

MỤC LỤC

	Trang
• Tóm tắt kiến thức	2
• Các bài toán về điểm và đường thẳng	4
• Các bài toán về tam giác	6
• Các bài toán về hình chữ nhật	13
• Các bài toán về hình thoi	16
• Các bài toán về hình vuông	17
• Các bài toán về hình thang, hình bình hành	19
• Các bài toán về đường tròn	21
• Các bài toán về ba đường conic	31

TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. Phương trình đường thẳng

- đường thẳng đi qua điểm $A(x_o; y_o)$ và có VTCP $\vec{u}=(a;b)$ có PTTS là $\begin{cases} x = x_o + at \\ y = y_o + bt \end{cases}$.
- đường thẳng đi qua điểm $A(x_o; y_o)$ và có VTPT $\vec{n}=(a;b)$ có PTTQ là $a(x - x_o) + b(y - y_o) = 0$.
- đường thẳng đi qua hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ có phương trình: $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$.
- đường thẳng đi qua hai điểm $A(a; 0)$ và $B(0; b)$ với $a \neq 0$ và $b \neq 0$ có phương trình: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.
- đường thẳng song song hoặc trùng với Oy có phương trình là $ax + c = 0$ ($a \neq 0$).
- đường thẳng song song hoặc trùng với Ox có phương trình là $by + c = 0$ ($b \neq 0$).
- đường thẳng đi qua gốc tọa độ O có phương trình là $ax + by = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).
- nếu (d) vuông góc với (d') : $ax + by + c = 0$ thì (d) có phương trình là $bx - ay + m = 0$.
- nếu (d) song song với (d') : $ax + by + c = 0$ thì (d) có phương trình là $ax + by + m = 0$ ($m \neq c$).
- đường thẳng có hệ số góc k có phương trình là $y = kx + b$.
- đường thẳng đi qua điểm $A(x_o; y_o)$ và có hệ số góc k có phương trình là $y - y_o = k(x - x_o)$.
- $(d): y = kx + b$ vuông góc với $(d'): y = k'x + b' \Leftrightarrow k.k' = -1$.
- $(d): y = kx + b$ song song với $(d'): y = k'x + b' \Rightarrow k = k'$.

2. Khoảng cách và góc

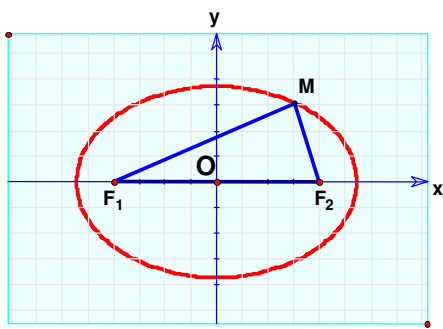
- khoảng cách từ $A(x_o; y_o)$ đến $(\Delta): ax + by + c = 0$ tính bởi công thức: $d(A, \Delta) = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
- M, N ở cùng phía đối với đường thẳng $(\Delta): ax + by + c = 0 \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$
- M, N ở khác phía đối với đường thẳng $(\Delta): ax + by + c = 0 \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) < 0$
- cho hai đường thẳng $(\Delta): ax + by + c = 0$ và $(\Delta'): a'x + b'y + c' = 0$ thì:
 - ❖ phương trình hai đường phân giác của các góc tạo bởi Δ và Δ' là $\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \pm \frac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$
 - ❖ $\cos(\widehat{\Delta; \Delta'}) = \frac{|aa' + bb'|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2}}$
 - ❖ $\Delta \perp \Delta' \Leftrightarrow aa' + bb' = 0$.

3. Đường tròn

- đường tròn (C) tâm $T(x_o; y_o)$, bán kính R có phương trình là $(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 = R^2$.
- phương trình $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ với $a^2 + b^2 - c > 0$ là phương trình của một đường tròn với tâm $T(-a; -b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.
- cho đường thẳng $(\Delta): ax + by + c = 0$ và đường tròn (C) có tâm $T(x_o; y_o)$ và bán kính R . Lúc đó:

$$(\Delta) \text{ tiếp xúc } (C) \Leftrightarrow d(T; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = R.$$

4. Đường elip

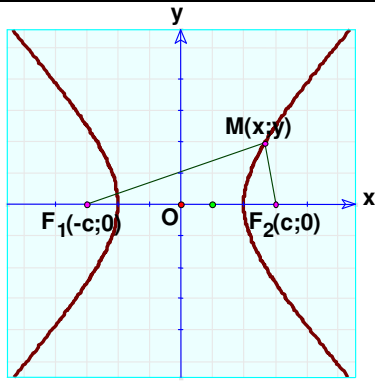


- Định nghĩa:

$$(E) = \{M \mid MF_1 + MF_2 = 2a\}$$
- Phương trình chính tắc:

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (0 < b < a)$$
- Tiêu điểm: $F_1(-c;0), F_2(c;0)$ với $c = \sqrt{a^2 - b^2}$
- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$
- Bán kính qua tiêu: $MF_1 = a + \frac{c}{a}x; MF_2 = a - \frac{c}{a}x$
- Tâm sai: $e = \frac{c}{a} < 1$
- Trục lớn là Ox , độ dài trục lớn: $2a$
- Trục bé là Oy , độ dài trục bé: $2b$
- Tọa độ các đỉnh: $(-a;0), (a;0), (0;-b), (0;b)$

5. Đường hypebol

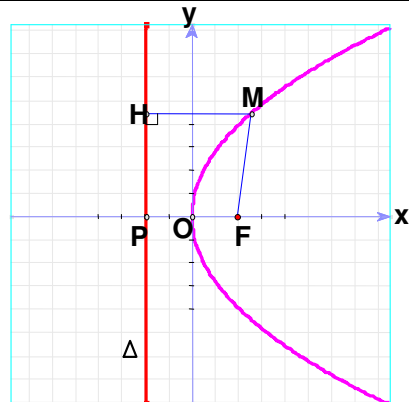


- Định nghĩa:

$$(H) = \{M \mid |MF_1 - MF_2| = 2a\}$$
- Phương trình chính tắc:

$$(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (0 < a; 0 < b)$$
- Tiêu điểm: $F_1(-c;0), F_2(c;0)$ với $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$
- Bán kính qua tiêu: $MF_1 = \left|a + \frac{c}{a}x\right|; MF_2 = \left|a - \frac{c}{a}x\right|$
- Tâm sai: $e = \frac{c}{a} > 1$
- Trục thực là Ox , độ dài trục thực: $2a$
- Trục ảo là Oy , độ dài trục ảo: $2b$
- Phương trình các đường tiệm cận: $y = \pm \frac{b}{a}x$
- Tọa độ các đỉnh: $(-a;0), (a;0)$

