

ĐỀ THI THỬ

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Cho hai điểm $A(-1;-1)$, $B(2;2)$ trên đồ thị (C). Định m để đường thẳng (d): $y = x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm M, N sao cho tứ giác ABMN là hình bình hành.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình: $(\sin x + \sqrt{3} \cos x) \sin 3x = 2$.

Câu 3 (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{x + \frac{3}{x}} = \frac{x^2 + 7}{2(x+1)}$.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 \sqrt[3]{2x^3 - 3x^2 - x + 1} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và góc giữa đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của SA, (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với SC. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại N, E, F. Tính theo a thể tích khối chóp S.MNEF và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.MNEF.

Câu 6 (1,0 điểm) Tìm m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thực:

$$\sqrt{5x^2 + (m+14)x + 4m+9} = \sqrt{x^2 - x - 20} + 5\sqrt{x+1}.$$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = AD\sqrt{2}$, tâm $I(1;-2)$. Gọi M là trung điểm cạnh CD, $H(2;-1)$ là giao điểm của hai đường thẳng AC và BM. Tìm tọa độ các điểm A, B.

Câu 8.a (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2y - z - 5 = 0$ và hai điểm $A(3;-1;-3)$, $B(5;1;1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc (P) sao cho mặt phẳng (ABC) vuông góc với (P) và diện tích tam giác ABC bằng $\sqrt{3}$.

Câu 9.a (1,0 điểm) Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau và đều khác 0. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 20$ và điểm $M(3;-1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 8 (I là tâm đường tròn (C)).

Câu 8.b (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - x - 4y - 2 = 0$ và hai điểm $A(3;-5;2)$, $B(7;-3;-2)$. Tìm điểm M trên (S) sao cho biểu thức $MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất.

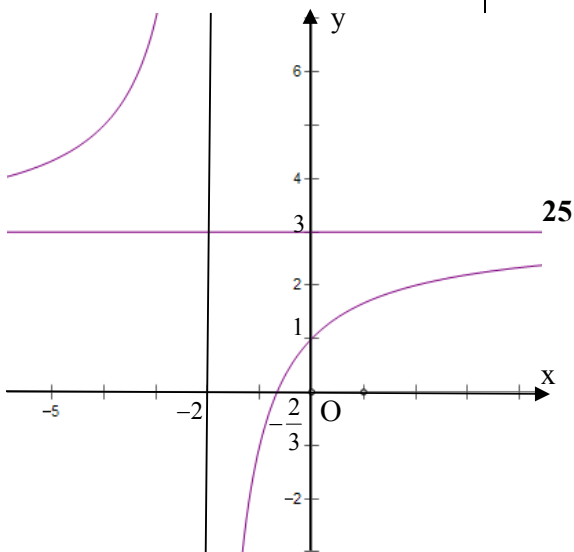
Câu 9.b (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} e^x + (x+y) \ln x = e^y + (x+y) \ln y \\ 3^{x^2-x} + 3^{x^2+x+2} = 3^{2y^2} + 9 \end{cases}$$

----- Hết -----

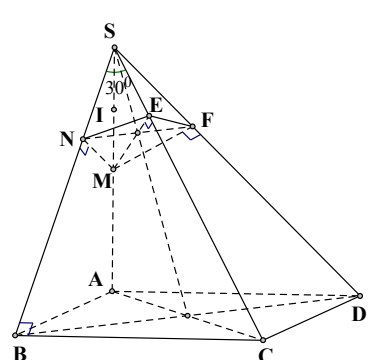
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN KHỐI B

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1 (2,0 điểm)	a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số: $y = \frac{3x+2}{x+2}$													
	TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, $y' = \frac{4}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in D$	0,25												
	Hàm số đồng biến trên các khoảng: $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$ Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty \Rightarrow$ pt tiệm cận đứng: $x = -2$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 3 \Rightarrow$ pt tiệm cận ngang $y = 3$	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>3</td><td>$+\infty$ $-\infty$</td><td>3</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	$+\infty$	y'	+		+	y	3	$+\infty$ $-\infty$	3	0,25
	x	$-\infty$	-2	$+\infty$										
y'	+		+											
y	3	$+\infty$ $-\infty$	3											
Đồ thị: Đi qua các điểm $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$, $(0; 1)$ và nhận giao điểm 2 tiệm cận I($-2; 3$) làm tâm đối xứng.		25												
2. Cho hai điểm $A(-1; -1), B(2; 2)$ trên đồ thị (C). Định m để đường thẳng (d): $y = x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm M, N sao cho tứ giác ABMN là hình bình hành.														
Phương trình hoành độ giao điểm giữa (d) và (C): $\frac{3x+2}{x+2} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ 3x+2 = (x+2)(x+m) \end{cases} \quad (1)$ $\Leftrightarrow x^2(m-1)x + 2m - 2 = 0 \quad (2) \text{ (do } x = -2 \text{ không phải là nghiệm của (1))}$		0,25												

