, từ đó được nghiệm $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ (tmđk)	0.25
	Với $t = \dfrac{2}{3}$ biến đổi về $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$, được $\cos x = \dfrac{1}{2}$ hoặc $\cos x = -2(l)$, từ đó được nghiệm $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ (tmđk). Vậy pt có các họ nghiệm như trên.	0.25
II.2	Điều kiện $x > 0; y \geq 0$ Biến đổi phương trình sau thành $1 + xy\sqrt{xy} = x + 3x\sqrt{xy}$ rồi thế $x = 1 + xy + \sqrt{xy}$ (cả hai vế đều dương) vào pt ta được $1 + xy\sqrt{xy} = 1 + xy + \sqrt{xy} + 3(1 + xy + \sqrt{xy})\sqrt{xy}$	0.25
	Biến đổi phương trình trên thành pt bậc 3 đối với $\sqrt{xy}$ ta được $$2xy\sqrt{xy} + 4xy + 2\sqrt{xy} = 0$$	0.25
	Giải pt được $\sqrt{xy} = 0$	0.25
	Tính được $x = 1; y = 0$ Vậy nghiệm (x;y) của hệ là (1;0).	0.25
III	$I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)dx}{(\cos x + \sin x + 2)^3} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x + \sin x)d(\cos x + \sin + 2)dx}{(\cos x + \sin x + 2)^3}$	0.25
	Đặt $t = \cos x + \sin x + 2$. Đổi cận ….. đưa về $I = \displaystyle\int_3^{2+\sqrt{2}} \frac{(t-2)dt}{t^3}$	0.25
	Biến đổi $I = \displaystyle\int_3^{2+\sqrt{2}} (-\frac{1}{t} + \frac{1}{t^3})dt$	0.25
	Tính ra $I = \dfrac{8}{27} - \dfrac{5+8\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})^3}$	0.25
IV	Gọi M là trung điểm của A’C’, chỉ ra B’M vuông góc với mặt phẳng (ACC’A’) nên $B'M \perp A'C$. Do đó $M \in (P)$. Trong (ACC’A’), kẻ MN vuông góc với A’C ($N \in AA'$), do đó $N \in (P)$. Thiết diện cắt bởi (P) là tam giác B’MN. Hai tam giác A’C’C và NA’M đồng dạng nên $A'N = \dfrac{1}{2}A'M = \dfrac{a}{4}$	0.25

<table>
<tr><td></td><td>Thể tích tứ diện A’B’MN là $V_1=\frac{1}{3}A'N.S_{B'A'M}=\frac{1}{3}\frac{a}{4}\frac{1}{2}a\frac{a}{2}\sin 60^0=\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$
Thể tích lăng trụ là $V=AA'.S_{ABC}=2a.\frac{1}{2}a.a.\sin 60^0=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$
Ta có $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{48}$ nên tỉ lệ thể tich của hai khối là $\frac{1}{47}$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>




Trong (ACC’A’), kẻ AP song song với MN (P thuộc CC’), AP cắt A’C tại J. Chỉ ra khoảng cách cần tìm bằng HJ.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Tính được $A'H=\frac{a\sqrt{5}}{10}$;$CJ=\frac{a\sqrt{5}}{5}$;$A'C=a\sqrt{5}$ ta được $HJ=\frac{7a\sqrt{5}}{10}$
Khoảng cách cần tìm là $\frac{7a\sqrt{5}}{10}$.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>V</td><td>Ta chứng minh bất đẳng thức $\sqrt{x^2+x+4}\le\frac{2x+6}{3}\forall x\in[0;3]$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Bình phương rồi biến đổi tương đương ta được $5x(x-3)\le 0$ đúng $\forall x\in[0;3]$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Lần lượt cho $x=a;b;c$ rồi cộng các vế của bất đẳng thức ta được
$P\le\frac{2(a+b+c)+18}{3}=8$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Giá trị lớn nhất của P là 8 xảy ra khi chẳng hạn $a=3;b=c=0$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>VI.a.1</td><td>Chỉ ra đường tròn (C) có tâm $I(\frac{1}{2};\frac{9}{2})$ và bán kính $R=\frac{\sqrt{10}}{2}$
Tính được $\overrightarrow{AB}=(-1;-2);AB=\sqrt{5}$. Phương trình CD có dạng $y=2x-y+m$.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Khoảng cách từ I đến CD bằng $d=\frac{|2m-7|}{2\sqrt{5}}$
Chỉ ra $CD=2\sqrt{R^2-d^2}$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

