

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^4 - 2mx^2 + 2$ (1), với m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = \frac{4}{3}$.

b) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có tâm đường tròn ngoại tiếp trùng gốc tọa độ O .

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sin 3x + (1 - \cos x)\cos 2x = (\sin x + 2\cos x)\sin 2x$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải phương trình $4(2x^2 + 1) + 3(x^2 - 2x)\sqrt{2x - 1} = 2(x^3 + 5x)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}}$, $y = 0$, $x = 3$ xung quanh trục hoành.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các đáy là tam giác đều cạnh $3a$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) là điểm D thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB}$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và tính cosin góc giữa hai đường thẳng BB' và AD .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+2y} + \sqrt{1+2z} = 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2x^3 + y^3 + z^3$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần a hoặc phần b)**a. Theo chương trình Chuẩn**

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(4; -5)$, phương trình các đường thẳng chứa đường cao kẻ từ A và trung tuyến kẻ từ B lần lượt là $x - 3y - 7 = 0$ và $x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các điểm A và C biết diện tích tam giác ABC bằng 16.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{2}$; $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$; $d_3: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$. Tìm tọa độ điểm P thuộc d_1 và điểm Q thuộc d_2 sao cho đường thẳng PQ vuông góc với d_3 và độ dài PQ nhỏ nhất.

Câu 9.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\frac{z+i}{z+1} + \frac{\bar{z}+i}{\bar{z}+1}$ là số thuần ảo.

b. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(2\sqrt{3}; 2)$. Viết phương trình chính tắc của elíp (E) đi qua M biết rằng M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông.

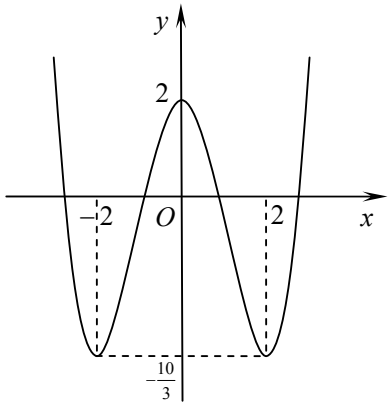
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua K , song song với mặt phẳng (Oyz) và tạo với (P) một góc α có $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

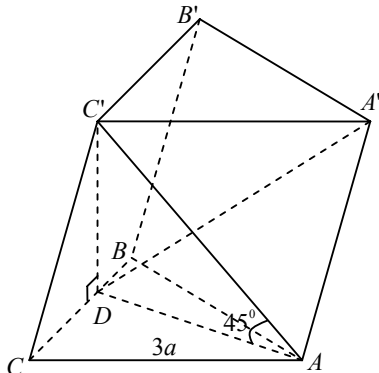
Câu 9.b (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y - 3^{x+2} = 3(6^x - 3^y) \\ \log_2(1+x) + \log_2(2+2xy) = 2(1+\log_2 y) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$

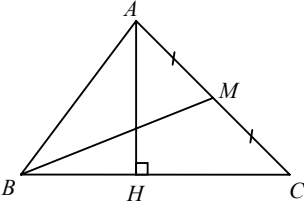
----- **Hết** -----

Ghi chú: 1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 18, 19/5/2013. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.

2. Kỳ khảo sát chất lượng lần cuối năm 2013 sẽ được tổ chức vào chiều ngày 15 và ngày 16/6/2013. Đăng kí dự thi tại văn phòng trường THPT Chuyên từ ngày 18/5/2013.