	(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N khi phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = (m-1)^2 - 4(2m-2) = m^2 - 10m + 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 9 \end{cases} \quad (3)$	0,25
	Khi đó: $y_M - y_N = x_M - x_N = \sqrt{\Delta} = \sqrt{m^2 - 10m + 9}$. Nhận thấy hai điểm A, B thuộc đường thẳng $y = x$ song song với (d) khi $m \neq 0$. Do đó với điều kiện (3), để tứ giác ABMN là hình bình hành thì ta chỉ cần $MN = AB$ là đủ	0,25
	Ta có: $MN = AB \Leftrightarrow \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 10m + 9} = 3 \Leftrightarrow m^2 - 10m =$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 10 \end{cases} \text{ . So với điều kiện (3) ta nhận } m = 10 \text{ là đáp số của bài toán.}$	0,25
Câu 2 (1,0 điểm)	<i>Giải phương trình:</i> $(\sin x + \sqrt{3} \cos x) \sin 3x = 2$.	
	Phương trình đã cho tương đương: $\left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) \sin 3x = 1 \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \sin 3x = 1$ $\Leftrightarrow \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) - \cos \left(4x + \frac{\pi}{3} \right) = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = 1 \\ \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = -1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = k2\pi \\ 4x + \frac{\pi}{3} = \pi + m2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{3} + m\pi \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k, m \in \mathbb{Z})$ Vậy phương trình đã cho có một họ nghiệm: $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
Câu 3 (1,0 điểm)	<i>Giải phương trình:</i> $\sqrt{x + \frac{3}{x}} = \frac{x^2 + 7}{2(x+1)}$.	
	ĐK: $x > 0$ Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương: $2(x+1) \cdot \sqrt{x + \frac{3}{x}} = x^2 + 7 \Leftrightarrow 2 \left(1 + \frac{1}{x} \right) \cdot \sqrt{x + \frac{3}{x}} = x + \frac{7}{x}$	0,25
	$\Leftrightarrow x + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x + \frac{3}{x}} + \frac{4}{x} - \frac{2}{x}\sqrt{x + \frac{3}{x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x + \frac{3}{x}} \left(\sqrt{x + \frac{3}{x}} - 2 \right) - \frac{2}{x} \left(\sqrt{x + \frac{3}{x}} - 2 \right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x + \frac{3}{x}} - 2 \right) \left(\sqrt{x + \frac{3}{x}} - \frac{2}{x} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x + \frac{3}{x}} - 2 = 0 \\ \sqrt{x + \frac{3}{x}} - \frac{2}{x} = 0 \end{cases}$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ x^3 + 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ (x-1)(x^2 + x + 4) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} . \text{ Vậy phương trình có 2 nghiệm } x = 1; x = 3.$	0,25	
Câu 4 (1,0 điểm)	Tính tích phân $I = \int_0^1 \sqrt[3]{2x^3 - 3x^2 - x + 1} dx$.		
	Đặt $t = 1 - x \Leftrightarrow dt = -dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 0$	0,25	
	Suy ra: $I = \int_1^0 \sqrt[3]{2(1-t)^3 - 3(1-t)^2 - (1-t) + 1} (-dt)$	0,25	
	$= \int_0^1 \sqrt[3]{-2t^3 + 3t^2 + t - 1} dt$	0,25	
	$= -\int_0^1 \sqrt[3]{2t^3 - 3t^2 - t + 1} dt = -I \Rightarrow I = 0$	0,25	
Câu 5 (1,0 điểm)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và góc giữa đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) bằng 30°. Gọi M là trung điểm của SA, (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với SC. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại N, E, F. Tính theo a thể tích khối chóp $S.MNEF$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.MNEF$.		
		Từ giả thiết ta có: $\left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{BSC} = 30^\circ$ là góc giữa SC với mp(SAB) Từ đó: $SB = BC \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3}$, $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$ $SC \perp (P)$ tại E nên thể tích khối chóp $S.MNEF$ được xác định bởi: $V = \frac{1}{3} S_{MNEF} \cdot SE$	0,25
	Do $SA \perp AC$ và $SA = AC = a\sqrt{2}$, nên $\triangle SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \triangle SEM$ vuông cân tại $E \Rightarrow SE = \frac{SM}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2}$ Ta có: $\left. \begin{array}{l} MN \perp CS \text{ (do } SC \perp (P)) \\ MN \perp BC \text{ (do } BC \perp (SAB)) \end{array} \right\} \Rightarrow MN \perp (SBC) \Rightarrow MN \perp NE, MN \perp SB$		0,25
	$\Rightarrow S_{MNE} = \frac{1}{2} MN \cdot NE = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a^2\sqrt{2}}{24}$ Hoàn toàn tương tự ta cũng có $MF \perp EF$ và $S_{MEF} = \frac{a^2\sqrt{2}}{24} \Rightarrow S_{MNEF} = \frac{a^2\sqrt{2}}{12}$ Vậy $V = \frac{1}{3} S_{MNEF} \cdot SE = \frac{a^3\sqrt{2}}{72}$ (đvtt)		0,25
	$\left. \begin{array}{l} MN \perp SE \\ MN \perp NE \end{array} \right\} \Rightarrow MN \perp (SNE) \Rightarrow MN \perp SN$. Tương tự $MF \perp SF$ Từ đó $\triangle SNM, \triangle SEM$ và $\triangle SFM$ là 3 tam giác vuông nhận SM là cạnh huyền chung. Suy ra nếu gọi I là trung điểm của SM thì I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình		0,25

