

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - (m+1)x^2 + 2m + 1$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi $m = 1$.

b) Cho $I\left(0; -\frac{5}{2}\right)$. Tìm m để (C_m) có điểm cực đại là A , hai điểm cực tiểu là B và C sao cho tứ giác $ABIC$ là hình thoi.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sin 4x + 2\sin^3 x = \sin x + \sqrt{3} \cos x \cos 2x$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} y^4 - (x-2)y^2 - x - 4 = 0 \\ x^3 + 3x^2 + 4x = 2(4y^3 + y - 1) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{1+\sqrt{4-3x}}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$ xung quanh trục hoành.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 6a$, $AB = 3a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MS = \frac{1}{2}MC$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a và cosin của góc giữa hai đường thẳng SB và AM .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + (3x-2)(y-1) = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x + y + 8\sqrt{4-x-y}$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần a hoặc phần b)

a. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$ và đường thẳng $d: x - 3y - 9 = 0$. Từ điểm M thuộc d kẻ hai đường thẳng tiếp xúc với (C) lần lượt tại A và B . Tìm tọa độ điểm M sao cho độ dài AB nhỏ nhất.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ và $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I thuộc d , cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho IAB là tam giác vuông và $AB = 2\sqrt{11}$.

Câu 9.a (1,0 điểm). Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đều có mặt các chữ số 8 và 9?

b. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của elip (E) có tâm sai bằng $\frac{3}{5}$, biết diện tích của tứ giác tạo bởi các tiêu điểm và các đỉnh trên trục bé của (E) bằng 24.

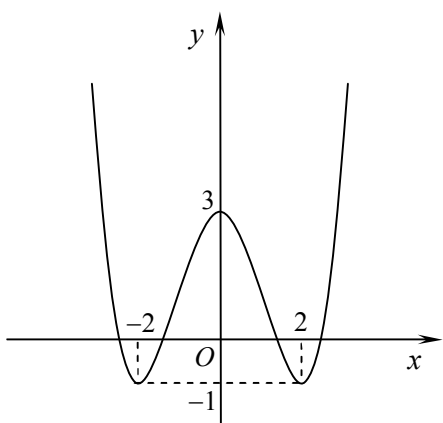
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; -2)$, $B(3; -1; -4)$, $C(-2; 2; 0)$. Tìm điểm D trong mặt phẳng (Oyz) có cao độ âm sao cho thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng 2 và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (Oxy) bằng 1.

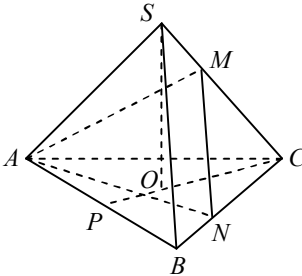
Câu 9.b (1,0 điểm). Tìm số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2i| = 2\sqrt{3}$ và $(\sqrt{3} + i)\bar{z}$ có một argumen bằng $\frac{\pi}{3}$.

----- Hết -----

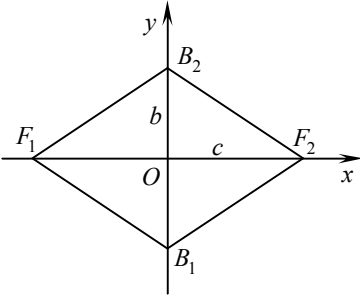
Ghi chú: 1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 17, 18/5/2014. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.

2. Kỳ khảo sát chất lượng lần cuối năm 2014 sẽ được tổ chức cho khối A và khối B vào chiều ngày 14 và ngày 15/6/2014. Đăng ký dự thi tại Văn phòng Trường THPT Chuyên từ ngày 17/5/2014.