Câu	Đáp án	Điểm																								
Câu 1. (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Khi $m = \frac{4}{3}$ hàm số trở thành $y = \frac{1}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^2 + 2$. 1°. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$, y là hàm số chẵn. 2°. Sự biến thiên: * Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^4 \left(\frac{1}{3} - \frac{8}{3x^2} + \frac{2}{x^4} \right) = +\infty$. * Chiều biến thiên: Ta có $y' = \frac{4}{3}x^3 - \frac{16}{3}x$, $x \in \mathbb{R}$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}; y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases}; y' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$ Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$. * Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$, giá trị cực đại $y_{CD} = 2$; hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = -2$ và $x = 2$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = -\frac{10}{3}$.	0,5																								
	* Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td>$-\frac{10}{3}$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table> 	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$+\infty$			2		$-\frac{10}{3}$		$+\infty$	0,5
	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$																				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$																		
y	$+\infty$			2		$-\frac{10}{3}$		$+\infty$																		
3°. Đồ thị: Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.																										
	b) (1,0 điểm) Ta có $y' = \frac{4}{3}x^3 - 4mx = \frac{4x}{3}(x^2 - 3m)$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$. Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là $A(0; 2)$, $B(-\sqrt{3m}; 2 - 3m^2)$ và $C(\sqrt{3m}; 2 - 3m^2)$. Tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp trùng gốc tọa độ O khi và chỉ khi $OA = OB = OC$ $\Leftrightarrow 2 = \sqrt{3m + (2 - 3m^2)^2} \Leftrightarrow m(m - 1)(3m^2 + 3m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1, m = 0 \\ m = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6} \end{cases}$ Kết hợp điều kiện $m > 0$ ta có giá trị của m là $m = 1$, $m = \frac{-3 + \sqrt{21}}{6}$.	0,5																								
		0,5																								
Câu 2. (1,0 điểm)	Phương trình đã cho tương đương với $\begin{aligned} \sin 3x + \cos 2x - \cos x \cos 2x &= \sin 2x \sin x + 2 \sin 2x \cos x \\ \Leftrightarrow \sin 3x + \cos 2x &= (\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x) + \sin 3x + \sin x \\ \Leftrightarrow \cos 2x &= \cos x + \sin x \\ \Leftrightarrow (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x - 1) &= 0. \end{aligned}$ * $\cos x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.	0,5																								

	$* \cos x - \sin x = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi. \end{cases}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = k2\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.	0,5
Câu 3. (1,0 điểm)	Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$. Phương trình đã cho tương đương với $3x(x-2)\sqrt{2x-1} = 2(x^3 - 4x^2 + 5x - 2) \text{ vì}$ $\Leftrightarrow 3x(x-2)\sqrt{2x-1} = 2(x-2)(x^2 - 2x + 1)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3x\sqrt{2x-1} = 2(x^2 - 2x + 1) \end{cases} \quad (1)$	0,5
	Phương trình (1) tương đương với $2(2x-1) + 3x\sqrt{2x-1} - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{2x-1}{x^2} + 3 \cdot \frac{\sqrt{2x-1}}{x} - 2 = 0. \quad (2)$ Đặt $t = \frac{\sqrt{2x-1}}{x}, t \geq 0$. Khi đó phương trình (2) trở thành $2t^2 + 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow (2t-1)(t+2) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}, t \geq 0.$ Suy ra $x^2 - 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \pm 2\sqrt{3}$, thỏa mãn điều kiện. Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2, x = 4 + 2\sqrt{3}, x = 4 - 2\sqrt{3}$.	0,5
Câu 4. (1,0 điểm)	Ta có $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}} = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Thể tích V cần tính là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang cong giới hạn bởi các đường $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}}, y = 0, x = -1, x = 3$ xung quanh Ox. Suy ra $V = \pi \int_{-1}^3 \frac{(x+1)^2}{x^2+3} dx = \pi \int_{-1}^3 \left(1 + \frac{2x}{x^2+3} - \frac{2}{x^2+3}\right) dx$ $= \pi \left(x + \ln x^2+3 \right) \Big _{-1}^3 - 2\pi \int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2+3} = \pi(4 + \ln 3) - 2\pi \int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2+3}. \quad (1)$	0,5
	Tính $I = \int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2+3}$. Đặt $x = \sqrt{3} \tan t$. Khi $x = -1$ thì $t = -\frac{\pi}{6}$, khi $x = 3$ thì $t = \frac{\pi}{3}$ và $dx = \sqrt{3} \frac{dt}{\cos^2 t}. \text{ Suy ra } I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{x^2+3} = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{3(1+\tan^2 t)} \cdot \sqrt{3} \frac{dt}{\cos^2 t} = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} dt = \frac{\sqrt{3}\pi}{6}.$ Thay vào (1) ta được $V = (4 + \ln 3)\pi - \frac{\sqrt{3}\pi^2}{3}$.	0,5
Câu 5. (1,0 điểm)	 Từ giả thiết $\Rightarrow C'D \perp (ABC)$. Vì $(ABC) \parallel (A'B'C')$ nên $\angle(AC', (ABC)) = \angle(AC', (A'B'C')) = \angle C'AD = 45^\circ$. Sử dụng định lý cosin cho $\triangle ABD \Rightarrow AD = a\sqrt{7}$ $\Rightarrow C'D = AD \tan 45^\circ = a\sqrt{7}$. Suy ra thể tích lăng trụ $V = C'D \cdot S_{ABC} = a\sqrt{7} \cdot \frac{(3a)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{21}}{4} a^3.$	0,5