6. Đường parabol



- Định nghĩa: $(P) = \{M \mid MF = d(M, \Delta)\}$
- Phương trình chính tắc: $(P): y^2 = 2px \quad (p > 0)$
- Tiêu điểm: $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$
- Đường chuẩn: $x + \frac{p}{2} = 0$
- Bán kính qua tiêu: $MF = x + \frac{p}{2}$
- Tọa độ đỉnh: $O(0;0)$

CÁC BÀI TOÁN VỀ ĐIỂM VÀ ĐƯỜNG THẲNG

B04: Cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(4; -3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x - 2y - 1 = 0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

$$DS: C_1(7; 3), C_2\left(-\frac{43}{11}; -\frac{27}{11}\right)$$

A06: Cho các đường thẳng lần lượt có phương trình: $d_1: x + y + 3 = 0$, $d_2: x - y - 4 = 0$, $d_3: x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng d_2 .

$$DS: M(-22; -11), M(2; 1)$$

B11: Cho hai đường thẳng $\Delta: x - y - 4 = 0$ và $d: 2x - y - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng ON cắt đường thẳng Δ tại điểm M thỏa mãn $OM.ON = 8$.

$$DS: N(0; -2) \text{ hoặc } N\left(\frac{6}{5}; \frac{2}{5}\right)$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho đường thẳng $d: x - 2y - 2 = 0$ và hai điểm $A(0; 1)$ và $B(3; 4)$. Tìm tọa độ của điểm M trên d sao cho $2MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

$$DS: M(2; 0)$$

chuyên ĐH Vinh: Cho hai điểm $A(1; 2)$ và $B(4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 135^\circ$ và khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng AB bằng $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

$$DS: M(0; 0) \text{ hoặc } M(-1; 3)$$

D10: Cho điểm $A(0; 2)$ và Δ là đường thẳng đi qua O . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ . Viết phương trình Δ , biết khoảng cách từ H đến trục hoành bằng AH .

$$DS: 2 \text{ đường } \Delta: (\sqrt{5} - 1)x \pm 2\sqrt{\sqrt{5} - 2}y = 0$$

B04(dự bị): Cho điểm $I(-2; 0)$ và hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 5 = 0$, $d_2: x + y - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm I và cắt hai đường thẳng d_1 , d_2 lần lượt tại A , B sao cho $\overline{IA} = 2\overline{IB}$.

$$DS: d: -7x + 3y + 14 = 0$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho hai đường thẳng $d_1: x + y + 1 = 0$; $d_2: 2x - y - 1 = 0$. Lập phương trình đường thẳng d đi qua $M(1; -1)$ và cắt d_1 ; d_2 lần lượt tại A và B sao cho $\overline{MB} = -2\overline{MA}$.

$$DS: d: x = 1$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho hai điểm $A(2; 5)$, $B(5; 1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A sao cho khoảng cách từ B đến d bằng 3.

$$DS: d: 7x + 24y - 134 = 0$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho điểm $M(-3; 4)$ và hai đường thẳng $d_1: x - 2y - 3 = 0$ và $d_2: x - y = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M cắt d_1 tại A , cắt d_2 tại B sao cho $MA = 2MB$ và điểm A có tung độ dương.

chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An: Cho ba điểm $A(1; 1)$, $B(3; 2)$ và $C(7; 10)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến Δ là lớn nhất.

$$DS: d: 4x + 5y - 9 = 0$$

chuyên Hạ Long - Quảng Ninh: Cho tam giác ABC có đỉnh $A(0; 4)$, trọng tâm $G(4/3; 2/3)$ và trục tâm trùng với gốc tọa độ. Tìm tọa độ B , C biết $x_B < x_C$.

$$DS: B(-1; -1), C(5; -1)$$

Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2013: $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$ có tâm là I. Viết phương trình đường thẳng d cách O một khoảng bằng $\sqrt{5}$ và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

ĐS: $d: 2x - y - 5 = 0$

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014: Cho hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 3 = 0$ và $d_2: 2x - y - 1 = 0$ cắt nhau tại. Viết phương trình đường thẳng d đi qua O và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $2IA = IB$.

ĐS: $d: 3x - 4y = 0$ hoặc $d: x = 0$

chuyên ĐH Vinh - 2013: Cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 2 = 0$, $d_2: x + 2y - 2 = 0$. Gọi I là giao điểm của d_1, d_2 . Viết phương trình đường thẳng đi qua M(-1;1) cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $AB = 3IA$.

ĐS: $x + y = 0$ hoặc $x + 7y - 6 = 0$

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014: Cho điểm A(0;2) và đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$. Tìm trên d 2 điểm M, N sao cho tam giác AMN vuông tại A và $AM = 2AN$, biết hoành độ và tung độ của N là những số nguyên.

ĐS: M(2;2), N(0;1)

chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ - 2014: Cho điểm A(4;-7) và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 4 = 0$. Tìm điểm B trên Δ sao cho có đúng ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 thỏa mãn khoảng cách từ A đến d_1, d_2, d_3 đều bằng 4 và khoảng cách từ B đến d_1, d_2, d_3 đều bằng 6.

ĐS: $B(-2;1)$ hoặc $B\left(\frac{6}{5}; \frac{13}{5}\right)$

CÁC BÀI TOÁN VỀ TAM GIÁC

1. Tam giác thường

1.1. Tìm tọa độ của điểm

A04: Cho hai điểm $A(0; 2)$ và $B(-\sqrt{3}; -1)$. Tìm tọa độ trực tâm và tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác OAB .

$$DS: H(\sqrt{3}; -1), I(-\sqrt{3}; 1)$$

B08: Hãy xác định tọa độ đỉnh C của tam giác ABC biết rằng hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB là điểm $H(-1; -1)$, đường phân giác trong góc A có phương trình $x - y + 2 = 0$ và đường cao kẻ từ B có phương trình $4x + 3y - 1 = 0$.

$$DS: C\left(-\frac{10}{3}; \frac{3}{4}\right)$$

D10: Cho tam giác ABC có đỉnh $A(3; -7)$, trực tâm là $H(3; -1)$, tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(-2; 0)$. Xác định tọa độ đỉnh C , biết C có hoành độ dương.

$$DS: C(-2 + \sqrt{65}; 3)$$

B11: Cho tam giác ABC có đỉnh $B\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC , CA , AB tương ứng tại các điểm D , E , F . Cho $D(3; 1)$ và đường thẳng EF có phương trình $y - 3 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A , biết A có tung độ dương.

$$DS: A\left(3; \frac{13}{3}\right)$$

D11: Cho tam giác ABC có đỉnh $B(-4; 1)$, trọng tâm $G(1; 1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A và C .