Câu	Đáp án	Điểm																				
Câu 1. (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Khi $m = 1$ hàm số trở thành $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$. a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; y là hàm số chẵn. b) Sự biến thiên: * Giới hạn tại vô cực: Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. * Chiều biến thiên: Ta có $y' = x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}; y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2 < x < 0 \end{cases}; y' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$ Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-2; 0), (2; +\infty)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2), (0; 2)$. * Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 3$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 2, y_{CT} = -1$. * Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>-1</td><td>3</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr></table> c) Đồ thị: Đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng. 	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$+$	y	$+\infty$		-1	3	-1	$+\infty$	0,5
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$																	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$																
y	$+\infty$		-1	3	-1	$+\infty$																
	b) (1,0 điểm) Ta có $y' = x^3 - 2(m+1)x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. (C_m) có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2(m+1) > 0 \Leftrightarrow m > -1. \tag{1}$ Khi đó 3 nghiệm phân biệt của $y' = 0$ là $x = 0, x = -\sqrt{2(m+1)}$ và $x = \sqrt{2(m+1)}$. Điểm cực đại của (C_m) là $A(0; 2m+1)$, hai điểm cực tiểu là $B(-\sqrt{2(m+1)}; -m^2) \text{ và } C(\sqrt{2(m+1)}; -m^2).$ Nhận thấy rằng AI vuông góc với BC tại $H(0; -m^2)$ và H là trung điểm của BC. Do đó tứ giác $ABIC$ là hình thoi khi và chỉ khi H là trung điểm của AI. Hay là $\begin{cases} 2x_H = x_A + x_I \\ 2y_H = y_A + y_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2 = 2m+1 \\ -2m^2 = 2m+1 - \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \text{ hoặc } m = -\frac{3}{2}.$ Đối chiếu điều kiện (1) ta được giá trị của m là $m = \frac{1}{2}$.	0,5																				
Câu 2. (1,0 điểm)	Phương trình đã cho tương đương với $2\sin 2x \cos 2x + \sin x(2\sin^2 x - 1) - \sqrt{3} \cos x \cos 2x = 0$ $\Leftrightarrow \cos 2x(2\sin 2x - \sin x - \sqrt{3} \cos x) = 0.$ *) $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.	0,5																				

	*) $2\sin 2x - \sin x - \sqrt{3}\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi - \left(x + \frac{\pi}{3}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.	0,5
Câu 3. (1,0 điểm)	Phương trình thứ hai của hệ tương đương với $(x+1)^3 + x + 1 = (2y)^3 + 2y$. (1) Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ với $t \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = 3t^2 + 1; f'(t) > 0$ với mọi $t \in \mathbb{R}$. Do đó hàm $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó phương trình (1) $\Leftrightarrow f(x+1) = f(2y) \Leftrightarrow x+1 = 2y \Leftrightarrow x = 2y-1$.	0,5
	Thay vào phương trình thứ nhất của hệ ta được $y^4 - 2y^3 + 3y^2 - 2y - 3 = 0$ $\Leftrightarrow (y^2 - y)^2 + 2(y^2 - y) - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - y = 1 \\ y^2 - y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$ Suy ra nghiệm $(x; y)$ của hệ là $\left(-\sqrt{5}; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$ và $\left(\sqrt{5}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.	0,5
Câu 4. (1,0 điểm)	Thể tích khối tròn xoay là $V = \pi \int_0^1 \frac{dx}{\left(1 + \sqrt{4-3x}\right)^2}$. Đặt $t = \sqrt{4-3x}$, ta có khi $x = 0$ thì $t = 2$, khi $x = 1$ thì $t = 1$ và $x = \frac{4-t^2}{3}$ nên $dx = -\frac{2t}{3}dt$.	0,5
	Khi đó ta có $V = \pi \int_2^1 \frac{1}{(1+t)^2} \cdot \frac{-2t}{3} dt = \frac{2\pi}{3} \int_1^2 \frac{t}{(t+1)^2} dt = \frac{2\pi}{3} \int_1^2 \left(\frac{1}{t+1} - \frac{1}{(t+1)^2} \right) dt$ $= \frac{2\pi}{3} \left(\ln t+1 + \frac{1}{t+1} \right) \Big _1^2 = \frac{2\pi}{3} \left(\ln \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \right) = \frac{\pi}{9} \left(6 \ln \frac{3}{2} - 1 \right).$	0,5
Câu 5. (1,0 điểm)	 Gọi O là tâm tam giác đều ABC; P là trung điểm AB. Từ giả thiết suy ra $SO \perp (ABC)$, $CO = \frac{2}{3}CP$ (O thuộc đoạn CP). $AB = 3a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{4}, CP = \frac{3a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CO = a\sqrt{3}$ $\Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - CO^2} = a\sqrt{33} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{9\sqrt{11}}{4}a^3.$	0,5
	Kẻ $MN \parallel SB$ (N thuộc đoạn BC, $NB = \frac{1}{2}NC$). Suy ra $\cos(SB, AM) = \cos(MN, AM) = \cos \widehat{AMN}$. (1) Ta có $MN = \frac{2}{3}SB = 4a$. Áp dụng định lý cosin cho các tam giác ANC, SAC, SAM ta có $AN = a\sqrt{7}, \cos \widehat{ASC} = \frac{7}{8}, AM = a\sqrt{19}.$ Suy ra $\cos \widehat{AMN} = \frac{MA^2 + MN^2 - AN^2}{2MA.MN} = \frac{7\sqrt{19}}{38}$. (2) Từ (1) và (2) ta suy ra $\cos(SB, AM) = \frac{7\sqrt{19}}{38}$.	0,5

