

# Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn

# ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC NĂM 2014

Môn Toán: Khối D – LẦN 1

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

## I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THI SINH (7,0 điểm)

**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( $C$ ) của hàm số.

2. Gọi  $I$  là giao điểm 2 đường tiệm cận của ( $C$ ). Tìm trên đồ thị ( $C$ ) điểm  $M$  có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến với ( $C$ ) tại  $M$  cắt tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt tại  $A$  và  $B$  thỏa mãn  $2IA^2 + IB^2 = 12$ .

**Câu 2 (1,0 điểm)** Giải phương trình  $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

**Câu 3 (1,0 điểm)** Giải bất phương trình  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} - \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \geq x - 1$

**Câu 4 (1,0 điểm)** Tính tích phân  $\int_{e^3}^{e^8} \frac{dx}{x \ln x \sqrt{\ln ex}}$

**Câu 5 (1,0 điểm)** Cho hình chóp tú giác đều  $S.ABCD$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$ , các mặt bên tạo với đáy một góc  $60^\circ$ , mặt phẳng ( $P$ ) chứa  $AB$  và đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $SAC$  cắt  $SC, SD$  lần lượt tại  $M, N$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABMN$  và tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng  $SD$  và  $BC$  theo  $a$ .

**Câu 6 (1,0 điểm)** Cho  $a, b, c$  là 3 cạnh của 1 tam giác có chu vi bằng 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{(a+b-c)^3}{3c} + \frac{(b+c-a)^3}{3a} + \frac{(c+a-b)^3}{3b}$$

## II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)*

### A. Theo chương trình chuẩn:

**Câu 7.a (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng hệ toạ độ  $Oxy$ , cho đường tròn

(C):  $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$  và đường thẳng  $d: x + y - 1 = 0$ . Xác định toạ độ các đỉnh của hình vuông  $ABCD$  ngoại tiếp (C) biết  $A$  thuộc đường thẳng  $d$ .

**Câu 8.a (1,0 điểm)** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng ( $P$ ) đi qua  $O$ , vuông góc với mặt phẳng ( $Q$ ):  $x + y + z = 0$  và cách điểm  $M(1; 2; -1)$  một khoảng bằng  $\sqrt{2}$ .

**Câu 9.a (1,0 điểm)** Cho tập  $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ ,  $S$  là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lấy từ các chữ số của  $X$ . Xác định số phần tử của  $S$ . Chọn ngẫu nhiên một số từ  $S$ , tính xác suất để số được chọn là một số chẵn, có mặt số 1 và số 1 phải đứng 1 trong 3 vị trí đầu tiên.

### B. Theo chương trình Nâng cao:

**Câu 7.b (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng hệ toạ độ  $Oxy$ , cho đường tròn

(C):  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 25$  và  $M(2; -5)$ . Lập phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  và cắt (C) tại 2 điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $MA = 5MB$ .

**Câu 8.b (1,0 điểm)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các mặt phẳng

(P):  $3x + 12y - 3z - 5 = 0$ , (Q):  $3x - 4y + 9z + 7 = 0$  và các đường thẳng

$$d_1: \frac{x+5}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{3}; \quad d_2: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$$

Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  song song với (P) và (Q); cắt cả  $d_1$  và  $d_2$

**Câu 9.b (1,0 điểm)** Tìm  $m$  để hệ sau có nghiệm

$$\begin{cases} 3^{x^2} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{4-5x} \\ 3x^2 - mx\sqrt{x} + 16 = 0 \end{cases}$$

.....  
Hết.....