	chóp $S.MNEF$ và bán kính mặt cầu là $R = \frac{1}{2}SM = \frac{a\sqrt{2}}{4}$															
Câu 6 (1,0 điểm)	Tìm m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thực: $\sqrt{5x^2 + (m+14)x + 4m+9} = \sqrt{x^2 - x - 20} + 5\sqrt{x+1}.$															
	Trước hết ta phải có điều kiện $\begin{cases} x^2 - x - 20 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 5 \quad (1)$ Với điều kiện (1), phương trình đã cho tương đương: $5x^2 + (m+14)x + 4m+9 = x^2 - x - 20 + 25(x+1) + 10\sqrt{(x+1)(x^2 - x - 20)}$ $\Leftrightarrow 4(x^2 - x - 20) + (m+6)(x+4) = 10\sqrt{(x+4)(x^2 - 4x - 5)}$ $\Leftrightarrow \frac{4(x^2 - x - 20)}{x+4} + m+6 = 10\sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x+4}} \quad (2)$	0,25														
	Đặt $t = \sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x+4}}$, phương trình (2) trở thành: $m = -4t^2 + 10t - 6 \quad (3)$ Xét hàm $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x+4}$, với $x \in [5; +\infty)$, ta có: $f(5) = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, f'(x) = \frac{x^2 + 8x - 11}{(x+4)^2} > 0, \forall x \in [5; +\infty).$ Chứng tỏ $f(x)$ đồng biến trên $[5; +\infty)$ Suy ra: + Điều kiện của t là $t \geq 0$. + Với mỗi $t \geq 0$ thì phương trình $t = \sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x+4}}$ có đúng 1 nghiệm $x \in [5; +\infty)$	0,25														
	Từ đó yêu cầu bài toán tương đương tìm m sao cho phương trình (3) có đúng 2 nghiệm $t \in [0; +\infty)$ Lại xét hàm: $g(t) = -4t^2 + 10t - 6$ với $t \in [0; +\infty)$, ta có: $g'(t) = -8t + 10; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{4}, g\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{1}{4}$	0,25														
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>t</td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td>0</td><td>$\frac{5}{4}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(t)$</td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$g(t)$</td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td>-6</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$-\infty$</td></tr></table> Từ bảng biến thiên ta suy ra điều kiện của m thỏa yêu cầu bài toán là $-6 \leq m < \frac{1}{4}$	t		0	$\frac{5}{4}$	$+\infty$	$g'(t)$		+	0	-	$g(t)$		-6	$\frac{1}{4}$	$-\infty$
t		0	$\frac{5}{4}$	$+\infty$												
$g'(t)$		+	0	-												
$g(t)$		-6	$\frac{1}{4}$	$-\infty$												
Câu 7a (1,0 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = AD\sqrt{2}$, tâm $I(1;-2)$. Gọi M là trung điểm cạnh CD, $H(2;-1)$ là giao điểm của hai đường thẳng AC và BM. Tìm tọa độ các điểm A, B.															
	Từ giả thiết ta có H là trọng tâm $\triangle BCD$. Suy ra $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{HI} \Rightarrow A(-2;-5)$.	0,25														
	Ta có $HB = \frac{2}{3}BM = \frac{BC\sqrt{6}}{3}; HC = \frac{1}{3}AC = \frac{BC\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $HB^2 + HC^2 = BC^2$. Vậy $BM \perp AC$.	0,25														

