

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
b) Gọi A, B là các điểm ở trên (C) để các tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau và $OA = OB$.
Tính độ dài đoạn AB.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $2\sin x = \frac{1}{2} + \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Câu 3 (1,0 điểm) Giải bất phương trình $\sqrt[4]{1-x} \leq 4 - \sqrt{x+19}$.

Câu 4 (1,0 điểm) Xác định hàm số $F(x) = (a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)e^x$. Biết $F'(x) = (3x^2 + 4x - 1)e^x$, với mọi x.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi và $AB = BD = a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên đáy là trọng tâm G của tam giác ABD, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD).

Câu 6 (1,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b + c - \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3}{2}} + \sqrt[3]{\frac{b^3 + c^3}{2}} + \sqrt[3]{\frac{c^3 + a^3}{2}} \right)$, với mọi số dương a, b và c thỏa mãn điều kiện $ab + bc + ca = 3abc$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm) Trong mặt phẳng (Oxy), cho đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$. Qua điểm A thuộc d kẻ hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ tại B và C. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Tìm tọa độ của điểm A, biết đoạn AG bằng 2.

Câu 8.a (1,0 điểm) Trong không gian (Oxyz), cho các điểm $A(1; 2; 3), B(-2; -1; 3)$. Tìm tọa độ các điểm C ở trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) để tam giác ABC đều.

Câu 9.a (1,0 điểm) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên, mỗi số có bốn chữ số khác nhau được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Tính số phần tử của S. Từ S chọn ngẫu nhiên một số, tính xác suất để số được chọn là số lẻ và số lẻ đó có mặt chữ số 5.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm) Trong mặt phẳng (Oxy), cho hình vuông ABCD và $BD: -2x + y + 2 = 0$; hai đường thẳng AB, AD lần lượt đi qua $M(-3; 2), N(-1; 6)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B. Biết đỉnh B có hoành độ dương.

Câu 8.b (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao là h và đáy ABC là tam giác vuông cân với $CA = CB = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC và A'B. Tính h theo a để MN vuông góc với A'B.

Câu 9.b (1,0 điểm) Tìm hệ số của x^9 trong khai triển $(x^2 - 2x)^n$. Biết $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 37$, trong đó C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử.

... Hết ...

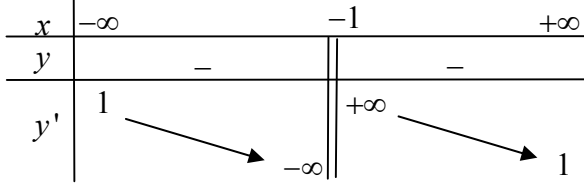
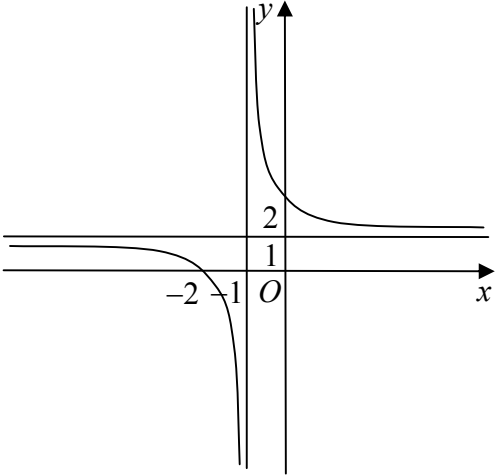
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

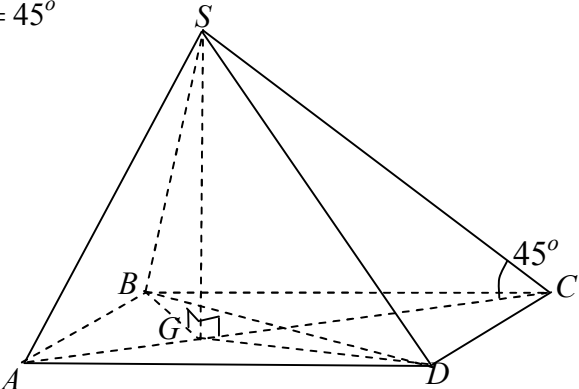
Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1:

Chữ ký của giám thị 2:

Câu-Y	NỘI DUNG	Điểm
Câu 1 Ý a (1,0điểm)	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.	0,25 đ
	Sự biến thiên: Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN.	
	$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty \Rightarrow x = -1$ là TCD. BBT: $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0; \forall x \neq -1$.	0,25 đ
	 Suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.	0,25 đ
	Đồ thị:	0,25 đ
		