	Vì $AA' \parallel BB'$ nên $\angle(BB', AD) = \angle(AA', AD) = \angle A'AD$ (1) Vì $C'D \perp (ABC)$ nên $C'D \perp (A'B'C') \Rightarrow C'D \perp C'A' \Rightarrow DA'^2 = DC'^2 + C'A'^2 = 16a^2$, $AA' = CC' = \sqrt{C'D^2 + DC^2} = a\sqrt{11}$. Suy ra $\cos \angle A'AD = \frac{AA'^2 + AD^2 - DA'^2}{2AA'.AD} = \frac{1}{\sqrt{77}}$. (2) Từ (1) và (2) suy ra $\cos(BB', AD) = \cos \angle A'AD = \frac{1}{\sqrt{77}}$.	0,5
Câu 6. (1,0 điểm)	Với hai số không âm a, b ta có $\sqrt{1+a} + \sqrt{1+b} \geq 1 + \sqrt{1+a+b}$. (1) Thật vậy, (1) $\Leftrightarrow 2 + a + b + 2\sqrt{(1+a)(1+b)} \geq 2 + a + b + 2\sqrt{1+a+b}$ $\Leftrightarrow \sqrt{1+a+b+ab} \geq \sqrt{1+a+b}$, luôn đúng. Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = 0$ hoặc $b = 0$. Áp dụng (1) ta có $5 = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+2y} + \sqrt{1+2z} \geq 1 + \sqrt{1+x^2+2y} + \sqrt{1+2z}$ $\geq 2 + \sqrt{1+x^2+2y+2z}$. Suy ra $x^2 + 2y + 2z \leq 8$, hay $y + z \leq 4 - \frac{x^2}{2}$. (2) Khi đó $P \leq 2x^3 + (y+z)^3 \leq 2x^3 + \left(4 - \frac{x^2}{2}\right)^3$. (3) Chú ý rằng, từ (2) và x, y, z không âm ta có $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}$. Xét hàm số $f(x) = 2x^3 + \left(4 - \frac{x^2}{2}\right)^3$ trên $[0; 2\sqrt{2}]$. Ta có $f'(x) = 6x^2 - 3x\left(4 - \frac{x^2}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}x(x-2)[x(12-x^2) + 2(16-x^2)]$ Với $x \in [0; 2\sqrt{2}]$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Từ $f(0) = 64, f(2) = 24, f(2\sqrt{2}) = 32\sqrt{2}$ suy ra $f(x) \leq 64, \forall x \in [0; 2\sqrt{2}]$. (4) Từ (3) và (4) ta có $P \leq 64$, dấu đẳng thức xảy ra khi $x = y = 0, z = 4$ hoặc $x = z = 0, y = 4$. Vậy giá trị lớn nhất của P là 64, đạt được khi $x = y = 0, z = 4$ hoặc $x = z = 0, y = 4$.	0,5
Câu 7.a (1,0 điểm)	 $BC \perp AH \Rightarrow$ pt $BC: 3x + y - 7 = 0$. $C \in BC \Rightarrow C(c; 7 - 3c)$, $A \in AH \Rightarrow A(3a + 7; a)$. Suy ra trung điểm AC là $M\left(\frac{3a + c + 7}{2}; \frac{a - 3c + 7}{2}\right)$. Do $M \in BM: x + y + 1 = 0 \Rightarrow \frac{3a + c + 7}{2} + \frac{a - 3c + 7}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 2a - c + 8 = 0$. (1) Ta có $BC = \sqrt{(c-4)^2 + (12-3c)^2} = \sqrt{10} c-4 , AH = d(A, BC) = \frac{ 10a+14 }{\sqrt{10}}$ $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}BC.AH = (c-4)(5a+7) = 16$. (2) Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = -3, c = 2 \\ a = -\frac{2}{5}, c = \frac{36}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-2; -3), C(2; 1) \\ A\left(\frac{29}{5}; -\frac{2}{5}\right), C\left(\frac{36}{5}; -\frac{73}{5}\right) \end{cases}$.	0,5
Câu 8.a (1,0 điểm)	$P \in d_1 \Rightarrow P(p+1, p, 2p+3), Q \in d_2 \Rightarrow Q(q; 2q+2; q+1)$. Suy ra $\overrightarrow{PQ} = (-p+q-1; -p+2q+2; -2p+q-2)$. $PQ \perp d_3 \Rightarrow \vec{u}_3 \cdot \overrightarrow{PQ} = 0 \Leftrightarrow -2(-p+q-1) + 1(-p+2q+2) + 1(-2p+q-2) = 0$ $\Leftrightarrow -p+q+2 = 0$ hay $p = q+2$.	0,5

