

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm):

Câu 1: 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số: $y=x^4-2x^2-3$.

2) Tìm m để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt: $2x^2-x^4+\log_2(m^2-m+1)=0$

Câu 2: Giải phương trình: $2 - \tan x = \frac{2\sin^2(x - \frac{\pi}{4})}{\cos x}$

Câu 3: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{x+y} = y+3 \\ x^2 + y^2 + \frac{1}{(x+y)^2} = xy+2 \end{cases}$$

Câu 4: Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3\cos x + 2\sin 2x}{3\sin x - \cos 2x + 2} dx$

Câu 5: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy ABC cân tại A, AB=a và góc $\angle BAC=120^\circ$, hình chiếu vuông góc của B' lên (ABC) là H trung điểm của cạnh BC. Biết góc giữa AB' và mặt phẳng (A'B'C') là 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho, góc giữa B'C và mặt phẳng (ABA').

Câu 6: Cho a, b, c phân biệt thỏa mãn: $a+b+c=1$ và $ab+bc+ca>0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $P = \frac{2}{|a-b|} + \frac{2}{|b-c|} + \frac{2}{|c-a|} + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}$

II. PHẦN RIÊNG(3,0 điểm):Thí sinh chỉ được làm phần A hoặc phần B.

A. Theo chương trình Chuẩn:

Câu 7a:Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường tròn: $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0(C)$ và $x^2 + y^2 - 16x + 8y + 28 = 0(C')$. Viết phương trình đường thẳng qua A(4;2) cắt các đường tròn trên theo các dây cung có độ dài bằng nhau.

Câu 8a:Trong không gian Oxyz hãy lập phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q): $x+2y+z-1=0$, cắt mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$ theo đường tròn có chu vi là $\pi\sqrt{30}$.

Câu 9a: Cho số phức z có phần thực dương thỏa mãn: $|z|=\sqrt{5}$ và $|z-2+3i|=4$. Tính: $A=\left|\frac{13z+1}{z-2}\right|$