$$DS: A(4; 3), C(3; -1)$$

B13: Cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là $D(5; 3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

$$DS: C(9; 11)$$

D13: Cho tam giác ABC có điểm $M(-9/2; 3/2)$ là trung điểm của cạnh AB , điểm $H(-2; 4)$ và $I(-1; 1)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tìm tọa độ đỉnh C .

$$DS: C(-1; 6)$$

D03(dự bị): Cho tam giác ABC có đỉnh $A(1; 0)$ và hai đường thẳng lần lượt chứa các đường cao vẽ từ B và C có phương trình tương ứng là: $x - 2y + 1 = 0$, $3x + y - 1 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC .

$$DS: B(-5; -2), C(-1; 4) \Rightarrow S = 14$$

D04(dự bị): Cho điểm $A(2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: x + y + 5 = 0$, $d_2: x + 2y - 7 = 0$. Tìm tọa độ các điểm B trên d_1 và C trên d_2 sao cho tam giác ABC có trọng tâm $G(2; 0)$.

$$DS: B(-1; -4), C(5; 1)$$

A06(dự bị): Cho tam giác ABC có đỉnh A thuộc đường thẳng $d: x - 4y - 2 = 0$, cạnh BC song song với d . Phương trình đường cao $BH: x + y + 3 = 0$ và trung điểm của cạnh AC là $M(1; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh A , B , C .

$$DS: A\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right), B(-4; 1), C\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$$

B06(dự bị): Cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 1)$, đường cao qua đỉnh B có phương trình $x - 3y - 7 = 0$ và đường trung tuyến qua đỉnh C có phương trình $x + y + 1 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh B và C của tam giác.

$$DS: B(-2; -3), C(4; -5)$$

A07(dự bị): Cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-2; 0)$, phương trình các cạnh $AB: 4x + y + 14 = 0$, $AC: 2x + 5y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .

$$DS: A(-4; 2), B(-3; -2), C(1; 0)$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho tam giác ABC biết ba chân đường cao tương ứng với ba đỉnh A, B, C lần lượt là $A'(1;1)$, $B'(-2;3)$ và $C'(2;4)$. Viết phương trình cạnh BC .

$$DS: \left(\frac{2}{\sqrt{13}} - \frac{3}{\sqrt{10}} \right)x + \left(\frac{3}{\sqrt{13}} + \frac{1}{\sqrt{10}} \right)y - \frac{5}{\sqrt{13}} + \frac{2}{\sqrt{10}} = 0$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho tam giác ABC có $AB: 5x + 2y + 7 = 0$; $BC: x - 2y - 1 = 0$. Phương trình đường phân giác trong góc A là $x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm C .

$$DS: C\left(\frac{11}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho tam giác ABC biết $C(4; 3)$. Đường phân giác trong và trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác lần lượt có phương trình $x + 2y - 5 = 0$ và $4x + 13y - 10 = 0$. Tìm tọa độ điểm B .

$$DS: B(-12;1)$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho tam giác ABC biết $A(-1;1)$, trực tâm $H(1; 3)$, trung điểm của cạnh BC là điểm $M(5; 5)$. Xác định tọa độ các đỉnh B và C của tam giác ABC .

Đặng Thúc Hứa - Nghệ An: Cho tam giác ABC có $d: 2x - y - 3 = 0$ là đường phân giác trong góc A . Biết $B_1(-6;0), C_1(-4;4)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, C lên các đường thẳng AC, AB . Xác định tọa độ của A, B, C .

$$DS: A(1;-1), B\left(-\frac{21}{4}; \frac{21}{4}\right), C\left(-\frac{31}{4}; \frac{1}{4}\right)$$

Lê Hồng Phong - Thanh Hóa:

1. Cho tam giác ABC có $A(5; 2)$. Phương trình đường trung trực đoạn BC là $x + y - 6 = 0$, trung tuyến CC' là $2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C .

2. Cho tam giác ABC có $A(1; 5)$. Phương trình $BC: x - 2y - 6 = 0$. Tâm đường tròn nội tiếp $I(1;0)$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C .

$$DS: 1. C(23/5; 55/3), B(-28/3; -14/3) \quad 2. B(4; -1), C(-4; -5)$$

chuyên DH Vinh: Cho tam giác ABC có trọng tâm $G(1; 1)$; $d: 2x - y + 1 = 0$ là phương trình của đường cao kẻ từ đỉnh A . Các đỉnh B, C thuộc đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các điểm A, B, C biết tam giác ABC có diện tích bằng 6.

$$DS: A(1;3), B(3;-1), C(-1;1) \text{ hoặc } A(1;3), C(3;-1), B(-1;1)$$

Lý Thái Tổ - Bắc Ninh: Cho tam giác ABC biết đường cao kẻ từ đỉnh B và đường phân giác trong góc A lần lượt có phương trình là $d_1: 3x + 4y + 10 = 0$; $d_2: x - y + 1 = 0$. Điểm $M(0; 2)$ thuộc đường thẳng AB đồng thời cách C một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

$$DS: A(4;5), B(-3; -1/4), C(1;1) \text{ hoặc } C(31/25; 33/25)$$

THPT Cầu Xe: Cho tam giác ABC biết đường cao kẻ từ đỉnh C và đường trung trực đoạn BC lần lượt là $x - y + 2 = 0$; $3x + 4y - 2 = 0$. Điểm $A(4; -2)$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C .

$$DS: B(-1/4; 9/4), C(-7/4; 1/4)$$

THPT Triệu Sơn 4: Cho tam giác ABC biết đường cao kẻ từ đỉnh A và đường phân giác trong góc B lần lượt có phương trình là $x - 2y - 2 = 0$; $x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết $M(0; 2)$ thuộc đường thẳng AB và $AB = 2BC$.

$$ĐS: A(3; 1/2), B(2; 1), C(7/4; 3/2)$$

Quỳnh Lưu 2 - Nghệ An: Cho tam giác ABC có diện tích bằng $12 + 6\sqrt{6}$, $A(-2; 0)$, $B(4; 0)$, bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 5. Tìm tọa độ điểm C biết tung độ của C dương.

$$ĐS: C(0; 4 + 2\sqrt{6}) \text{ hoặc } C(2; 4 + 2\sqrt{6})$$

chuyên Nguyễn Quang Điều - Đồng Tháp: Cho tam giác ABC có $AB = \sqrt{5}$, $C(-1; -1)$, đường thẳng $AB: x + 2y - 3 = 0$. Trọng tâm G thuộc đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$. Tìm tọa độ của A, B .