Câu 1 Ý b (1,0điểm)	Ta có: 2 tiếp tuyến của (C) tại A, B // thì $-\frac{1}{(x_A+1)^2} = -\frac{1}{(x_B+1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B \text{ (kth)} \\ x_A + x_B = -2 \end{cases}$.	0,25 đ
	$y_B^2 - y_A^2 = \left(1 + \frac{1}{x_B+1}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{x_A+1}\right)^2 = 2\left(\frac{x_A - x_B}{(x_A+1)(x_B+1)}\right), x_A^2 - x_B^2 = -2(x_A - x_B)$.	0,25 đ
	Nên $OA^2 = OB^2 \Leftrightarrow x_A^2 - x_B^2 = y_B^2 - y_A^2 \Leftrightarrow (x_A+1)(x_B+1) = -1 \Leftrightarrow x_A x_B = 0$.	0,25 đ
	Suy ra: A(0;2), B(-2;0) hoặc A(-2;0), B(0;2). Vậy: $AB = 2\sqrt{2}$.	0,25 đ
Câu 2 (1,0điểm)	Phương trình đã cho tương đương với: $2 \sin x = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin \frac{\pi}{6}$.	0,25 đ
	$2 \sin x = 2 \sin x \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \sin x \left[\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1\right] = 0$.	0,25 đ
	Ta có $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.	0,25 đ
	Và $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$. Vậy nghiệm phương trình là $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = k\pi$.	0,25 đ

Câu 3 (1,0điểm)	Đặt $t = \sqrt[4]{1-x}$. Ta có: BPT đã cho trở thành $t \leq 4 - \sqrt{20-t^4}$.	0,25 đ
	Nên $\sqrt{20-t^4} \leq 4-t \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq \sqrt[4]{20} \\ t^4 + t^2 - 8t - 4 \geq 0 \end{cases}$.	0,25 đ
	Do đó $\begin{cases} t \leq \sqrt[4]{20} \\ (t-2)(t^3 + 2t^2 + 5t + 2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq \sqrt[4]{20} \\ t \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq t \leq \sqrt[4]{20}$.	0,25 đ
	Suy ra: $2 \leq \sqrt[4]{1-x} \leq \sqrt[4]{20} \Leftrightarrow -19 \leq x \leq -15$. Vậy nghiệm của BPT là $-19 \leq x \leq -15$.	0,25 đ
Câu 4 (1,0điểm)	Ta có $F'(x) = \left[(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n) + (a_1 + 2a_2x + \dots + na_nx^{n-1}) \right] e^x \Rightarrow n = 2$.	0,25 đ
	Vậy $F(x) = (a_0 + a_1x + a_2x^2)e^x \Rightarrow F'(x) = ((a_0 + a_1) + (2a_2 + a_1)x + a_2x^2)e^x$.	0,25 đ
	Do đó $a_2 = 3, 2a_2 + a_1 = 4, a_1 + a_0 = -1$.	0,25 đ
	Suy ra $a_2 = 3, a_1 = -2, a_0 = 1$. Kết luận $F(x) = (3x^2 - 2x + 1)e^x$.	0,25 đ
Câu 5 (1,0điểm)	Ta có: $SG \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SCG} = 45^\circ$ $S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. 	0,25 đ
	$CG = \frac{2}{3}AC = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. KL: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{3}$.	0,25 đ
	Ta có $\widehat{CDG} = 90^\circ \Rightarrow CD \perp SD$. Nên $GD = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SD = \frac{a\sqrt{15}}{3} \Rightarrow S_{\Delta SCD} = \frac{a^2\sqrt{15}}{6}$.	0,25 đ
	$V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$. Kết luận: $d(A, (SCD)) = \frac{3V_{S.ACD}}{S_{\Delta SCD}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.	0,25 đ
Câu 6 (1,0điểm)	$\sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}} = \frac{1}{2(a+b)} \sqrt[3]{(a+b)^4(4a^2-4ab+4b^2)}$. Áp dụng BĐT TBC&TBN, ta có	0,25 đ
	$3\sqrt[3]{(a+b)^4(4a^2-4ab+4b^2)} \leq 2(a+b)^2 + (4a^2-4ab+4b^2) \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}} \leq \frac{a^2+b^2}{a+b}$.	0,25 đ
	Suy ra $P \geq a+b+c - \frac{1}{2} \left(\frac{a^2+b^2}{a+b} + \frac{b^2+c^2}{b+c} + \frac{c^2+a^2}{c+a} \right)$	0,25 đ
	$\frac{1}{2} \left(a+b - \frac{a^2+b^2}{a+b} \right) = \frac{ab}{a+b} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^{-1} \Rightarrow P \geq \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right)^{-1}$.	0,25 đ
Câu 6 (1,0điểm)	Mặt khác $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right) = 6$, do đó:	0,25 đ
	$P \geq \frac{1}{6} \left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right)^{-1} \right) \left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right) \right) \geq \frac{1}{6} 3 \cdot 3 = \frac{3}{2}$.	0,25 đ
	Mà $a=b=c=1 \Rightarrow P = \frac{3}{2}$. Kết luận: giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{3}{2}$.	0,25 đ