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC NĂM 2014 – Đợt 1**

Môn: TOÁN ; Khối D  
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu 1 (2,0 điểm)	Đáp án	Điểm												
	(1,0 điểm)													
	<ul style="list-style-type: none"> <li>.Tập xác định <math>D = \mathbb{R} \setminus \{1\}</math></li> <li>Sự biến thiên: Chiều biến thiên : <math>y' = \frac{-1}{(x-1)^2} &lt; 0, \forall x \in D.</math> Hàm số nghịch biến trên các khoảng <math>(-\infty; 1); (1; +\infty)</math>.</li> </ul>	0,25												
	<p>Giới hạn và tiệm cận:</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ ; tiệm cận ngang $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ , $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ ; tiệm cận đứng $x = 1$	0,25												
	<p>Bảng biến thiên</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td>-</td> <td></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> <td>2</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$y'$	-		-	y	2	$+\infty$	2	0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
$y'$	-		-											
y	2	$+\infty$	2											
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Đồ thị</li> </ul>	0,25												
	<p>2. (1,0 điểm)</p> <p>I(1;2), <math>M(x_0; y_0) \in (C) x_0 &gt; 0</math>          Tiếp tuyến với <math>(C)</math> tại <math>M</math> có pt là: <math>\Delta: y = -\frac{1}{(x_0-1)^2}(x - x_0) + \frac{2x_0-1}{x_0-1}</math></p>													

	<p>Gọi A = <math>\Delta \cap TCD\{x = 1\} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 1 \\ y_A = \frac{1}{x_o - 1} + \frac{2x_o - 1}{x_o - 1} = \frac{2x_o}{x_o - 1} \end{cases}</math>          Do đó A (<math>1 ; \frac{2x_o}{x_o - 1}</math>)</p> <p>Gọi B = <math>\Delta \cap TCN\{y = 2\} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_o - 1 \\ y_B = 2 \end{cases}</math>          Do đó B (<math>2x_o - 1 ; 2</math>)</p> $IA^2 = (\frac{2x_o}{x_o - 1} - 2)^2 = (\frac{2}{x_o - 1})^2 = \frac{4}{(x_o - 1)^2}$ $IB^2 = (2x_o - 2)^2 = 4(x_o - 1)^2$ $2IA^2 + IB^2 = \frac{8}{(x_o - 1)^2} + 4(x_o - 1)^2 = 12 \Leftrightarrow \frac{2}{(x_o - 1)^2} + (x_o - 1)^2 = 3$ <p>Đặt <math>y = (x_o - 1)^2 &gt; 0</math>; <math>\frac{2}{y} + y = 3 \Leftrightarrow y^2 - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 2 \end{cases}</math></p> <p><math>y = 1; (x_o - 1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_o - 1 = 1 \\ x_o - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_o = 2 \\ x_o = 0(l) \end{cases}</math></p> <p><math>y = 2; (x_o - 1)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x_o - 1 = \sqrt{2} \\ x_o - 1 = -\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_o = 1 + \sqrt{2} \\ x_o = 1 - \sqrt{2}(l) \end{cases}</math></p> <p>Vậy có 2 điểm cần tìm <math>M_1(2; 3)</math>, <math>M_2(1 + \sqrt{2}; 2 + \frac{\sqrt{2}}{2})</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 2, 3 (2,0 điểm)	2. (1,0 điểm)	
	<p>Phương trình đã cho tương đương với:</p> $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin(2x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow 2\sin x + 2\sqrt{3}\cos x - \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow -2\sqrt{3}\cos x(\sin x - 1) - 2\sin^2 x + 2\sin x = 0$ $\Leftrightarrow -2\sqrt{3}\cos x(\sin x - 1) - 2\sin x(\sin x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (\sin x - 1)(\sqrt{3}\cos x + \sin x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sqrt{3}\cos x + \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$ <p>Vậy, phương trình đã cho có nghiệm <math>-\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	3. (1,0 điểm)	
	<p>Điều kiện: <math>\begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 2 \\ x = 1 \end{cases}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x = 1</math> là một nghiệm</li> <li>• Trường hợp 1: <math>x \leq \frac{1}{2}</math>  <math>BPT \Leftrightarrow \sqrt{2-x} + \sqrt{1-x} \geq \sqrt{1-2x}</math>  <math>\Leftrightarrow 3 - 2x + 2\sqrt{(2-x)(1-x)} \geq 1 - 2x</math>  <math>BPT \Leftrightarrow \sqrt{(2-x)(1-x)} &gt; -2</math> (thoả mãn)</li> </ul>	0,25 0,25