	Suy ra $PQ^2 = 9 + q^2 + (q+6)^2 = 2q^2 + 12q + 45 = 2(q+3)^2 + 27 \geq 27$. Suy ra $\min PQ = 3\sqrt{3}$ khi $p = -1, q = -3$ hay $P(0; -1; 1), Q(-3; -4; -2)$.	0,5
Câu 9.a (1,0 điểm)	Giả sử $z = x + yi$ và điểm biểu diễn số phức z là $M(x; y)$. Ta có $\frac{z+i}{z+1} + \frac{\bar{z}+i}{\bar{z}+1} = \frac{2 z ^2 + z + \bar{z} + i(z + \bar{z}) + 2i}{ z ^2 + z + \bar{z} + 1} = \frac{2(x^2 + y^2) + 2x + 2(x+1)i}{(x+1)^2 + y^2}$.	0,5
	$\frac{z+i}{z+1} + \frac{\bar{z}+i}{\bar{z}+1}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x^2 + y^2) + 2x = 0 \\ (x+1)^2 + y^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4} \\ (x; y) \neq (-1; 0). \end{cases}$	0,5
	Vậy tập hợp điểm M là đường tròn $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ bỏ đi điểm $(-1; 0)$.	
Câu 7.b (1,0 điểm)	Phương trình chính tắc của $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$). $M \in (E) \Leftrightarrow \frac{12}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1$. (1) $\angle F_1MF_2 = 90^\circ \Rightarrow MO = \frac{1}{2}F_1F_2 = c \Rightarrow c = 4 \Rightarrow a^2 - b^2 = 16$. (2)	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a^2 = 24 \\ b^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow (E): \frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{8} = 1$.	0,5
Câu 8.b (1,0 điểm)	Phương trình $(Oyz): x = 0$. Giả sử d có vtcp $\vec{u}_d(a; b; c)$, ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$). Ta có $d \parallel (Oyz) \Leftrightarrow \begin{cases} K(1; 3; 2) \notin (Oyz) \\ \vec{u}_d \cdot \vec{n}_{Oyz} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1.a = 0$ hay $a = 0$. Suy ra $\vec{u}_d(0; b; c)$ và $\vec{n}_p(1; 1; 1)$.	0,5
	Do $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ nên từ $\tan \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Mà $\sin(d, (P)) = \frac{ b+c }{\sqrt{3}\sqrt{b^2+c^2}}$ $\Rightarrow \frac{ b+c }{\sqrt{3}\sqrt{b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow (b-c)^2 = 0 \Leftrightarrow b = c \neq 0$.	0,5
	Chọn $b = c = 1 \Rightarrow \vec{u}_d = (0; 1; 1)$. Suy ra phương trình $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ z = 2 + t. \end{cases}$	
Câu 9.b (1,0 điểm)	Điều kiện: $\begin{cases} x > -1, y > 0 \\ 1 + xy > 0. \end{cases}$ Phương trình thứ nhất của hệ tương đương với $2^x \cdot 3^y + 3^{y+1} = 3^{x+2} + 3 \cdot 6^x$ $\Leftrightarrow (2^x + 3)3^y = (2^x + 3)3^{x+1} \Leftrightarrow 3^y = 3^{x+1} \Leftrightarrow y = x+1$. Phương trình thứ hai của hệ tương đương với $\log_2(1+x)(1+xy) = \log_2 2y^2 \Leftrightarrow (1+x)(1+xy) = 2y^2$.	0,5
	Từ đó ta được $\begin{cases} y = x+1 > 0 \\ (1+x)(1+xy) = 2y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+1 > 0 \\ 1+xy = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+1 > 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, y = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}, y = \frac{3-\sqrt{5}}{2}. \end{cases}$	