B. Theo chương trình Nâng cao:

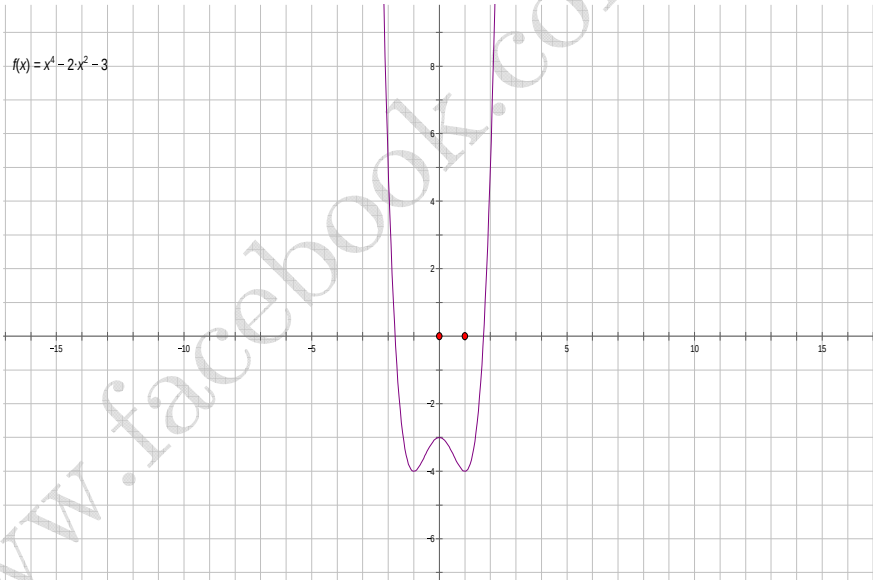
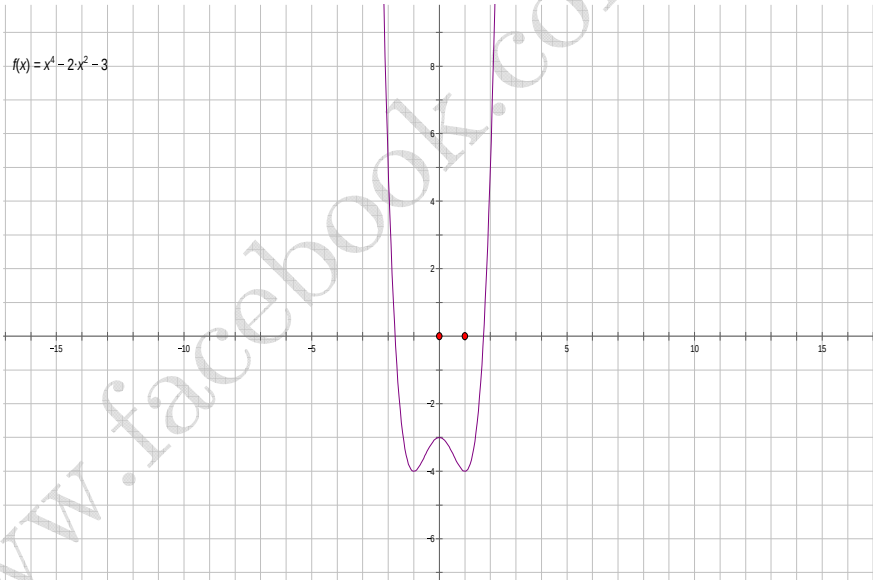
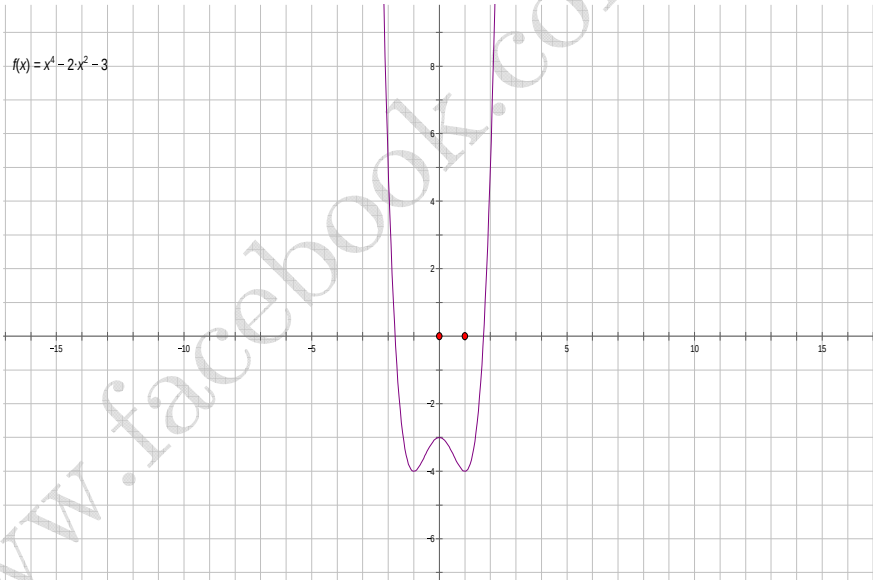
Câu 7b: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn: $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0(C)$ và đường thẳng $\Delta: x+y+4=0$. M thay đổi trên Δ , MA và MB là các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) (A, B là các tiếp điểm). Tìm C cố định mà đường thẳng AB luôn đi qua khi M thay đổi trên Δ .

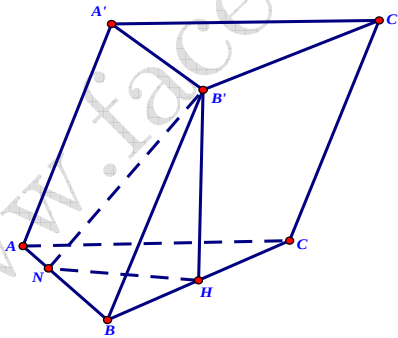
Câu 8b: Trong không gian Oxyz cho $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{4}$ và A(2;3;1). Viết phương trình đường thẳng d qua A,

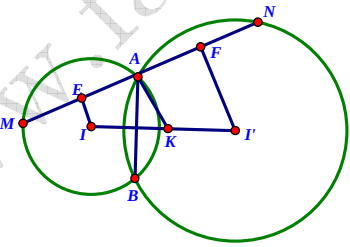
cắt Δ tại B có tọa độ là những số nguyên và tạo với Δ góc có cosin bằng $\frac{6}{\sqrt{58}}$.

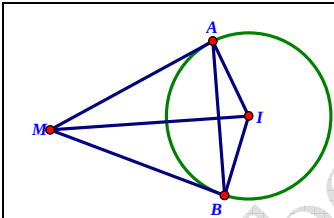
Câu 9b: Tìm m để đường thẳng $y=2x+m$ (Δ) cắt đồ thị $y=\frac{x^2}{x-1}$ (C) tại A, B phân biệt sao cho AB có độ dài ngắn nhất.

Chú ý:Mỗi câu nhỏ 1 điểm, thí sinh không dùng tài liệu và giám thị không giải thích gì thêm.