	<p><b>Trường hợp 2:</b> <math>x \geq 2</math></p> $\text{BPT} \Leftrightarrow \sqrt{x-2} - \sqrt{2x-1} \geq \sqrt{x-1}$ $\sqrt{x-2} \geq \sqrt{x-1} + \sqrt{2x-1}$ $\Leftrightarrow x-2 \geq 3x-2 + 2\sqrt{2x^2-3x+1}$ $\Leftrightarrow 2x+2\sqrt{2x^2-3x+1} \leq 0 \text{ (vô nghiệm)}$ <p>Vậy tập nghiệm của BPT là ; <math>S = (-\infty; \frac{1}{2}] \cup \{1\}</math></p>	0,25 0,25
Câu 4 (1,0 điểm)	$I = \int_{e^3}^{e^8} \frac{dx}{x \ln x \sqrt{\ln x}} = \int_{e^3}^{e^8} \frac{dx}{x \ln x \sqrt{1+\ln x}}$ <p>Đặt <math>t = \sqrt{1+\ln x}</math>; <math>x = e^3</math> thì <math>t = 2</math>; <math>x = e^8</math> thì <math>t = 3</math></p> $t^2 = 1 + \ln x$ $2tdt = \frac{dx}{x}; \ln x = t^2 - 1$ $I = \int_2^3 \frac{2tdt}{(t^2-1)t} = \ln \left  \frac{t-1}{t+1} \right  \Big _2^3 = \ln \frac{3}{2}$	0,5 0,5
Câu 5: (1,0 điểm)	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>SABCD = a^2</math></li> <li><math>SO = OH \tan 60^\circ = \frac{a}{2}\sqrt{3}</math></li> </ul> $V = V_{SABCD} = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ <ul style="list-style-type: none"> <li><math>M, N</math> lần lượt là trung điểm của <math>SC, SD</math></li> </ul> $V_{SABMN} = V_{SABM} + V_{SAMN}$ $\frac{V_{SABM}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SABM} = \frac{1}{4}V$ $\frac{V_{SAMN}}{V_{ACD}} = \frac{AM}{AC} \cdot \frac{AN}{AD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SAMN} = \frac{1}{8}V$ <p>Do đó <math>V_{SABMN} = \frac{1}{4}V + \frac{1}{8}V = \frac{3}{8}V = \frac{3}{8} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{16}</math></p> $d(SD, BC) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD))$ $= 2d(O, SAD) = 2d(O, SCD) = 2OK \text{ (OK là đường cao } \Delta SOH \text{)}$	0,25 0,25 0,25

	$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ <p>Vậy <math>d(SD, BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}</math></p>	0,25
Câu 6: (1,0 điểm)	<p>Áp dụng BPT CAUCHY ta có.</p> $\frac{(a+b-c)^3}{3c} + \frac{c}{3} + \frac{1}{3} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{(a+b-c)^3}{3c} \cdot \frac{c}{3} \cdot \frac{1}{3}} = a + b - c$ $\Rightarrow \frac{(a+b-c)^3}{3c} \geq a + b - \frac{4c}{3} - \frac{1}{3}$ <p>Tương tự. <math>\frac{(b+c-a)^3}{3a} \geq b + c - \frac{4a}{3} - \frac{1}{3}</math></p> $\frac{(c+a-b)^3}{3b} \geq c + a - \frac{4b}{3} - \frac{1}{3}$ <p>Suy ra <math>P \geq \frac{2}{3} (a + b + c) - 1 = 1</math></p> <p><math>P = 1</math> khi <math>a = b = c = 1</math></p> <p>Vậy <math>\min P = 1</math> khi <math>a = b = c = 1</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 7.a, 8a (2,0 điểm)	7a. (1, 0 điểm)	
	<p>(C) có tâm <math>I(4; -3)</math>, bán kính <math>R = 2</math>. I thuộc d.</p> <p>A thuộc d nên <math>A(t; 1 - t); IA =  t - 4  \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6 \\ t = 2 \end{cases}</math></p> <p><math>t = 6; A(6; -5); C(2; -1)</math></p> <p><math>t = 2; A(2; -1); C(6; -5)</math></p> <p>BD đi qua I và vuông góc với d nên <math>BD: x - y - 7 = 0</math>.</p> <p>B thuộc BD nên <math>B(s; s - 7)</math></p> $IB =  s - 4  \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 6 \\ s = 2 \end{cases}$ <p><math>s = 6; B(6; -1); D(2; -5)</math></p> <p><math>s = 2; B(2; -5); D(6; -1)</math></p> <p>Vậy có 4 hình vuông cần tìm.</p>	0,5 0,5
	8a. (1,0 điểm)	
	<p>(P): <math>ax + by + cz + d = 0</math> (<math>a^2 + b^2 + c^2 &gt; 0</math>), O thuộc (P) nên <math>d = 0</math>;</p> <p>(P) vuông góc với (Q), ta được <math>a + b + c = 0</math>, sra <math>c = -a - b</math>. Do đó (P) <math>ax + by - (a + b)z = 0</math></p> $d(M, (P)) = \frac{ 2a + 3b }{\sqrt{2\sqrt{a^2 + ab + b^2}}} = \sqrt{2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-5}{8}b \\ b = 0 \end{cases}$ <p>Vậy có 2 mặt phẳng cần tìm là <math>x - z = 0; 5x - 8y + 3z = 0</math>.</p>	0,25 0,25 0,5 0,25
Câu 9.a (1,0 điểm)	<p>Số phần tử của S là <math>7A_7^4 = 5880</math></p> <p>Số cách chọn một số chẵn có mặt số 1 mà số 1 phải đứng 1 trong 3 vị trí đầu tiên từ S là <math>3A_6^3 + 3(A_6^3 + 10A_5^2) = 1320</math></p>	0,5 0,25