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^4 - 2mx^2 + 2$ (1), với m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = \frac{4}{3}$.

b) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có tâm đường tròn ngoại tiếp trùng gốc tọa độ O .

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sin 3x + (1 - \cos x)\cos 2x = (\sin x + 2\cos x)\sin 2x$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $3(2x^2 - x\sqrt{x^2 + 3}) < 2(1 - x^4)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}}$, $y = 0$, $x = 3$ xung quanh trục hoành.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các đáy là tam giác đều cạnh $3a$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) là điểm D thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB}$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và tính cosin góc giữa hai đường thẳng BB' và AC .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho x, y là các số thực không âm thỏa mãn $\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+2y} = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x}{y+1} + \frac{y}{x+2}$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần a hoặc phần b)**a. Theo chương trình Chuẩn**

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(4; -5)$, phương trình các đường thẳng chứa đường cao kẻ từ A và trung tuyến kẻ từ B lần lượt là $x - 3y - 7 = 0$ và $x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các điểm A và C biết diện tích tam giác ABC bằng 16.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{2}$; $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$; $d_3: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$. Tìm tọa độ điểm P thuộc d_1 và điểm Q thuộc d_2 sao cho đường thẳng PQ vuông góc với d_3 và độ dài PQ nhỏ nhất.

Câu 9.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\frac{z+i}{z+1} + \frac{\bar{z}+i}{\bar{z}+1}$ là số thuần ảo.

b. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(2\sqrt{3}; 2)$. Viết phương trình chính tắc của elíp (E) đi qua M biết rằng M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông.

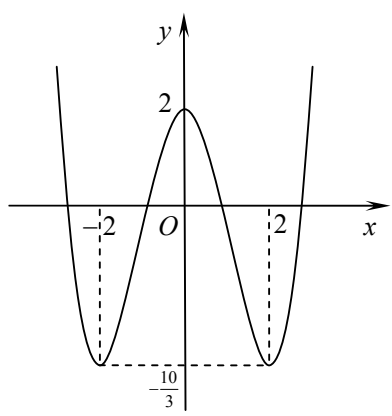
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua K , song song với mặt phẳng (Oyz) và tạo với (P) một góc α có $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

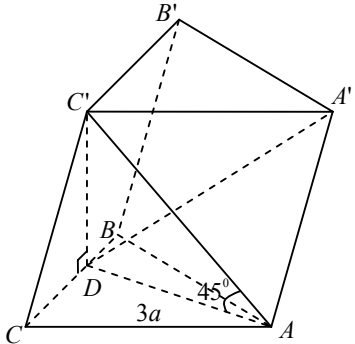
Câu 9.b (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y - 3^{x+2} = 3(6^x - 3^y) \\ \log_2(1+x) + \log_2(2+2xy) = 2(1 + \log_2 y) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$

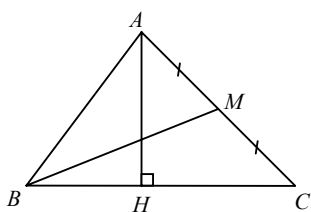
----- **Hết** -----

Ghi chú: 1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 18, 19/5/2013. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.