$$ĐS: A(4; -1/2), B(6; -3/2) \text{ hoặc } B(4; -1/2), A(6; -3/2)$$

GSTT.VN - 2013: Cho tam giác ABC có $M(0; -1)$ nằm trên cạnh AC . Biết $AB = 2AM$, đường phân giác trong góc A là $d: x - y = 0$, đường cao đi qua đỉnh C là $d': 2x + y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

$$ĐS: A(1; 1), B(-3; -1), C\left(-\frac{1}{2}; -2\right)$$

Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2013: Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 135^\circ$, đường cao $BH: 3x + y + 10 = 0$, trung điểm của cạnh BC là $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ và trực tâm $H(0; -10)$. Biết tung độ của điểm B âm. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2013: Cho tam giác ABC có trực tâm H , $BC: x - y + 4 = 0$, trung điểm của cạnh AC là $M(0; 3)$, đường cao AH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại $N(7; -1)$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC và viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC .

chuyên Lê Quý Đôn - Quảng Trị - 2013: Cho tam giác ABC có trọng tâm $G(1; 2)$, điểm $M(-2; 1)$ nằm trên đường cao kẻ từ A . Đường thẳng BC có phương trình $x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm B biết $x_B > 0$ và diện tích tam giác ABC bằng 24.

$$ĐS: B(7; 6)$$

chuyên ĐH Vinh - 2013: Cho tam giác ABC có $A(-1; -3)$, $B(5; 1)$. Điểm M nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $MC = 2MB$. Tìm tọa độ điểm C biết rằng $MA = AC = 5$ và đường thẳng BC có hệ số góc là một số nguyên.

$$ĐS: C(-4; 1)$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, trọng tâm $G(1; 1)$ và trực tâm $H\left(\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

Tìm tọa độ hai đỉnh B và C của tam giác.

$$ĐS: B(-1; 0) \text{ và } C(3; 1)$$

Hồng Quang - Hải Dương - 2014: Cho tam giác ABC có diện tích bằng 2. Phương trình của đường thẳng AB là $x - y = 0$. Điểm $M(2; 1)$ là trung điểm của cạnh BC . Tìm tọa độ trung điểm N của cạnh AC .

$$ĐS: B(3; 2) \text{ và } C(1; 0)$$

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014: Cho tam giác ABC có đỉnh $C(5; 1)$, M là trung điểm của BC , điểm B thuộc đường thẳng $d: x + y + 6 = 0$. Điểm $N(0; 1)$ là trung điểm của AM , điểm $D(-1; -7)$ không nằm trên đường thẳng AM và khác phía với A so với đường thẳng BC , đồng thời khoảng cách từ A và D tới đường thẳng BC bằng nhau. Xác định tọa độ các điểm A, B .

$$ĐS: B(-3; -3) \text{ và } A(-1; 3)$$

chuyên Nguyễn Đình Chiểu - Đồng Tháp - 2014: Cho tam giác ABC có $A(0; 2\sqrt{3}), B(-2; 0), C(2; 0)$ và BH là đường cao. Tìm tọa độ của điểm M, N trên đường thẳng chứa đường cao BH sao cho ba tam giác MBC, NBC và ABC có chu vi bằng nhau.

$$DS: M\left(\frac{-8+24\sqrt{3}}{13}; \frac{24+6\sqrt{3}}{13}\right), N\left(\frac{-8-24\sqrt{3}}{13}; \frac{-24+6\sqrt{3}}{13}\right)$$

chuyên ĐH Vinh - 2014: Cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ B là $x+3y-18=0$, phương trình đường thẳng trung trực của BC là $3x+19y-279=0$. Đỉnh C thuộc đường thẳng $d: 2x-y+5=0$. Tìm tọa độ đỉnh A biết rằng $\widehat{BAC} = 135^\circ$.

$$DS: A(4; 8)$$

chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ - 2014: Cho tam giác ABC có $H(1; 1)$ là chân đường cao kẻ từ đỉnh A . Điểm $M(3; 0)$ là trung điểm của cạnh BC và $\widehat{BAH} = \widehat{HAM} = \widehat{MAC}$. Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

$$DS: A(1 \pm \sqrt{3}; 1 \pm 2\sqrt{3}), B(-1; 2), C(7; -2)$$

ĐHSP Hà Nội - 2014: Cho tam giác ABC có $AC > AB$, $C(6; 0)$ và hai đường thẳng $d: 3x-y-10=0$, $\Delta: 3x+3y-16=0$. Biết rằng đường thẳng d chứa đường phân giác trong của góc A , đường thẳng Δ vuông góc với cạnh AC và ba đường thẳng d, d và trung trực của cạnh BC đồng qui tại một điểm.

$$DS: B\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

chuyên ĐH Vinh - 2014: Cho tam giác ABC có $M(2; 1)$ là trung điểm cạnh AC , điểm $H(0; -3)$ là chân đường cao kẻ từ A , điểm $E(23; -2)$ thuộc đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ C . Tìm tọa độ điểm B biết điểm A thuộc đường thẳng $d: 2x+3y-5=0$ và điểm C có hoành độ dương.

$$DS: B(-3; -4)$$

Nguoithay.vn - 2014: Cho tam giác ABC có $A(1; 5)$, điểm B nằm trên đường thẳng $d_1: 2x+y+1=0$ và chân đường cao hạ từ đỉnh B xuống đường thẳng AC nằm trên đường thẳng $d_2: 2x+y-8=0$. Biết $M(3; 0)$ là trung điểm của cạnh BC . Tìm tọa độ của các điểm B và C .

1.2. Viết phương trình đường thẳng

D09: Cho tam giác ABC có $M(2; 0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0, 6x-y-4=0$. Viết phương trình đường thẳng AC .

$$DS: AC: 3x-4y+5=0$$

chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An: Cho tam giác ABC có trục tâm $H(-1; 4)$, tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(-3; 0)$ và trung điểm của cạnh BC là $M(0; -3)$. Viết phương trình đường thẳng AB biết B có hoành độ dương.

$$DS: AB: 3x+7y-49=0$$

chuyên Hà Nội - Amsterdam: Cho tam giác ABC và điểm $M(0; -1)$. Phương trình đường phân giác trong của góc A và đường cao kẻ từ C lần lượt là $x-y=0, 2x+y+3=0$. Đường thẳng AC đi qua M và $AB=2AM$. Viết phương trình cạnh BC .

$$DS: BC: 2x+5y+11=0$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2013: Cho tam giác ABC có $C(5; 4)$, đường thẳng $d: x-2y+11=0$ đi qua A và song song với BC , đường phân giác trong AD có phương trình $3x+y-9=0$. Viết phương trình các cạnh còn lại của tam giác ABC .

$$DS: AC: x+2y-13=0, BC: x-2y+3=0, AB: 2x-y+4=0$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho tam giác ABC có $A(-1;3)$, trọng tâm $G(2;2)$. Biết điểm B, C lần lượt là thuộc các đường thẳng $d: x+3y-3=0$ và $d': x-y-1=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A có hệ số góc dương sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến Δ là lớn nhất.