Câu 6. (1,0 điểm)	Ta có giả thiết $x^2 + y^2 + (3x-2)(y-1) = 0 \Leftrightarrow (x+y)^2 - 3(x+y) + 2 = -xy - y$. Vì x, y không âm nên $-xy - y \leq 0$. Suy ra $(x+y)^2 - 3(x+y) + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x+y \leq 2$. Đặt $t = x+y$, khi đó $t \in [1; 2]$. Ta có $P = x^2 + y^2 + x + y + 8\sqrt{4-x-y} \leq (x+y)^2 + (x+y) + 8\sqrt{4-(x+y)}$ $= t^2 + t + 8\sqrt{4-t}$.	0,5
	Xét hàm số $f(t) = t^2 + t + 8\sqrt{4-t}$ với $t \in [1; 2]$. Ta có $f'(t) = 2t + 1 - \frac{4}{\sqrt{4-t}}$, với mọi $t \in [1; 2]$. Chú ý rằng $f'(t) > 3 - \frac{4}{\sqrt{2}} > 0$ với mọi $t \in (1; 2)$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $[1; 2]$. Do đó $\max_{[1; 2]} f(t) = f(2) = 6 + 8\sqrt{2}$. Suy ra $P \leq 6 + 8\sqrt{2}$, dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} xy = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2, y = 0$. Vậy giá trị lớn nhất của P là $6 + 8\sqrt{2}$, đạt khi $x = 2, y = 0$.	0,5
Câu 7.a (1,0 điểm)	(C) có tâm $I(2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$, $d(I, d) = \sqrt{10} > R$ nên d không cắt (C). $M \in d \Rightarrow M(3m+9; m)$. Từ tính chất tiếp tuyến ta có $MI \perp AB$ tại H là trung điểm AB. Trong tam giác vuông AIM ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AM^2}$ $\Rightarrow AH^2 = \frac{AI^2 \cdot AM^2}{AI^2 + AM^2} = \frac{R^2(IM^2 - R^2)}{IM^2} = R^2 - \frac{R^4}{IM^2}.$ Ta có AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AH$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất ($R = \sqrt{5}$ không đổi). Mà $IM^2 = (3m+7)^2 + (m-1)^2 = 10(m+2)^2 + 10 \geq 10$ nên suy ra $IM_{\min} = \sqrt{10}$ khi $m = -2$. Suy ra $M(3; -2)$.	0,5 0,5
Câu 8.a (1,0 điểm)	ΔIAB có $IA = IB$ nên vuông tại I. Suy ra $IH = \frac{1}{2}AB = \sqrt{11}$ (H là hình chiếu của I lên AB) Suy ra $d(I, \Delta) = \sqrt{11}$ (1) Khi đó bán kính mặt cầu $R = IH\sqrt{2} = \sqrt{22}$. $I \in d \Rightarrow I(2t; -t; -2t+1); \vec{u}_\Delta = (1; 1; -2)$ và $M(0; 1; 2) \in \Delta \Rightarrow \vec{MI} = (2t; -t-1; -2t-1)$ $\Rightarrow [\vec{u}_\Delta, \vec{MI}] = (-4t-3; -2t+1; -3t-1) \Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{[\vec{u}_\Delta, \vec{MI}]}{ \vec{u}_\Delta } = \frac{\sqrt{29t^2 + 26t + 11}}{\sqrt{6}}. \quad (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow 29t^2 + 26t - 55 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{55}{29} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(2; -1; -1) \\ I(-\frac{110}{29}; \frac{55}{29}; \frac{139}{29}) \end{cases}$ Suy ra pt mặt cầu $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 22$ và $\left(x + \frac{110}{29}\right)^2 + \left(y - \frac{55}{29}\right)^2 + \left(z - \frac{139}{29}\right)^2 = 22$.	0,5 0,5
Câu 9.a (1,0 điểm)	Giả sử số cần lập là $\overline{abcd}$, $d \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Xét các trường hợp sau * $d = 0$. Số cách lập $\overline{abc}$ trong đó có các chữ số 8 và 9 là $C_7^1 \cdot 3! = 42$. * $d = 8$. Số cách lập $\overline{abc}$ trong đó có chữ số 9 là $C_8^2 \cdot 3! - C_7^1 \cdot 2! = 154$. * $d \in \{2, 4, 6\}$. Số cách lập $\overline{abc}$ trong đó có các chữ số 8 và 9 là $3 \cdot (C_7^1 \cdot 3! - 2) = 120$. Vậy số các số lập được là $42 + 154 + 120 = 316$.	0,5 0,5