2. Chúc các em đạt kết quả cao trong kỳ thi Đại học năm 2013!

Câu	Đáp án	Điểm																				
Câu 1. (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Khi $m = \frac{4}{3}$ hàm số trở thành $y = \frac{1}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^2 + 2$. 1°. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$, y là hàm số chẵn. 2°. Sự biến thiên: * Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^4 \left(\frac{1}{3} - \frac{8}{3x^2} + \frac{2}{x^4} \right) = +\infty$. * Chiều biến thiên: Ta có $y' = \frac{4}{3}x^3 - \frac{16}{3}x$, $x \in \mathbb{R}$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}; y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases}; y' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$ Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$. * Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$, giá trị cực đại $y_{CD} = 2$; hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = -2$ và $x = 2$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = -\frac{10}{3}$.	0,5																				
	* Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$-\frac{10}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table> 	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$+$	y	$+\infty$		2		$-\frac{10}{3}$	$+\infty$	0,5
	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$																
y'		$-$	0	$+$	0	$+$																
y	$+\infty$		2		$-\frac{10}{3}$	$+\infty$																
3°. Đồ thị: Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.																						
	b) (1,0 điểm) Ta có $y' = \frac{4}{3}x^3 - 4mx = \frac{4x}{3}(x^2 - 3m)$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$. Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là $A(0; 2)$, $B(-\sqrt{3m}; 2 - 3m^2)$ và $C(\sqrt{3m}; 2 - 3m^2)$. Tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp trùng gốc tọa độ O khi và chỉ khi $OA = OB = OC$ $\Leftrightarrow 2 = \sqrt{3m + (2 - 3m^2)^2} \Leftrightarrow m(m - 1)(3m^2 + 3m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1, m = 0 \\ m = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6} \end{cases}$ Kết hợp điều kiện $m > 0$ ta có giá trị của m là $m = 1, m = \frac{-3 + \sqrt{21}}{6}$.	0,5																				
Câu 2. (1,0 điểm)	Phương trình đã cho tương đương với $\sin 3x + \cos 2x - \cos x \cos 2x = \sin 2x \sin x + 2 \sin 2x \cos x$ $\Leftrightarrow \sin 3x + \cos 2x = (\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x) + \sin 3x + \sin x$ $\Leftrightarrow \cos 2x = \cos x + \sin x$ $\Leftrightarrow (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x - 1) = 0$ * $\cos x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.	0,5																				

	$* \cos x - \sin x = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi. \end{cases}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = k2\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.	0,5
Câu 3. (1,0 điểm)	Bất phương trình đã cho tương đương với $2(x^4 + 3x^2) - 3x\sqrt{x^2 + 3} - 2 < 0$. Đặt $x\sqrt{x^2 + 3} = t$. Suy ra $x^4 + 3x^2 = t^2$. Khi đó bất phương trình trở thành $2t^2 - 3t - 2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < t < 2.$ Suy ra $-\frac{1}{2} < x\sqrt{x^2 + 3} < 2$. (1)	0,5
	* Với $x \geq 0$ ta có $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x\sqrt{x^2 + 3} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^4 + 3x^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ (x^2 - 1)(x^2 + 4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x < 1.$ * Với $x < 0$ ta có (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ -\frac{1}{2} < x\sqrt{x^2 + 3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \frac{1}{2} > -x\sqrt{x^2 + 3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^4 + 3x^2 - \frac{1}{4} < 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 < \frac{-3 + \sqrt{10}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{-3 + \sqrt{10}}{2}} < x < 0.$ Từ hai trường hợp trên ta có nghiệm của bất phương trình là $-\sqrt{\frac{-3 + \sqrt{10}}{2}} < x < 1$.	0,5
Câu 4. (1,0 điểm)	Ta có $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}} = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Thể tích V cần tính là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang cong giới hạn bởi các đường $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}}, y = 0, x = -1, x = 3$ xung quanh Ox. Suy ra $V = \pi \int_{-1}^3 \frac{(x+1)^2}{x^2+3} dx = \pi \int_{-1}^3 \left(1 + \frac{2x}{x^2+3} - \frac{2}{x^2+3}\right) dx$ $= \pi \left(x + \ln x^2+3 \right) \Big _{-1}^3 - 2\pi \int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2+3} = \pi(4 + \ln 3) - 2\pi \int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2+3}. \quad (1)$	0,5
	Tính $I = \int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2+3}$. Đặt $x = \sqrt{3} \tan t$. Khi $x = -1$ thì $t = -\frac{\pi}{6}$, khi $x = 3$ thì $t = \frac{\pi}{3}$ và $dx = \sqrt{3} \frac{dt}{\cos^2 t}. \text{ Suy ra } I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{x^2+3} = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{3(1+\tan^2 t)} \cdot \sqrt{3} \frac{dt}{\cos^2 t} = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} dt = \frac{\sqrt{3}\pi}{6}.$ Thay vào (1) ta được $V = (4 + \ln 3)\pi - \frac{\sqrt{3}\pi^2}{3}$.	0,5
Câu 5. (1,0 điểm)	 Từ giả thiết $\Rightarrow C'D \perp (ABC) \Rightarrow \angle C'AD = \angle(AC', (ABC)) = 45^\circ.$ Sử dụng định lí cosin cho tam giác ABD $\Rightarrow AD = a\sqrt{7} \Rightarrow C'D = AD \tan 45^\circ = a\sqrt{7}.$ Suy ra thể tích lăng trụ $V = C'D \cdot S_{ABC} = a\sqrt{7} \cdot \frac{(3a)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{21}}{4} a^3.$	0,5