$$DS: \Delta: 3x - y + 6 = 0$$

chuyên Nguyễn Đình Chiểu - Đồng Tháp - 2014: Cho tam giác ABC có phương trình đường cao AH là $x = 3\sqrt{3}$. Phương trình đường phân giác trong góc $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ lần lượt là $x - \sqrt{3}y$, $x + \sqrt{3}y - 6\sqrt{3} = 0$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 3. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC , biết đỉnh A có tung độ dương.

$$DS: AC: y + \sqrt{3}x - 18 = 0, BC: y = 0, AB: y - \sqrt{3}x = 0$$

2. Tam giác cân

2.1. Tìm tọa độ của điểm

B03: Cho tam giác ABC có $AB = AC$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Biết $M(1; -1)$ là trung điểm cạnh BC và $G(2/3; 0)$ là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .

$$DS: A(0; 2), B(4; 0), C(-2; -2)$$

B09: Cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(-1; 4)$ và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng $\Delta: x - y - 4 = 0$. Xác định tọa độ các điểm B và C , biết diện tích tam giác ABC bằng 18.

$$DS: B\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right), C\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right) \text{ hoặc } B\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right), C\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

A10: Cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(6; 6)$; đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x + y - 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C , biết điểm $E(1; -3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác đã cho.

$$DS: B(0; -4), C(-4; 0) \text{ hoặc } B(-6; 2), C(2; -6)$$

A05(dự bị): Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A có trọng tâm $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$, phương trình đường thẳng BC là $x - 2y - 4 = 0$ và phương trình đường thẳng BG là $7x - 4y - 8 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .

$$DS: A(0; 3), B(0; -2), C(4; 0)$$

chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ: Cho tam giác ABC cân tại B , có $AB: \sqrt{3}x - y - 2\sqrt{3} = 0$. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I(0; 2)$. Điểm B thuộc trục Ox . Tìm tọa độ điểm C .

$$DS: C(\sqrt{3}-1; 1-\sqrt{3})$$

Quỳnh Lưu 1 - Nghệ An: Cho tam giác ABC cân tại A có $AB: x + 2y - 2 = 0; AC: 2x + y + 1 = 0$, điểm $M(1; 2)$ thuộc đoạn BC . Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}$ nhỏ nhất.

$$DS: D(0; 3)$$

Nguyễn Đức Mậu - Nghệ An: Cho tam giác ABC cân tại A , đỉnh B thuộc $d: x - 4y - 2 = 0$, cạnh AC song song với d . Đường cao kẻ từ đỉnh A có phương trình $x + y + 3 = 0$, điểm $M(1; 1)$ nằm trên AB . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

$$DS: A(0; -3), B(2/3; -1/3), C(-8/3; -11/3)$$

chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2013: Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi D là trung điểm của AB .

Biết rằng $I\left(\frac{11}{3}; \frac{5}{3}\right)$ và $E\left(\frac{13}{3}; \frac{5}{3}\right)$ lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , trọng tâm tam

giác ADC . Các điểm $M(3; -1), N(-3; 0)$ lần lượt thuộc các đường thẳng DC, AB . Tìm tọa độ các điểm A, B, C biết A có tung độ dương.

$$DS: A(7; 5), B(-1; 1), C(3; -3)$$

chuyên ĐH Vinh - 2013: Cho tam giác ABC cân tại A , có trực tâm $H(-3;2)$. Gọi D, E là chân đường cao kẻ từ B và C . Biết rằng điểm A thuộc đường thẳng $d: x - 3y - 3 = 0$, điểm $F(-2;3)$ thuộc đường thẳng DE và $HD=2$. Tìm tọa độ điểm A .

$$ĐS: A(3;0)$$

Lương Thế Vinh - Hà Nội - 2014: Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi N là trung điểm của AB . Gọi E và F lần lượt là chân đường cao hạ từ các đỉnh B, C của tam giác ABC . Tìm tọa độ của đỉnh A biết rằng

$$E(7;1), F\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right) \text{ và phương trình đường thẳng } CN \text{ là } 2x + y - 13 = 0.$$

$$ĐS: A(7;9)$$

2.2. Viết phương trình đường thẳng

B06(dự bị): Cho tam giác ABC cân tại B , với $A(1; -1), C(3; 5)$. Điểm B nằm trên đường thẳng $d: 2x - y = 0$. Viết phương trình các đường thẳng AB, BC .

$$ĐS: AB: 23x - y - 24 = 0, BC: 19x - 13y + 8 = 0$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 1 = 0$ và $d_2: x + 2y - 7 = 0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và tạo với $d_1; d_2$ một tam giác cân có đáy thuộc đường thẳng đó.

$$ĐS: x - 3y + 8 = 0; S_1 = \frac{18}{5} \text{ hoặc } 3x + y - 6 = 0; S_2 = \frac{32}{5}$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho tam giác ABC cân tại A . Biết $AB: 2x + y - 1 = 0; BC: x + 4y + 3 = 0$. Viết phương trình đường cao kẻ từ đỉnh B của tam giác ABC .

$$ĐS: 31x + 22y - 9 = 0$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0; d_2: \sqrt{3}x + y - \sqrt{3} - 2 = 0$ cắt nhau tại A . Lập phương trình đường thẳng d cắt $d_1; d_2$ lần lượt tại B và C sao cho tam giác ABC đều có diện tích bằng $3\sqrt{3}$.

3. Tam giác vuông

3.1. Tìm tọa độ của điểm

A02: Xét tam giác ABC vuông tại A , phương trình đường thẳng BC là $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$, các đỉnh A và B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

$$ĐS: G_1\left(\frac{7+4\sqrt{3}}{3}; \frac{6+\sqrt{3}}{3}\right), G_2\left(\frac{-4\sqrt{3}-1}{3}; \frac{-6-2\sqrt{3}}{3}\right)$$

D04: Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-1; 0), B(4; 0), C(0; m)$ với $m \neq 0$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC theo m . Xác định m để tam giác GAB vuông tại G .

$$ĐS: G\left(1; \frac{m}{3}\right), m = \pm 3\sqrt{6}$$

B07: Cho điểm $A(2; 2)$ và các đường thẳng: $d_1: x + y - 2 = 0, d_2: x + y - 8 = 0$. Tìm tọa độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

$$ĐS: B(-1; 3), C(3; 5) \text{ hoặc } B(3; -1), C(5; 3)$$

D04(dự bị): Cho tam giác ABC vuông ở A . Biết $A(-1; 4), B(1; -4)$, đường thẳng BC đi qua điểm $K\left(\frac{7}{3}; 2\right)$.

Tìm tọa độ đỉnh C .

$$ĐS: C(3;5)$$

D07(dự bị): Cho điểm $A(2; 1)$. Trên trục Ox , lấy điểm B có hoành độ $x_B \geq 0$, trên trục Oy , lấy điểm C có

tung độ $y_C \geq 0$ sao cho tam giác ABC vuông tại A . Tìm các điểm B, C sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất.