	Xác suất cần tính bằng $\frac{11}{49}$	0,25
Câu 7b, 8b (2,0 điểm)	<p><b>7b.(1,0 điểm)</b></p> <p>Đường tròn có tâm <math>I(-1; 1)</math>, bán kính <math>R = 5</math>.  <math>\wp_{M/(C)} = 20 &gt; 0</math>, do đó M nằm ngoài (C). <math>\wp_{M/(C)} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 5MB^2 = 20</math>. Ta được <math>MB = 2</math>. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d. Ta có <math>BH = 2MB = 4</math>, sao <math>IH = 3</math>.  <math>d: a(x - 2) + b(y + 5) = 0 (a^2 + b^2 &gt; 0)</math>.  <math>IH = d(I, d) = \frac{ 3a - 6b }{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow  a - 2b  = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 4a = 3b \end{cases}</math>  Vậy có 2 đường thẳng cần tìm là <math>x - 2 = 0</math>; <math>3x + 4y + 14 = 0</math></p> <p><b>8b.(1,0 điểm)</b></p> <p>(Δ) song song với (P) và (Q) nên (Δ) vectơ chi phương <math>\vec{u} = (8; -3; -4)</math>  Gọi <math>A = d_1 \cap \Delta, B = d_2 \cap \Delta</math>, <math>A(2t - 5; -4t + 3; 3t - 1), B(-2s + 3; 3s - 1; 4s + 2)</math>. Ta có <math>\overrightarrow{AB} = (-2s - 2t + 8; 3s + 4t - 4; 4s - 3t + 3)</math>. Ta được <math>\overrightarrow{AB}, \vec{u}</math> cùng phương nên <math>[\overrightarrow{AB}, \vec{u}] = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} s = -1 \\ t = 1 \end{cases}</math>. Suy ra <math>B(5; -4; -2); A(-3; -1; 2)</math>  Vậy (Δ): <math>\frac{x-5}{8} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+2}{-4}</math>.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 9b. (1,0 điểm)	<p>Từ bất phương trình đầu của hệ ta được <math>1 \leq x \leq 4</math>.  Trên <math>[1; 4]</math>, phương trình thứ hai của hệ tương đương với <math>m = 3\sqrt{x} + \frac{16}{x\sqrt{x}}</math>.  Đặt <math>f(x) = 3\sqrt{x} + \frac{16}{x\sqrt{x}}, x \in [1; 4]</math>. Ta có <math>f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{24}{x^2\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4</math>.  <math>f(1) = 19; f(4) = 8</math>. Do đó GTLN của <math>f(x)</math> trên <math>[1; 4]</math> là 19; GTNN của <math>f(x)</math> trên <math>[1; 4]</math>, là 8. Vậy hệ có nghiệm kvck <math>8 \leq m \leq 19</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25