	Suy ra BM đi qua $H(2;-1)$, nhận vtpt $\overrightarrow{IH} = (1;1) \Rightarrow$ pt $BM : x + y - 1 = 0$. $\Rightarrow$ tọa độ B có dạng $B(t;1-t)$.	0,25
	$IB = IA \Leftrightarrow (t-1)^2 + (3-t)^2 = 18 \Leftrightarrow t^2 - 4t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \pm 2\sqrt{2}$ Vậy $B(2+2\sqrt{2}; -1-2\sqrt{2})$ hoặc $B(2-2\sqrt{2}; -1+2\sqrt{2})$.	0,25
Câu 8.a (1,0 điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - z - 5 = 0$ và hai điểm $A(3;-1;-3)$, $B(5;1;1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc (P) sao cho mặt phẳng (ABC) vuông góc với (P) và diện tích tam giác ABC bằng $\sqrt{3}$.	
	Ta có: + vtpt của (P) là $\vec{n} = (1;-2;-1)$. $C \in (P)$ nên $C(x_0; y_0; x_0 - 2y_0 - 5)$ + $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (x_0 - 3; y_0 + 1; x_0 - 2y_0 - 2)$ Suy ra mp (ABC) có vtpt là $\vec{m} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2x_0 - 8y_0 - 8; 2x_0 + 4y_0 - 8; -2x_0 + 2y_0 + 8)$	0,25
	Theo giả thiết: $(ABC) \perp (P) \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{m} = 0 \Leftrightarrow 2x_0 - 8y_0 - 8 - 2(2x_0 + 4y_0 - 8) - (-2x_0 + 2y_0 + 8) = 0$ $\Leftrightarrow y_0 = 0$	0,25
	$S_{ABC} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right = \sqrt{3}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(2x_0 - 8y_0 - 8)^2 + (2x_0 + 4y_0 - 8)^2 + (-2x_0 + 2y_0 + 8)^2} = \sqrt{3}$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(2x_0 - 8)^2 + (2x_0 - 8)^2 + (-2x_0 + 8)^2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow (2x_0 - 8)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5 \\ x_0 = 3 \end{cases}$	0,25
	Vậy $C(5;0;0)$ hoặc $C(3;0;-2)$	
Câu 9.a (1,0 điểm)	Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau và đều khác 0. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.	
	Số phần tử của tập A : $A_9^3 = 504$	0,25
	Gọi $n = \overline{abc}$ là số tự nhiên được chọn thỏa yêu cầu bài toán. Chỉ có các trường hợp sau: TH1: a, b, c chia hết cho 3 $\Rightarrow a, b, c \in B = \{3; 6; 9\} \Rightarrow$ có 3! cách chọn n	0,25
	TH2: a, b, c chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow a, b, c \in C = \{1; 4; 7\} \Rightarrow$ có 3! cách chọn n TH3: a, b, c chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow a, b, c \in D = \{2; 5; 8\} \Rightarrow$ có 3! cách chọn n	0,25
	TH4: Trong 3 số a, b, c có một số thuộc B , một số thuộc C và số còn lại thuộc D $\Rightarrow$ có $(3 \times 3 \times 3)3!$ cách chọn n Suy ra số cách chọn n là $(3 + 3^3) \cdot 3! = 180$. Vậy xác suất để số được chọn chia hết cho 3 là $\frac{180}{504} = \frac{5}{14}$	0,25
Câu 7.b (1,0 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 20$ và điểm $M(3;-1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 8 (I là tâm đường tròn (C)).	
	Đường tròn (C) có tâm $I(4;1)$, $R = 2\sqrt{5}$. Gọi H là trung điểm AB , suy ra $AH \perp AB$. Diện tích tam giác IAB : $S_{IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = 8 \Leftrightarrow IH = 4$ hoặc $IH = 2$ Đường thẳng Δ đi qua điểm M nên có phương trình $ax + by - 3a + b = 0, a^2 + b^2 > 0$.	0,25