ĐS: $B(0; 0), C(0; 5)$

D07(dự bị): Cho các điểm $A(0; 1), B(2; -1)$ và các đường thẳng

$$d_1: (m-1)x + (m-2)y + 2 - m = 0, d_2: (2-m)x + (m-1)y + 3m - 5 = 0$$

Chứng minh d_1 và d_2 luôn cắt nhau. Gọi P là giao điểm của d_1 và d_2 . Tìm m sao cho $PA + PB$ lớn nhất.

ĐS: Chú ý: $(PA+PB)^2 \leq 2(PA^2 + PB^2) = 2AB^2 = 16$. Do đó $\max(PA+PB)=4$ khi P là trung điểm của cung AB . Khi đó $P(2; 1)$ hay $P(0; -1) \Rightarrow m = 1$ hoặc $m = 2$.

Toán học & Tuổi trẻ: Cho tam giác ABC vuông tại A . Đường thẳng $BC: 4x - 3y - 4 = 0$. Các đỉnh A, B thuộc trục hoành và diện tích tam giác ABC bằng 6. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Toán học & Tuổi trẻ -2012: Cho tam giác ABC vuông tại A , các đỉnh A, B thuộc trục hoành và diện tích tam giác ABC bằng 6. Đường thẳng BC có phương trình là $4x - 3y - 4 = 0$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

$$ĐS: G\left(3; \frac{4}{3}\right), G\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$$

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp: Cho $A(-1; 2)$ và đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Tìm trên d hai điểm B và C sao cho tam giác ABC vuông tại C và $AC = 3BC$.

$$ĐS: C\left(\frac{-3}{5}; \frac{6}{5}\right) \text{ và } B\left(\frac{-13}{15}; \frac{16}{15}\right) \text{ hoặc } B\left(\frac{-1}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

chuyên Hà Nội - Amsterdam: Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Đường thẳng $BC: x + 7y - 31 = 0$

. Điểm $N\left(1; \frac{5}{2}\right)$ thuộc đường thẳng AC , điểm $M(2; -3)$ thuộc đường thẳng AB . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

$$ĐS: A(-1; 1), B(-4; 5), C(3; 4)$$

Nguoithay.vn - 2014: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có I là trung điểm của cạnh BC . Gọi M là trung điểm của IB và N là điểm nằm trên đoạn thẳng IC sao cho $NC=2NI$. Biết rằng $M\left(\frac{11}{2}; -4\right)$, phương trình đường thẳng AN là $x - y - 2 = 0$ và điểm A có hoành độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

3.2. Viết phương trình đường thẳng

B10: Cho tam giác ABC vuông tại A , có đỉnh $C(-4; 1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC , biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

$$ĐS: BC: 3x - 4y + 16 = 0$$

CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH CHỮ NHẬT

1. Tìm tọa độ của điểm

B02: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, phương trình đường thẳng AB là $x - 2y + 2 = 0$ và $AB =$

$2AD$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết rằng đỉnh A có hoành độ âm.

ĐS: $A(-2; 0), B(2; 2), C(3; 0), D(-1; -2)$

D12: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường thẳng AC và AD lần lượt có phương trình là $x + 3y = 0$ và $x - y + 4 = 0$. Đường thẳng BD đi qua điểm $M(-1/3; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS: $A(-3; 1), C(3; -1), D(-1; 3), B(1; -3)$

A13: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và $A(-4; 8)$. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C , N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD . Tìm tọa độ các điểm B, C biết rằng $N(5; -4)$.

ĐS: $C(1; -7), B(-4; -7)$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB: x - 2y - 1 = 0; BD: x - 7y + 14 = 0$. Đường chéo AC đi qua điểm $M(2; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS: $A(1; 0), B(7; 3), C(6; 5), D(0; 2)$

Đô Lương 4 - Nghệ An: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, tâm I thuộc đường thẳng $d: x - y - 3 = 0$ và $x_I = \frac{9}{2}$, trung điểm của một cạnh là giao điểm của d và trục Ox . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS: $A(2; 1), B(5; 4), C(7; 2), D(4; -1)$

Nguyễn Đức Mậu - Nghệ An: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 16, phương trình đường thẳng $AB: x - y + 3 = 0$, điểm $I(1; 2)$ là giao điểm của hai đường chéo. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS: $A(2; 5), B(-2; 1), C(0; -1), D(4; 3)$ hoặc $B(2; 5), A(-2; 1), D(0; -1), C(4; 3)$

Lương Thế Vinh - Hà Nội - 2012: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, tâm $I\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và trung điểm của cạnh AD là $M(3; 0)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS: $A(2; 1), B(5; 4), C(7; 2), D(4; -1)$

Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2013: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có các cạnh AB, DA tiếp xúc với đường tròn $(C): (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$, đường chéo AC cắt (C) tại các điểm $M\left(-\frac{16}{5}; \frac{23}{5}\right)$ và N thuộc trục Oy .

Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết điểm A có hoành độ âm, điểm D có hoành độ dương và diện tích tam giác AND bằng 10.

ĐS: $A(-4; 5), B(-4; 0), C(6; 0), D(6; 5)$

chuyên ĐHKHTN Hà Nội - 2013: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12. Tâm I của hình chữ nhật là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x + y - 6 = 0$. trung điểm của một cạnh là giao điểm của d_1 với trục hoành. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 6, đường chéo $AC: x + 2y - 9 = 0$. Điểm $M(0; 4)$ nằm trên cạnh BC , đường thẳng CD đi qua điểm $N(2; 8)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ biết đỉnh C có tung độ là một số nguyên.

$$DS: A(3;3), B(2;2), C(-1;5), D(0;6)$$

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh B, C thuộc trục tung. Đường chéo $AC: 3x + 4y - 16 = 0$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ACD bằng 1. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

$$DS: A(4;1), B(0;1), C(0;4), D(4;4) \text{ hoặc } A(-4;7), B(0;-7), C(0;4), D(-4;4)$$

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 48, đỉnh $D(-3;2)$. Đường phân giác của góc $\widehat{BAD}$ có phương trình $x + y - 7 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh B biết điểm A có hoành độ dương.

$$DS: B(5;8)$$

Hồng Quang - Hải Dương - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có đỉnh $C(3;-1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , đường thẳng DM có phương trình $y - 1 = 0$. Biết đỉnh A thuộc đường thẳng $d: 5x - y + 7 = 0$ và điểm D có hoành độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh A và D .

$$DS: A\left(-\frac{2}{5}; 5\right), D(-2;1)$$

Sở GD&ĐT Bắc Ninh - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD: 2x + y - 1 = 0$, điểm $I(-3;2)$ thuộc BD sao cho $\overline{IB} = -2\overline{ID}$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật biết $x_D > 0$ và $AD = 2AB$.

