

I. PHẦN CHUNG: (7 điểm)

Câu 1. (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x-4}{x-2}$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Viết phương trình đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B có tọa độ là các số nguyên và diện tích tam giác OAB bằng 5.

Câu 2. (1 điểm) Giải phương trình $2\sin^3 x - \cos 2x + \cos x = 0$

Câu 3. (1 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 2xy + 6y - 3 = 0 \\ \sqrt{x+2y+1} + \sqrt[3]{x-2y+2} = 3 \end{cases}$$

Câu 4. (1 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\cos x + \sin x)}{\cos^2 x} dx$

Câu 5. (1 điểm) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều; mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAB vuông tại S, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = a$. Gọi K là trung điểm của đoạn AC. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SK theo a.

Câu 6. (1 điểm) Cho $a, b, c \geq 0$. Chứng minh: $4(\sqrt{a^3b^3} + \sqrt{b^3c^3} + \sqrt{c^3a^3}) \leq 4c^3 + (a+b)^3$

II. PHẦN RIÊNG: (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn:

Câu 7a. (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có A(1;7), điểm M(7;5) thuộc đoạn BC, điểm N(4;1) thuộc đoạn CD. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông ABCD.

Câu 8a. (1 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - y + 2z + 6 = 0$

và hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3 \end{cases}$; $(d_2): \begin{cases} x = 5 + 9t' \\ y = 10 - 2t' \\ z = 1 - t' \end{cases}$. Lập phương trình đường thẳng (Δ)

cắt (d_1) tại A, cắt (d_2) tại B sao cho đường thẳng (Δ) song song với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ (Δ) đến (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{6}}$.

Câu 9a. (1 điểm) Tìm số tự nhiên n, biết hệ số của số hạng thứ 3 theo số mũ giảm dần của x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{3}\right)^n$ bằng 4.

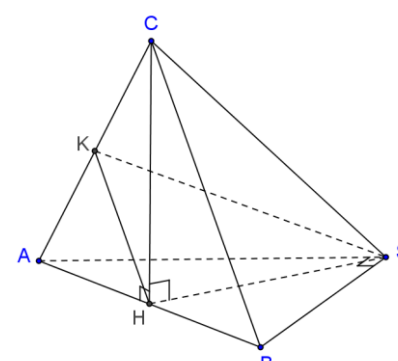
B. Theo chương trình nâng cao:

Câu 7b. (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng (d): $4x - 3y + 8 = 0$, (d'): $4x + 3y + 2 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 20x - 2y + 20 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') tiếp xúc với (C) và đồng thời tiếp xúc với đường thẳng (d) và (d').

Câu 8b. (1 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d): $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 2 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên (d), tiếp xúc với mặt phẳng (P) và đi qua điểm A(2;-1;0).

Câu 9b. (1 điểm) Tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức thỏa điều kiện: $2|z+1| = |z-\bar{z}-2|$.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC NĂM 2014
MÔN THI: TOÁN - KHỐI A, A1, B, D