Câu	Nội dung																								
Câu1.1	* Tập xác định: $\mathbb{R}$ * Sự biến thiên: +) $y'=4x^3-4x=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm 1$ Hàm số đb trên: $(-1;0)$, $(1;+\infty)$. Hàm số nb trên: $(-\infty;-1)$, $(0;1)$ Điểm cđ: $(0;-3)$. Điểm ct: $(\pm 1;-4)$ +) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} = +\infty$. +) Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-4</td><td>-3</td><td>-4</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$		-4	-3	-4		$+\infty$	0,5
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$																	
y	$-\infty$		-4	-3	-4		$+\infty$																		
	<table><tr><td> * Đồ thị: Điểm cắt Ox: $(\pm \sqrt{3};0)$. Điểm uốn: $(\pm \frac{1}{\sqrt{3}};-\frac{32}{9})$ $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ </td><td>0,25</td></tr></table>	* Đồ thị: Điểm cắt Ox: $(\pm \sqrt{3};0)$. Điểm uốn: $(\pm \frac{1}{\sqrt{3}};-\frac{32}{9})$ $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ 	0,25																						
* Đồ thị: Điểm cắt Ox: $(\pm \sqrt{3};0)$. Điểm uốn: $(\pm \frac{1}{\sqrt{3}};-\frac{32}{9})$ $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ 	0,25																								
Câu1.2	+) Pt tương đương: $x^4-2x^2-3=\log_2(m^2-m+1)-3$. Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow (C)$ cắt đt $y=\log_2(m^2-m+1)-3$ tại 4 điểm phân biệt	0,25																							
	+) Căn cứ (C) ta phải có: $-4<\log_2(m^2-m+1)-3<-3$	0,25																							
	$\Leftrightarrow -1<\log_2(m^2-m+1)<0 \Leftrightarrow 0,5 < m^2-m+1 < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1$. Vậy: $0 < m < 1$.	0,5																							

Câu 2	+) Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$	0,25
	+) Khi đó pt đã cho $\Leftrightarrow (\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	0,5
	+) Đối chiếu với đ/k ta có nghiệm: $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.	0,25
Câu 3	+) Điều kiện: $x+y \neq 0$. Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} (x-y) + (x + \frac{1}{x+y}) = 3 \\ (x-y)^2 + (x + \frac{1}{x+y})^2 - (x-y)(x + \frac{1}{x+y}) = 3 \end{cases}$	0,25
	+) Đặt : $a=x-y, b=x+\frac{1}{x+y}$. Giải hệ: $\begin{cases} a+b=3 \\ a^2+b^2-ab=3 \end{cases}$ Ta được: $a=1, b=2$ hoặc $a=2, b=1$.	0,25
	+) Với $a=1, b=2$: Giải ra được các nghiệm: $(1;0), (\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$	0,25
	+) Với $a=2, b=1$: Hệ vô nghiệm. Vậy hệ có 2 nghiệm $(x;y): (1;0), (\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$.	0,25
Câu 4	+) Đặt $t = \sin x$, đưa được về: $I = \int_0^1 \frac{3+4t}{2t^2+3t+1} dt$	0,5
	+) $I = \int_0^1 \frac{1}{t+1} dt + \int_0^1 \frac{2}{2t+1} dt = \ln 6$	0,5
Câu 5		
	+) Góc giữa AB' và $(A'B'C')$ là $\angle B'AH$ (do $(ABC) \parallel (A'B'C')$). $AH = 0,5a$ suy ra: $B'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.	0,25