	$\text{TH}_1: d(I, \Delta) = IH = 4 \Leftrightarrow \frac{ a+2b }{\sqrt{a^2+b^2}} = 4 \Leftrightarrow 15a^2 - 4ab + 12b^2 = 0$ $\Leftrightarrow 11(a^2 + b^2) + (2a - b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0 \text{ (không thỏa } a^2 + b^2 > 0 \text{)}.$	0,25
	$\text{TH}_2: d(I, \Delta) = IH = 2 \Leftrightarrow \frac{ a+2b }{\sqrt{a^2+b^2}} = 2$ $\Leftrightarrow a(3a - 4b) = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ hoặc } 3a - 4b = 0.$	0,25
	+ Nếu $a = 0$ chọn $b = 1 \Rightarrow$ phương trình $\Delta: y + 1 = 0$. + Nếu $3a - 4b = 0$ chọn $a = 4$ và $b = 3 \Rightarrow$ phương trình $\Delta: 4x + 3y - 9 = 0$.	0,25
Câu 8.b (1,0 điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - x - 4y - 2 = 0$ và hai điểm $A(3; -5; 2)$, $B(7; -3; -2)$. Tìm điểm M trên (S) sao cho biểu thức $MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất.	
	Gọi I là trung điểm của AB thì $I(5; -4; 0)$. Ta có: $MA^2 + MB^2 = 2IM^2 + \frac{1}{2}AB^2 = 2IM^2 + \frac{\sqrt{29}}{2} \Rightarrow MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi IM nhỏ nhất.	0,25
	(S) có tâm $J\left(\frac{1}{2}; 2; 0\right)$, bán kính $R = \frac{5}{2}$. Do $IJ = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - 5\right)^2 + (2 + 4)^2} = \frac{15}{2} > R$, nên I nằm ngoài (S). Từ đó nếu gọi M_0 là giao điểm của đoạn thẳng IJ với (S), thì với mọi điểm M thuộc (S) ta luôn có bất đẳng thức đúng sau: $IM + MJ = IM + R \geq IJ = IM_0 + R \Leftrightarrow IM \geq IM_0 = \text{const}$. Đẳng thức chỉ xảy ra khi $M \equiv M_0$ Vậy $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất khi M là giao điểm của đoạn IJ với (S)	0,25
	Ta có phương trình IJ: $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -4 + 4t \\ z = 0 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$	0,25
	Tọa độ M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -4 + 4t \\ z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - x - 4y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2; y = z = 0; t = 1 \\ x = -1; y = 4; z = 0; t = 2 \end{cases}$ Do M thuộc đoạn IJ nên ta chỉ nhận $M(2; 0; 0)$	0,25
Câu 9.b (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} e^x + (x+y) \ln x = e^y + (x+y) \ln y \\ 3^{x^2-x} + 3^{x^2+x+2} = 3^{2y^2} + 9 \end{cases}$	
	Điều kiện: $x > 0$ và $y > 0$. Hệ phương trình đã cho tương đương: $\begin{cases} e^x - e^y = (x+y)(\ln y - \ln x) & (1) \\ 3^{x^2-x} + 3^{x^2+x+2} = 3^{2y^2} + 9 & (2) \end{cases}$	0,25
	Nhận xét: Vì các hàm số $y = e^t, y = \ln t$ luôn đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, nên với $x > y > 0$ hoặc $0 < x < y$ thì hai vế của pt (1) luôn trái dấu nhau. Suy ra (1) $\Leftrightarrow x = y$	0,25
	Thay vào (2) ta được: $3^{x^2-x} + 3^{x^2+x+2} = 3^{2x^2} + 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-x-2} + 3^{x^2+x} = 3^{2x^2-2} + 1 \Leftrightarrow (3^{x^2-x-2} - 1)(3^{x^2+x} - 1) = 0$	0,25