$$DS: A(-5;11), B(-11;8), C(-5;-4), D(1;-1)$$

Sở GD&ĐT Bắc Ninh - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 2AB$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Trên đường thẳng MN lấy điểm K sao cho N là trung điểm của MK . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật biết $K(5;-1)$, $AC: 2x + y - 3 = 0$ và $y_A > 0$.

$$DS: A(1;1), B(3;1), C(3;-3), D(1;-3)$$

Can Lộc - Hà Tĩnh - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2AD$. Gọi N là trung điểm của cạnh BC , M là điểm thuộc cạnh CD sao cho $DC = 4DM$. Biết tọa độ $M(1;2)$, phương trình đường thẳng AN là $4x - y + 5 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A biết $x_A < -0,5$.

$$DS: A(-1;1)$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $B(1;1)$. Trọng tâm của tam giác ABC nằm trên đường thẳng $d: 3x - y - 2 = 0$. Điểm $N(4;6)$ là trung điểm của cạnh CD . Tìm tọa độ đỉnh A .

$$DS: A(-1;3), A\left(\frac{9}{5}; \frac{57}{5}\right)$$

Ngươi thay.vn - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai điểm E, F lần lượt nằm trên các cạnh AB, AD sao cho $EB = 2EA, FA = 3FD$. Biết rằng $F(2;1)$, phương trình đường thẳng CE là $x - 3y - 9 = 0$, tam giác CEF vuông tại F và điểm C có hoành độ dương. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

Ngươi thay.vn - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 30 và đỉnh B nằm trên đường thẳng $d: x - 2y - 2 = 0$. Trung điểm của AB là $M(4;3)$ và điểm $N(1;-3)$ nằm trên đường thẳng CD . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết điểm B có tung độ dương.

Ngươi thay.vn - 2014: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 30 và hai điểm $M(1;4), N(-4;-1)$ lần lượt nằm trên các đường thẳng AB, AD . Phương trình đường chéo AC là $7x + 4y - 13 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ biết điểm A và D đều có hoành độ âm.

2. Viết phương trình đường thẳng

A09: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $I(6; 2)$ là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Điểm $M(1; 5)$ thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $\Delta: x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB .

$$DS: y - 5 = 0, x - 4y + 19 = 0$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho hình chữ nhật, hai đường chéo lần lượt có phương trình là $d_1 : 7x + y - 4 = 0$; $d_2 : x - y + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh của hình chữ nhật biết nó đi qua điểm $M(-3;5)$.

$$ĐS: x - 3y - 12 = 0 \text{ hoặc } 3x - y + 14 = 0$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 6, $BD : 2x + y - 12 = 0$. Đường thẳng AB đi qua điểm $M(5 ; 1)$, đường thẳng BC đi qua $N(9 ; 3)$. Viết phương trình các cạnh của hình chữ nhật, biết điểm B có hoành độ lớn hơn 5.

$$ĐS: AB : x + y - 6 = 0; BC : x - y - 6 = 0; AD : x - y = 0; CD : x + y - 8 = 0$$

$$\text{hoặc } AB : x + y - 6 = 0; BC : x - y - 6 = 0; AD : x - y - 12 = 0; CD : x + y - 4 = 0$$

CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH THOI

1. Tìm tọa độ của điểm

Lương Tài 2 - Bắc Ninh: Cho $ABCD$ là hình thoi với $AC = 2BD$, tâm $I(2; 1)$. Điểm $M(0; 1/3)$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N(0; 7)$ thuộc đường thẳng CD . Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

ĐS: $B(1; -1)$

chuyên Quốc Học Huế: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$. Biết đường thẳng AC có phương trình $2x - y - 1 = 0$; đỉnh $A(3; 5)$ và điểm B thuộc đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D của hình thoi $ABCD$.

ĐS: $B(-1; 2), D(3; 0), C(-1; -3)$ hoặc $B(3; -2), D(-\frac{13}{5}; \frac{4}{5}), C(-\frac{13}{5}; -\frac{31}{5})$

Thuận Thành 3 - Bắc Ninh - 2014: Cho hình thoi $ABCD$ có phương trình cạnh BD là $x - y = 0$, đường thẳng AB đi qua điểm $P(1; \sqrt{3})$, đường thẳng CD đi qua $Q(-2; -2\sqrt{3})$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi, biết $AB = AC$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 1.

ĐS: $A(-1 - \sqrt{3}; \sqrt{3} - 1), B(2; 2), C(\sqrt{3} - 1; -1 - \sqrt{3}), D(-4; -4)$

Lạng Giang 1 - Bắc Giang: Cho hình thoi $ABCD$ có phương trình cạnh AC là $x + 7y - 31 = 0$, hai đỉnh B, D lần lượt thuộc các đường thẳng $d_1: x + y - 8 = 0$ và $d_2: x - 2y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi biết diện tích của hình thoi bằng 75 và đỉnh A có hoành độ âm.

ĐS: $A(10; 3), B(0; 8), C(-11; 6), D(-1; 1)$

GSTT.VN - 2013: Cho hình thoi $ABCD$ biết $AB: x + 3y + 1 = 0; BD: x - y + 5 = 0$. Đường thẳng AD đi qua điểm $M(1; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi.

ĐS: $B(-4; 1), D(0; 5)$

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014: Cho hình thoi $ABCD$ có $AC: x + y - 1 = 0$. Điểm $E(9; 4)$ nằm trên đường thẳng AB , điểm $F(-2; -5)$ nằm trên đường thẳng CD và $AC = 2\sqrt{2}$. Xác định tọa độ A, B, C, D biết điểm C có hoành độ âm.

ĐS: $A(0; 1), B(-3; 0), C(-2; 3), D(1; 4)$

2. Viết phương trình đường thẳng

- Cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(3; 3)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M(2; \frac{4}{3})$ thuộc đường thẳng AB , điểm

$N(3; \frac{13}{3})$ thuộc đường thẳng CD . Viết phương trình đường thẳng BD biết $x_B < 3$.

Sở GD&ĐT Bắc Ninh - 2014: Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{ABC} = 60^\circ$, đường tròn (C) có tâm I bán kính $R=2$ tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình thoi (tiếp xúc với AB và CD lần lượt tại M và N , tung độ của I dương). Biết phương trình đường thẳng $MN: x + \sqrt{3}y - 1 = 0$, đường thẳng AD không vuông góc với trục tung và đi qua điểm $P(3; 0)$. Viết phương trình đường thẳng AB, AD .