	+) $dt(ABC) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $V_{ABC.A'B'C'} = B'H.dt(ABC) = \frac{3a^3}{8}$	0,25
	+) Gọi E là hình chiếu C lên (ABA') suy ra: $\varphi = \angle CB'E$ là góc cần tìm. Ta có: $\sin \varphi = CE/CB'$, $CE = d(C; (ABA')) = 2.d(H; (ABA'))$, do H trung điểm của BC.	0,25
	+) Kẻ $HN \perp AB$, $HK \perp NB'$, cm được: $KH = d(H; (ABA'))$. Tính được: $\sin \varphi = \sqrt{\frac{2}{5}}$. Vậy $\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{2}{5}}$	0,25
Câu 6	+) Không mất tq giả sử $a > b > c$ ta có: $P = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{a-c} + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}$. Ta có: $m, n > 0$ thì $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \geq \frac{4}{m+n} \geq \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{m^2+n^2}}$ (1), dấu "=" có khi và chỉ khi $m=n$. Áp dụng (1): $P = 2\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c}\right) + \frac{2}{a-c} + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}} \geq \frac{10}{a-c} + \frac{10}{2\sqrt{ab+bc+ca}}$ $\geq \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{(a+c)(a+c+4b)}} = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{(1-b)(1+3b)}} \quad (2)$	0,5
	+) Mặt khác: $3(1-b)(1+3b) = (3-3b)(1+3b) \leq \frac{1}{4}(3-3b+1+3b)^2 = 4$ suy ra: $\sqrt{(1-b)(1+3b)} \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$. Kết hợp (2) ta có: $P \geq 10\sqrt{6}$. Dấu "=" có khi và chỉ khi: $\begin{cases} a-b=b-c \\ a-c=2\sqrt{ab+bc+ca} \\ 3-3b=1+3b \\ a+b+c=1(a>b>c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{2+\sqrt{6}}{6} \\ b=\frac{1}{3} \\ c=\frac{2-\sqrt{6}}{6} \end{cases} \quad \text{. Vậy: } \min P = 10\sqrt{6}.$	0,5
Câu 7a	+) I(2;2) tâm (C), R=2. I'(8;-4) là tâm (C'), R'=2$\sqrt{13}$ A(4;2), B(2;0) là các giao điểm của (C) và (C'). Đường thẳng qua A, B có pt: $x-y-2=0$ là một trường hợp cần tìm.	0,5
	 +) Giả sử Δ qua A, cắt (C) và (C') tại M, N (khác B) và $AM=AN$. Gọi K, E, F là trung điểm II', AM, AN suy ra Δ qua A và vuông góc KA. Pt Δ là: $x-3y+2=0$. Kết luận: Có 2 đường thẳng thỏa mãn YCBT là: $x-y-2=0$, $x-3y+2=0$.	0,5
Câu 8a	+) (S) có tâm I(1;1;1) và bán kính R=3. Đường tròn do (P) cắt (S) có chu vi $\pi\sqrt{30}$ có bán kính $r = \sqrt{\frac{15}{2}}$.	0,25

	+) Khoảng cách từ I đến (P) là: $d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$.	0,25
	+) Mặt phẳng (P) do song song (Q) nên có dạng: $x+2y+z+m=0$ (P). $d = \frac{ m+4 }{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -7 \end{cases}$	0,25
	+) Giá trị $m=-1$ bị loại do (P) trùng (Q). Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x+2y+z-7=0$.	0,25
Câu9a	+) Gọi $z=a+bi$, a và b là các số thực. Theo gt ta có: $\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ (a-2)^2 + (b+3)^2 = 16 \end{cases}$	0,25
	+) Giải hệ trên được: $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$ (thỏa mãn), $\begin{cases} a = -\frac{22}{13} \\ b = -\frac{19}{13} \end{cases}$ (loại)	0,25
	+) Vậy $z=2+i$ suy ra: $A = 13 - 27i = \sqrt{898}$.	0,5
Câu7b	+) $I(1;1)$, $R=2$, $d(I; \Delta) = \frac{6}{\sqrt{2}} > R$ suy ra Δ và (C) không có điểm chung.	0,25
	+) Gọi $M(m; -m-4) \in \Delta$. Tính được: $MA^2 = MB^2 = 2m^2 + 8m + 22$. Đường tròn (C') tâm M bán kính MA có pt: $(x-m)^2 + (y+m+4)^2 = 2m^2 + 8m + 22$.	0,25
	+) Lấy pt (C) và pt (C') trừ về theo về được pt đường thẳng qua AB là: $(m-1)x - (m+5)y + 2 = 0$ (AB).	0,25
	 +) Gọi $C(x_0; y_0)$ là điểm mà AB luôn đi qua, ta có: $(m-1)x_0 - (m+5)y_0 + 2 = 0$ với mọi m. Suy ra: $C(\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$	0,25
Câu8b	+) Gọi $B(1+2t; -1+3t; 4t) \in \Delta$. Ta có: $\vec{u} = (2; 3; 4)$ là VTVP của Δ và $\vec{AB} = (2t-1; 3t-4; 4t-1)$.	0,25
	+) Gọi φ là góc giữa d và Δ , theo gt ta có: $\cos \varphi = \frac{6}{\sqrt{58}} = \frac{ 29t-18 }{\sqrt{29} \cdot \sqrt{29t^2 - 36t + 18}}$. Giải ra ta chỉ nhận $t=0$ do tọa độ B nguyên. Vậy $B(1; -1; 0)$	0,5
	+) Đường thẳng cần tìm qua A, B nên có phương trình: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{1}$ (d)	0,25
Câu9b	+) Δ cắt (C) tại A, B phân biệt khi và chỉ khi pt: $x^2 + (m-2)x - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$	0,5
	+) Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Suy ra: $AB^2 = 5m^2 + 20 \geq 20$. Dấu "=" có khi và chỉ khi $m=0$. Kết luận: $m=0$.	0,5