Câu 7.b (1,0 điểm)	 Phương trình chính tắc (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$). Gọi $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ là các tiêu điểm với $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, và $B_1(0; -b), B_2(0; b)$ là các đỉnh trên trục bé. $\Rightarrow F_1B_1F_2B_2$ là hình thoi. Suy ra $S_{F_1B_1F_2B_2} = \frac{1}{2} F_1F_2 \cdot B_1B_2 = \frac{1}{2} 2c \cdot 2b = 2bc = 24$ $\Leftrightarrow bc = 12 \Leftrightarrow b^2c^2 = 144 \Leftrightarrow b^2(a^2 - b^2) = 144. \quad (1)$	0,5
	Tâm sai $e = 0,6 \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow 25c^2 = 9a^2 \Leftrightarrow 25(a^2 - b^2) = 9a^2 \Leftrightarrow 4a = 5b$ hay $a = \frac{5}{4}b. \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases}$ Suy ra (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$	0,5
Câu 8.b (1,0 điểm)	$D \in (Oyz) \Rightarrow D(0; y_0; z_0)$, điều kiện $z_0 < 0$. Phương trình $(Oxy): z = 0 \Rightarrow d(D, (Oxy)) = z_0 = -z_0 = 1$. Suy ra $z_0 = -1 \Rightarrow D(0; y_0; -1)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2), \overrightarrow{AC} = (-4; 2; 2), \overrightarrow{AD} = (-2; y_0; 1)$. Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 6; -2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 6y_0 - 6$ $\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = y_0 - 1 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = 3 \\ y_0 = -1. \end{cases}$ Suy ra $D(0; 3; -1)$ hoặc $D(0; -1; -1)$.	0,5
Câu 9.b (1,0 điểm)	Đặt $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi), r > 0$. Suy ra $\bar{z} = r(\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi))$. Khi đó $(\sqrt{3} + i)\bar{z} = 2r \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) \right)$. Theo giả thiết ta có $\frac{\pi}{6} - \varphi = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$. Khi đó $z = \frac{\sqrt{3}r}{2} - \frac{r}{2}i$. Suy ra $\bar{z} + 2i = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \left \frac{\sqrt{3}r}{2} + \left(2 + \frac{r}{2}\right)i \right = 2\sqrt{3}$ $\Leftrightarrow \frac{3r^2}{4} + \left(2 + \frac{r}{2}\right)^2 = 12 \Leftrightarrow r^2 + 2r - 8 = 0 \Leftrightarrow r = 2, \text{ vì } r > 0.$ Vậy $z = \sqrt{3} - i$.	0,5