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2-x-2} - 1 = 0 \\ 3^{x^2+x} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ x^2 + x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ Do điều kiện nên ta chỉ nhận $x = 2 \Rightarrow y = 2$ Vậy hệ phương trình có một nghiệm (2; 2)	0,25
---	-------------

Ghi chú:

+ **Cách giải khác của Câu 3:**

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương:

$$\begin{aligned} \frac{x^2+3}{x} &= \frac{(x^2+7)^2}{4(x+1)^2} \Leftrightarrow 4(x^2+3)(x+1)^2 = x(x^2+7)^2 \\ \Leftrightarrow 4(x^2+3)(x+1)^2 &= x(x^2+7)^2 \Leftrightarrow x^5 - 4x^4 + 6x^3 - 16x^2 + 25x - 12 = 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)^2(x-3)(x^2+x+4) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-3=0 \\ x^2+x+4=0 \text{ (vn)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 1; x = 3$.

+ **Cách giải khác của Câu 8a:**

Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{HI} \Rightarrow A(-2; -5)$.

Gọi $B(x; y)$. Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} IA = IB \\ AB = AD\sqrt{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 18 \\ (x+2)^2 + (y-5)^2 = 2[(4-x)^2 + (1-y)^2] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - y - 9 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 13 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2\sqrt{2} \\ y = -1 - 2\sqrt{2} \end{cases} &\text{ hoặc } \begin{cases} x = 2 - 2\sqrt{2} \\ y = -1 + 2\sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $B(2+2\sqrt{2}; -1-2\sqrt{2})$ hoặc $B(2-2\sqrt{2}; -1+2\sqrt{2})$.

+ **Cách giải khác của Câu 8b:**

Giả sử $M(x_0; y_0; z_0)$ Ta có:

$$+ M \in (S) \text{ nên } x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - x_0 - 4y_0 - 2 = 0 \Rightarrow \left(x_0 - \frac{1}{2}\right)^2 + (y_0 - 2)^2 + z_0^2 = \frac{25}{4} \quad (1) \text{ và}$$

$$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = x_0 + 4y_0 + 2 \quad (2)$$

$$+ IM^2 = (x_0 - 5)^2 + (y_0 + 4)^2 + z_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 10x_0 + 8y_0 + 41$$

$$\text{Do (2) nên } IM^2 = x_0 + 4y_0 + 2 - 10x_0 + 8y_0 + 41 = -9x_0 + 12y_0 + 43$$

$$\text{Theo bất B.C.S: } \left[-9\left(x_0 - \frac{1}{2}\right) + 12(y_0 - 2) + 0 \cdot z_0\right]^2 \leq (81 + 144) \left[\left(x_0 - \frac{1}{2}\right)^2 + (y_0 - 2)^2 + z_0^2\right] = 225 \cdot \frac{25}{4} \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{75}{2} \leq -9\left(x_0 - \frac{1}{2}\right) + 12(y_0 - 2) \leq \frac{75}{2} \Leftrightarrow 25 \leq -9x_0 + 12y_0 + 43 \leq 100 \Rightarrow 5 \leq IM \leq 10 \quad (4)$$

$$\text{Đẳng thức ở (3) chỉ xảy ra khi: } \begin{cases} z_0 = 0 \\ x_0 - \frac{1}{2} = \frac{y_0 - 2}{-9} = \frac{y_0 - 2}{12} \\ \left(x_0 - \frac{1}{2}\right)^2 + (y_0 - 2)^2 + z_0^2 = \frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 0 \\ y_0 - 2 = -\frac{2(2x_0 - 1)}{3} \\ \frac{(2x_0 - 1)^2}{4} + \frac{4(2x_0 - 1)^2}{9} = \frac{25}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 0 \\ y_0 - 2 = -\frac{2(2x_0 - 1)}{3} \\ (2x_0 - 1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 4 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

+ Với $M(2; 0; 0)$ thì $IM = 5$

+ Với $M(-1; 4; 0)$ thì $IM = 10$

So sánh với (4) ta suy ra $M(2; 0; 0)$ là điểm cần tìm.