Câu 1. (2đ) 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số: Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ $y' = \frac{2}{(x-2)^2} > 0, \forall x \in D$ TCD : $x = 2$, TCN: $y = 1$ (có lập luận) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ Bảng biến thiên (thiếu một ý : -0,25) Vẽ đồ thị :	0.25 0.25 0.25 0.25	TH2: $2y = \sqrt{x} + 1 : (2) \Leftrightarrow \sqrt{x + \sqrt{x} + 2} + \sqrt[3]{x - \sqrt{x} + 1} = 3$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x + \sqrt{x} + 2} - 2) + (\sqrt[3]{x - \sqrt{x} + 1} - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x + \sqrt{x} - 2}{\sqrt{x + \sqrt{x} + 2} + 2} + \frac{x - \sqrt{x}}{(\sqrt[3]{x - \sqrt{x} + 1})^2 + \sqrt[3]{x - \sqrt{x} + 1} + 1} = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 1 = 0 \\ \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x + \sqrt{x} + 2} + 2} + \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt[3]{x - \sqrt{x} + 1})^2 + \sqrt[3]{x - \sqrt{x} + 1} + 1} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 3$ Nghiệm của hệ pt là: $(1; 1); (3; \frac{5}{2}); (3; -\frac{3}{2}); (3; 16)$	0.25
2) (d) cắt (C) tại điểm có tọa độ là số nguyên $(C): y = 1 - \frac{2}{x-2} \Rightarrow x-2 \in \{-1; 1; -2; 2\} \Rightarrow x \in \{1; 3; 0; 4\}$ Điểm có tọa độ nguyên: $(0; 2), (1; 3), (3; -1), (4; 0)$ Thử lại: nhận $A(1; 3)$ và $B(3; -1)$ Đường thẳng (d) qua A và có vtcp $\overline{AB} = (2; -4)$ $\Rightarrow (d): 2x + y - 5 = 0$	0.25 0.25 0.25 0.25	Câu 4. (1đ) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\cos x + \sin x)}{\cos^2 x} dx$ Đặt $\begin{cases} u = \ln(\cos x + \sin x) \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx \\ \text{chọn } v = 1 + \tan x = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x} \end{cases}$ $\Rightarrow I = (1 + \tan x) \ln(\cos x + \sin x) \Big _0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(1 - \frac{\sin x}{\cos x}\right) dx$ $= \ln 2 - (x + \ln(\cos x)) \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{3}{2} \ln 2 - \frac{\pi}{4}$	0.25 x2 0.25 x2
Câu 2. (1đ) $2 \sin^3 x - \cos 2x + \cos x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \sin^3 x + 2 \sin^2 x - 1 + \cos x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \sin^2 x (\sin x + 1) - (1 - \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow (1 - \cos x) [2(1 + \cos x)(\sin x + 1) - 1] = 0$ $\Leftrightarrow (1 - \cos x) [2(\sin x + \cos x) + 2 \sin x \cos x + 1] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \cos x = 0 \\ 2(\sin x + \cos x) + 2 \sin x \cos x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$	0.25 0.25 0.25 x2	Câu 5. (1đ) ΔSAB vuông tại $S \Rightarrow AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = 2a$ $\Rightarrow \Delta ABC$ đều cạnh $2a$; H là trung điểm của AB; $\Rightarrow CH \perp (SAB)$ tại H và $CH = a\sqrt{3}$ $\Rightarrow V_{S.ABC} = V_{C.SAB} = \frac{1}{3} CH \cdot S_{SAB} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3}{2}$ C/m được: $BC \parallel (SHK)$ $\Rightarrow d[BC; SK] = d[BC; (SHK)]$ $= d[B; (SHK)] = d[A; (SHK)]$ $V_{ASHK} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} = \frac{a^3}{8};$ $SK = \frac{a\sqrt{10}}{2}; HK = SH = a \Rightarrow S_{SHK} = \frac{\sqrt{15} a^2}{8}$ $\Rightarrow d[S; (SHK)] = \frac{3V_{ASHK}}{S_{SHK}} = \frac{3a^3}{8} \cdot \frac{8}{\sqrt{15} a^2} = \frac{\sqrt{15}}{5} a$	0.25 0.25 0.25
Câu 3. (1đ) $\begin{cases} x + x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 2xy + 6y - 3 = 0 & (1) \\ \sqrt{x + 2y + 1} + \sqrt[3]{x - 2y + 2} = 3 & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + 2y + 1 \geq 0 \end{cases}$ $(1) \Leftrightarrow (x-3)(\sqrt{x} + 1 - 2y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2y = \sqrt{x} + 1 \end{cases}$ TH1: $x = 3 : (2) \Leftrightarrow \sqrt{2y + 4} + \sqrt[3]{5 - 2y} = 3$ Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{2y + 4} \\ v = \sqrt[3]{5 - 2y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u + v = 3 \\ u^2 + v^3 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 3; v = 0 \Rightarrow y = \frac{5}{2} \\ u = 1; v = 2 \Rightarrow y = -\frac{3}{2} \\ u = 6; v = -3 \Rightarrow y = 16 \end{cases}$	0.25 0.5		0.25 0.25