	Vì $CC' \parallel BB'$ nên $\angle(BB', AC) = \angle(CC', AC) = \angle ACC'$. (1) Ta có $CC' = \sqrt{C'D^2 + DC^2} = a\sqrt{11}$, $C'A^2 = C'D^2 + AD^2 = 14a^2$ $\Rightarrow \cos \angle ACC' = \frac{CA^2 + CC'^2 - AC'^2}{2CA \cdot CC'} = \frac{1}{\sqrt{11}}$. (2) Từ (1) và (2) suy ra $\cos(BB', AC) = \cos \angle ACC' = \frac{1}{\sqrt{11}}$.	0,5
Câu 6. (1,0 điểm)	Từ giả thiết ta có $16 = 2 + x^2 + 2y + 2\sqrt{(1+x^2)(1+2y)}$ $= 2 + x^2 + 2y + 2\sqrt{1+x^2+2y+2x^2y} \geq 2 + x^2 + 2y + 2\sqrt{1+x^2+2y}$. Từ đó ta có $\sqrt{1+x^2+2y} \leq 3$, hay $x^2 + 2y \leq 8$. Suy ra $y \leq 4 - \frac{x^2}{2}$, $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}$. Khi đó $P \leq x + \frac{y}{x+2} \leq x + \frac{4 - \frac{x^2}{2}}{x+2} = x + \frac{2}{x+2} + \frac{2-x}{2} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{2}{x+2}$. (1)	0,5
	Xét hàm số $f(x) = 1 + \frac{x}{2} + \frac{2}{x+2}$ trên $[0; 2\sqrt{2}]$. Ta có $f'(x) = \frac{x^2 + 4x}{2(x+2)^2} \geq 0, \forall x \in [0; 2\sqrt{2}]$. Suy ra $f(x) \leq f(2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$. (2) Từ (1) và (2) ta có $P \leq 2\sqrt{2}$, dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 2\sqrt{2}$, $y = 0$. Vậy giá trị lớn nhất của P là $2\sqrt{2}$, đạt khi $x = 2\sqrt{2}$, $y = 0$.	0,5
Câu 7.a (1,0 điểm)	 $BC \perp AH \Rightarrow \text{pt } BC : 3x + y - 7 = 0$. $C \in BC \Rightarrow C(c; 7-3c)$, $A \in AH \Rightarrow A(3a+7; a)$. Suy ra trung điểm AC là $M\left(\frac{3a+c+7}{2}; \frac{a-3c+7}{2}\right)$. Do $M \in BM : x + y + 1 = 0 \Rightarrow \frac{3a+c+7}{2} + \frac{a-3c+7}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 2a - c + 8 = 0$. (1)	0,5
	Ta có $BC = \sqrt{(c-4)^2 + (12-3c)^2} = \sqrt{10} c-4$, $AH = d(A, BC) = \frac{ 10a+14 }{\sqrt{10}}$ $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = (c-4)(5a+7) = 16$. (2) Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = -3, c = 2 \\ a = -\frac{2}{5}, c = \frac{36}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-2; -3), C(2; 1) \\ A\left(\frac{29}{5}; -\frac{2}{5}\right), C\left(\frac{36}{5}; -\frac{73}{5}\right) \end{cases}$.	0,5
Câu 8.a (1,0 điểm)	$P \in d_1 \Rightarrow P(p+1, p, 2p+3)$, $Q \in d_2 \Rightarrow Q(q; 2q+2; q+1)$. Suy ra $\overrightarrow{PQ} = (-p+q-1; -p+2q+2; -2p+q-2)$. $PQ \perp d_3 \Rightarrow \vec{u}_3 \cdot \overrightarrow{PQ} = 0 \Leftrightarrow -2(-p+q-1) + 1(-p+2q+2) + 1(-2p+q-2) = 0$ $\Leftrightarrow -p+q+2 = 0$ hay $p = q+2$.	0,5
	Suy ra $PQ^2 = 9 + q^2 + (q+6)^2 = 2q^2 + 12q + 45 = 2(q+3)^2 + 27 \geq 27$. Suy ra $\min PQ = 3\sqrt{3}$ khi $p = -1$, $q = -3$ hay $P(0; -1; 1)$, $Q(-3; -4; -2)$.	0,5
Câu 9.a	Giả sử $z = x + yi$ và điểm biểu diễn số phức z là $M(x; y)$. Ta có $\frac{z+i}{z+1} + \frac{\bar{z}+i}{\bar{z}+1} = \frac{2 z ^2 + z + \bar{z} + i(z + \bar{z}) + 2i}{ z ^2 + z + \bar{z} + 1} = \frac{2(x^2 + y^2) + 2x + 2(x+1)i}{(x+1)^2 + y^2}$.	0,5