	Do đó $2\sqrt{\frac{5}{2}-\frac{(2m-7)^2}{20}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow(2m-7)^2=25$	0.25
	Từ đó được hai phương trình đường thẳng là $2x-y+6=0;2x-y+1=0$	0.25
VI.a.2	Từ giả thiết ta thu được hệ $\begin{cases}x_0^2+y_0^2=64\\ \frac{4x_0}{4.8}=\frac{1}{2}\end{cases}$	0.25
	Vì $x_0;y_0$ dương nên tính được $x_0=4;y_0=4\sqrt{3}$	0.25
	Tính được diện tích tam giác AOB bằng $8\sqrt{3}$. Chỉ ra OC vuông góc với (AOB) và tính được $OC=\sqrt{3}$	0.25
	Từ đó tìm được tọa độ điểm C là $(0;0;\sqrt{3});(0;0;-\sqrt{3})$.	
VII.a	Biến đổi $\frac{C_n^k}{k+1}=\frac{1}{k+1}.\frac{n!}{k!(n-k)!}=...=\frac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$ nên chỉ cần chứng minh $(C_{n+1}^0)^2+(C_{n+1}^1)^2+...+(C_{n+1}^{n+1})^2=C_{2n+2}^{n+1}$	0.25
	Xét khai triển $P(x)=(1+x)^{2n+2}$ có hệ số của x^{n+1} là C_{2n+1}^{n+1}.	0.25
	Mà $P(x)=(1+x)^{n+1}(x+1)^{n+1}=\ldots$	0.25
	Chỉ ra hệ số của x^{n+1} theo cách khai triển thứ hai là $(C_{n+1}^0)^2+(C_{n+1}^1)^2+...+(C_{n+1}^{n+1})^2$ từ đó suy ra đpcm	0.25
VII.a.1	Gọi pt AB là $a(x-2)+b(y-3)=0(a^2+b^2\neq 0)$ thì pt AD là $b(x+1)-a(y-2)=0$. $AD=2d(I;AB)=\frac{\lvert a-3b\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}};AB=2d(I;AD)=\frac{\lvert 7b+a\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$	0.25
	Từ $AC^2=AB^2+AD^2$, ta tính được $3a^2-ab-4b^2=0$ nên $a=-b$ hoặc $a=\frac{4b}{3}$.	0.25
	Với $a=-b$, ta được pt CD và BC lần lượt là $x-y-3=0$ và $x+y-7=0$.	0.25
	Với $a=\frac{4b}{3}$, ta được pt CD và BC lần lượt là $4x+3y-12=0$ và $3x-4y-14=0$.	0.25
VII.a.2	Gọi $A(a;0;0);B(0;b;0)$. Chỉ ra a và b khác 0 và pt (P) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{2}=1$. Do K thuộc (P) nên $\frac{6}{a}-\frac{3}{b}=1$	0.25
	Chỉ ra thể tích tứ diện OABC là $\frac{1}{3}\lvert ab\rvert=3$ nên $ab=9$ hoặc $ab=-9$	0.25
	Với $ab=9$, ta tính được $a=b=3$ hoặc $a=-6;b=\frac{-3}{2}$ PT (P) là $2x+2y+3z-6=0$ hoặc $x+4y-3z+6=0$.	0.25
	Với $ab=-9$ tính ra vô nghiệm.	0.25
VII.b	Điều kiện x>3 Biến đổi pt về $\log_3(x^2-4x+4)=\log_2(x^2-4x+3)$	0.25

	Đặt $t=x^2-4x+3>0$; ta được $\log_3(t+1)=\log_2 t=z$ nên $\begin{cases} t+1=3^z \\ t=2^z \end{cases}$, do đó $2^z+1=3^z \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^z+\left(\frac{1}{3}\right)^z=1$ (1)	0.25
	Bằng cách chỉ ra vế trái của (1) là hàm số nghịch biến trên R nên (1) có nghiệm duy nhất $z=1$.	0.25
	Tính được nghiệm $x=2+\sqrt{3}$ (loại nghiệm $x=2-\sqrt{3}$)	0.25

Yêu cầu:

Học sinh trình bày chi tiết lời giải và các bước tính toán.

Lời giải phải đảm bảo tính chặt chẽ, đặc biệt là điều kiện cần và đủ, các bước đánh giá.

Học sinh có thể giải bài toán theo các cách khác nhau. tổ chấm thảo luận để thống nhất cho điểm.