Câu 6. (1đ) Xét $f(c) = 4c^3 + (a+b)^3 - 4(\sqrt{a^3b^3} + \sqrt{b^3c^3} + \sqrt{c^3a^3})$ với $c \in [0; +\infty)$ $f'(c) = 12c^2 - 6\sqrt{b^3c} - 6\sqrt{ca^3}$ Lập BBT $\Rightarrow \min_{c \in [0; +\infty)} f(c)$ khi $c = \sqrt[3]{\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{2}\right)^2}$ $f\left(\sqrt[3]{\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{2}\right)^2}\right) = 3ab(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ Vậy $f(c) \geq 0$	0.25 0.25 0.25 0.25	Câu 7b. (1đ) (C) có tâm $I(10;1)$, bán kính $R = 9$ Ta có: $d[I; (d_1)] = d[I; (d_2)] = R = 9$ $\Rightarrow$ (C) tiếp xúc (d_1) và (d_2) $(d_1) \cap (d_2) = J \Rightarrow J\left(-\frac{5}{4}; 1\right) \Rightarrow (IJ) : y - 1 = 0$ Gọi I' là tâm của $(C') \Rightarrow I'(t; 1) \in IJ; t > -\frac{4}{5}$ Bán kính $R' = d[I'; (d_1)] = \frac{4t+5}{5}$ (C') tiếp xúc (d_1), (d_2) và (C) thì chỉ có trường hợp (C') tiếp xúc ngoài (C) $\Leftrightarrow II' = R + R' \Leftrightarrow t - 10 = 9 + \frac{4t+5}{5}$ $\Leftrightarrow 9t(t - 100) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 100 \end{cases}$ $t = 0 \Rightarrow (C') : x^2 + (y - 1)^2 = 1;$ $t = 100 \Rightarrow (C') : (x - 100)^2 + (y - 1)^2 = 6561$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu 7a. (1đ) Gọi AB: $a(x - 1) + b(y - 7) = 0$ (vtpt $\vec{n}_{AB} = (a; b)$ ($a^2 + b^2 > 0$)) $\Rightarrow$ AD: $b(x - 1) - a(y - 7) = 0$ ABCD là hình vuông $\Rightarrow d[N; AB] = d[M; AD]$ $\Leftrightarrow \frac{ 3a - 6b }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 6b + 2a }{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0, b \neq 0 \\ a = 12b \end{cases}$ TH1: $a = 0, b \neq 0$. AB: $y = 7$; BC: $x = 7$; CD: $y = 1$; AD: $x = 1$ $\Rightarrow B(7;7); C(1;7); D(1;1)$. TH2: $a = 12b, b \neq 0$. AB: $12x + y = 19$; BC: $x - 12y + 53 = 0$. $\Rightarrow B\left(\frac{35}{29}; \frac{131}{29}\right); AB = \frac{6\sqrt{145}}{29} < \frac{14\sqrt{145}}{29} = BM$ (Vô lý) Vậy: $B(7;7); C(1;7); D(1;1)$.	0.25 0.25 x2 0.25	Câu 8b. (1đ) $I(1+t; -2+t; t); d[I; (P)] = IA \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{7}{13} \end{cases}$ $t = 1 : (S) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$ $t = \frac{7}{13} : (S) : \left(x - \frac{20}{13}\right)^2 + \left(y + \frac{19}{13}\right)^2 + \left(z - \frac{7}{13}\right)^2 = \frac{121}{169}$	0.25 0.25 x2 0.25 0.25
Câu 8a. (1đ) $A \in (d_1) \Rightarrow A(2+t; -1+2t; -3); d[A; (P)] = \frac{3}{\sqrt{6}} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 6 \end{cases}$ $t = 0 \Rightarrow A(2; -1; 3); B(3+9t'; 11-2t'; 4-t')$ $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow t' = 0 \Leftrightarrow (\Delta) : \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{11} = \frac{z+3}{4}$ $t = 6 \Rightarrow A(8; 11; -3); B(3+9t'; 11-2t'; 4-t')$ $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow t' = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow (\Delta) : \frac{x-8}{-27} = \frac{y-11}{1} = \frac{z+3}{14}$	0.25 x2 0.25 0.25	Câu 9b. (1đ) Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa: $2 z+1 = z - \bar{z} - 2$ $\Leftrightarrow 2 x + yi + 1 = x + yi - (x - yi) - 2$ $\Leftrightarrow 2 x + 1 + yi = -2 + 2yi$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2y)^2}$ $\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$	0.25 0.25 0.25
Câu 9a. (1đ) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^n = C_n^0 \left(-\frac{1}{3}\right)^0 x^n + C_n^1 \left(-\frac{1}{3}\right)^1 x^{n-1} + C_n^2 \left(-\frac{1}{3}\right)^2 x^{n-2} + \dots + C_n^n \left(-\frac{1}{3}\right)^n x^0$ Số hạng thứ 3 yheo số mũ giảm dần của x là: $C_n^2 \left(-\frac{1}{3}\right)^2 x^{n-2}$ $\Rightarrow C_n^2 \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!2!9} = 4$ $\Leftrightarrow n(n-1) = 72 \Leftrightarrow n = 9$	0.25 0.25 0.25 0.25	Vậy tập hợp các điểm M cần tìm là hai đường thẳng: $x = 0$ và $x = -2$	0.25