Câu 7.a (1,0điểm)	(C) có tâm $I(2;1), R=2$. Gọi H là giao của AI và BC $\Rightarrow AH = \frac{3}{2} AG = 3$	0,25 đ
	Đặt $t = AI, t > 0$. Ta có $AB^2 = t^2 - 4, AH \cdot AI = AB^2, AH = 3$	0,25 đ
	Suy ra $t^2 - 4 = 3t \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 4(th)(t = -1(kth))$.	0,25 đ
	$A \in d \Leftrightarrow A(a; a+3)$, ta có $IA^2 = 16 \Leftrightarrow (a-2)^2 + (a+2)^2 = 16 \Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow a = \pm 2$ Vậy: $A(2;5)$ và $A(-2;1)$	0,25 đ
Câu 8.a (1,0điểm)	Ta có $C \in (Oxy) \Leftrightarrow C(a;b;0); CA^2 = CB^2 = AB^2$.	0,25 đ
	Do đó $(a-1)^2 + (b-2)^2 + 9 = (a+2)^2 + (b+1)^2 + 9 = 18$.	0,25 đ
	Suy ra $a = -b$, nên $2b^2 - 2b - 4 = 0 \Leftrightarrow b \in \{-1; 2\}$.	0,25 đ
	Kết luận $C(1;-1;0)$ và $C(-2;2;0)$.	0,25 đ
Câu 9.a (1,0điểm)	Mỗi số cần tìm là một chỉnh hợp chập 4 của 7.	0,25 đ
	Do đó số phần tử của S là $A_7^4 = 7.6.5.4 = 840$.	0,25 đ
	Gọi A là biến cố cần tìm, ta có $n(A) = \Omega_A = A_6^3 + 3.3.A_5^2 = 300$.	0,25 đ
	Kết luận xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{300}{840} = \frac{5}{14}$.	0,25 đ
Câu 7.b (1,0điểm)	Ta có $d(M, BD) = 2\sqrt{5} \Rightarrow MB = 2\sqrt{10}$.	0,25 đ
	$B \in BD \Leftrightarrow B(b; 2b-2); MB^2 = 40 \Leftrightarrow 5b^2 - 10b - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1(kth) \\ b = 3(th) \end{cases}; B(3;4)$	0,25 đ
	AD qua $N(-1;6)$ có VTPT $\overrightarrow{BM} = (-6; -2)$ hoặc $\vec{n} = (3;1) \Rightarrow AC: 3x + y - 3 = 0$. AB qua $M(-3;2)$ có VTPT $\vec{n} = (-1;3) \Rightarrow AB: -x + 3y - 9 = 0$.	0,25 đ
	Tọa độ A: $\begin{cases} -x + 3y = 9 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$. Vậy $A(0;3)$.	0,25 đ
Câu 8.b (1,0điểm)	Ta có $BM^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$ và $A'B^2 = 2a^2 + h^2 \Rightarrow BN^2 = \frac{A'B^2}{4} = \frac{2a^2 + h^2}{4}$.	0,50 đ
	Gọi H là trung điểm AB, ta có $MN^2 = \frac{a^2 + h^2}{4}$.	0,25đ
	Vậy: $MN \perp A'B \Leftrightarrow BM^2 = MN^2 + NB^2 \Leftrightarrow \frac{5a^2}{4} = \frac{2a^2 + h^2}{4} + \frac{a^2 + h^2}{4} \Leftrightarrow h = a$.	0,25đ
Câu 9.b (1,0điểm)	Ta có $1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 37 \Leftrightarrow n^2 + n - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8(th) \\ n = -9(kth) \end{cases}$.	0,25 đ
	Mà $(x^2 - 2x)^8 = \sum_{k=0}^8 (-1)^k 2^k C_8^k x^{16-k}$. Do đó $16 - k = 9 \Leftrightarrow k = 7$.	0,50 đ
	Kết luận hệ số của x^9 cần tìm là $(-1)^7 2^7 C_8^7 = -1024$.	0,25 đ

...HẾT...

HƯỚNG DẪN CHẤM:

- Học sinh có lời giải khác với đáp án chấm thi nếu có lập luận đúng dựa vào SGK hiện hành và có kết quả chính xác đến ý nào thì cho điểm tối đa ở ý đó; chỉ cho điểm đến phần học sinh làm đúng từ trên xuống dưới và **phần làm bài sau không cho điểm**. Điểm toàn bài thi không làm tròn số.
- Điểm ở mỗi ý nhỏ cần thảo luận kỹ để được chấm thống nhất. Tuy nhiên, **điểm trong từng câu và từng ý không được thay đổi**.