(1,0 điểm)	$\frac{z+i}{z+1} + \frac{\bar{z}+i}{\bar{z}+1}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x^2 + y^2) + 2x = 0 \\ (x+1)^2 + y^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4} \\ (x; y) \neq (-1; 0). \end{cases}$ Vậy tập hợp điểm M là đường tròn $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ bỏ đi điểm $(-1; 0)$.	0,5
Câu 7.b (1,0 điểm)	Phương trình chính tắc của $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$). $M \in (E) \Leftrightarrow \frac{12}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1. \quad (1)$ $\angle F_1MF_2 = 90^\circ \Rightarrow MO = \frac{1}{2}F_1F_2 = c \Rightarrow c = 4 \Rightarrow a^2 - b^2 = 16. \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a^2 = 24 \\ b^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow (E): \frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{8} = 1.$	0,5
Câu 8.b (1,0 điểm)	Phương trình $(Oyz): x = 0$. Giả sử d có vtcp $\vec{u}_d(a; b; c)$, ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$). Ta có $d \parallel (Oyz) \Leftrightarrow \begin{cases} K(1; 3; 2) \notin (Oyz) \\ \vec{u}_d \cdot \vec{n}_{Oyz} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1.a = 0 \text{ hay } a = 0$. Suy ra $\vec{u}_d(0; b; c)$ và $\vec{n}_p(1; 1; 1)$. Do $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ nên từ $\tan \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Mà $\sin(d, (P)) = \frac{ b+c }{\sqrt{3} \cdot \sqrt{b^2+c^2}}$ $\Rightarrow \frac{ b+c }{\sqrt{3} \cdot \sqrt{b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow (b-c)^2 = 0 \Leftrightarrow b = c \neq 0$. Chọn $b = c = 1 \Rightarrow \vec{u}_d = (0; 1; 1)$. Suy ra phương trình $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ z = 2 + t. \end{cases}$	0,5
Câu 9.b (1,0 điểm)	Điều kiện: $\begin{cases} x > -1, y > 0 \\ 1 + xy > 0. \end{cases}$ Phương trình thứ nhất của hệ tương đương với $2^x \cdot 3^y + 3^{y+1} = 3^{x+2} + 3 \cdot 6^x$ $\Leftrightarrow (2^x + 3)3^y = (2^x + 3)3^{x+1} \Leftrightarrow 3^y = 3^{x+1} \Leftrightarrow y = x + 1$. Phương trình thứ hai của hệ tương đương với $\log_2(1+x)(1+xy) = \log_2 2y^2 \Leftrightarrow (1+x)(1+xy) = 2y^2$. Từ đó ta được $\begin{cases} y = x + 1 > 0 \\ (1+x)(1+xy) = 2y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 > 0 \\ 1 + xy = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 > 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, y = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}, y = \frac{3-\sqrt{5}}{2}. \end{cases}$	0,5