ĐS: $AB: \sqrt{3}x - y + 4 - 5\sqrt{3} = 0; AD: \sqrt{3}x + y - 3\sqrt{3} = 0$

CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH VUÔNG

1. Tìm tọa độ của điểm

A05: Cho hai đường thẳng $d_1: x - y = 0$ và $d_2: 2x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh hình vuông $ABCD$ biết rằng đỉnh A thuộc d_1 , đỉnh C thuộc d_2 và các đỉnh B, D thuộc trục hoành.

ĐS: $A(1; 1), B(0; 0), C(1; -1), D(2; 0)$ hoặc $A(1; 1), B(2; 0), C(1; -1), D(0; 0)$

A12: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho

$CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng $AN: 2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A .

ĐS: $A(1; -1), A(4; 5)$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho ba đường thẳng $d_1: 3x - 4y - 4 = 0; d_2: x + y - 6 = 0$ và $d_3: x - 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết A, C thuộc d_3 , B thuộc d_1 và D thuộc d_2 .

ĐS: $A(3; 3), B(2; 2), C(1; 3), D(4; 2)$ hoặc $A(1; 3), B(2; 2), C(3; 3), D(4; 2)$

chuyên Vĩnh Phúc: Cho hình vuông $ABCD$ có M là trung điểm của cạnh BC , phương trình đường thẳng $DM: x - y - 2 = 0$ và $C(3; -3)$. Biết đỉnh A thuộc đường thẳng $d: 3x + y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các điểm A, B, D .

ĐS: $A(-1; 5), B(-3; -1), D(5; 3)$

Tứ Kỳ - Hải Dương: Cho hình vuông $ABCD$ có $A(-2; 6)$, đỉnh B thuộc $d: x - 2y + 6 = 0$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh BC, CD sao cho $BM = CN$. Biết AM cắt BN tại $I\left(\frac{2}{5}; \frac{14}{5}\right)$. Xác định tọa độ điểm C .

ĐS: $C(0; 0)$ hoặc $C(4; 8)$

Đô Lương 4 - Nghệ An: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Các đường thẳng AB, CD lần lượt đi qua $M(-4; -1), N(-2; -4)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông biết điểm B có hoành độ âm.

ĐS: $A(2; 3), B(-1; 1), C(1; -2), D(4; 0)$

chuyên Hạ Long - Quảng Ninh: Cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $C(1; 2)$. Gọi M là trung điểm của BC . Đường thẳng DM có phương trình $x + 2y - 7 = 0$. Đỉnh A thuộc đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$. Tìm tọa độ A, B, D .

ĐS: $A(-1; 6), B\left(\frac{1}{2}; \frac{17}{4}\right), D\left(-\frac{1}{2}; \frac{15}{4}\right)$

Đặng Thúc Hứa - Nghệ An: Cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh A thuộc $d: x - y - 4 = 0$. Đường thẳng BC, CD lần lượt đi qua $M(4; 0)$ và $N(0; 2)$. Biết tam giác AMN cân tại A , xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông.

ĐS: $A(-1; -5), B(-2; -2), C(1; -1), D(2; -4)$ hoặc $A(-1; -5), B(5; -3), C(3; 3), D(-3; 1)$

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc: Cho $(C): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$ nội tiếp hình vuông $ABCD$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông biết đường thẳng chứa cạnh AB đi qua điểm $M(-3; -2)$ và điểm A có hoành độ dương.

ĐS: $A(6; 1), B(0; -1), C(-2; 5), D(4; 7)$

chuyên Quốc Học Huế - 2014: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Biết rằng $M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ và đường thẳng BN có phương trình $2x + 9y - 34 = 0$. Tìm tọa độ các điểm A và B biết rằng điểm B có hoành độ âm.

$$DS: B(-1; 4), A(0; 0)$$

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014: Cho hình vuông $ABCD$ có $A(2; -4)$, đỉnh C thuộc đường thẳng $d: 3x + y + 2 = 0$. Đường thẳng $DM: x - y - 2 = 0$ với M là trung điểm của AB . Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D của hình vuông, biết điểm C có hoành độ âm.

$$DS: B(-4; -2), C(-2; 4), D(4; 2)$$

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014: Cho hình vuông $ABCD$ có $BD: x + y - 3 = 0$, điểm $M(-1; 2)$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N(2; -2)$ thuộc đường thẳng AD . Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông biết $x_B > 0$.

$$DS: A(2; 2), B(1; 2), C(1; 1), D(2; 1)$$

Tỉnh Gia 1 - Thanh Hóa - 2014: Cho hình vuông $ABCD$ có $D(5; 1)$. Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm thuộc đường chéo AC sao cho $AC = 4AN$. Tìm tọa độ điểm C biết phương trình đường thẳng MN là $3x - y - 4 = 0$ và M có tung độ dương.

$$DS: C(5; 5)$$

Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2014: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E là trung điểm của cạnh AD ,

$H\left(\frac{11}{5}; -\frac{2}{5}\right)$ là hình chiếu vuông góc của B lên CE và $H\left(\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}\right)$ là trung điểm của đoạn BH . Xác định tọa độ của các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết điểm A có hoành độ âm.

$$DS: A(-1; 2), B(-1; -2), C(3; -2), D(3; 2)$$

chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai - 2014: Cho hình vuông $ABCD$ có $A(1; 1)$, $AB = 4$. Gọi M là trung điểm cạnh BC , điểm $H\left(\frac{9}{5}; -\frac{3}{5}\right)$ là hình chiếu vuông góc của D lên AM . Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông biết $x_B < 2$.

$$DS: B(1; -3), C(5; -3), D(5; 1)$$

Nguoithay.vn - 2014: Cho hình vuông $ABCD$ có $M(2; 2)$ là trung điểm của cạnh AB , đường thẳng đi qua đỉnh C và trung điểm của cạnh AD có phương trình là $7x + y - 46 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết điểm C tung độ âm.

2. Viết phương trình đường thẳng

- Cho hình vuông $ABCD$ biết các điểm $M(2; 1), N(4; -2), P(2; 0), Q(1; 2)$ lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA . Viết phương trình các cạnh của hình vuông $ABCD$.

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014: Cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh A thuộc đường thẳng $d: x - y - 4 = 0$, đường thẳng BC đi qua điểm $M(4; 0)$, đường thẳng CD đi qua điểm $N(0; 2)$ và tam giác AMN cân tại A . Viết phương trình đường thẳng BC .

$$DS: BC: x - 3y - 4 = 0 \text{ hoặc } BC: 3x + y - 12 = 0$$

CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH THANG, HÌNH BÌNH HÀNH

1. Tìm tọa độ của điểm

B13: Cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm $H(-3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D .

ĐS: $C(-1; 6)$ và $D(4; 1)$ hoặc $D(-8; 7)$

chuyên Vĩnh Phúc: Cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 4. Biết $A(2; 0), B(3; 0)$ và giao điểm I của hai đường chéo AC và BD nằm trên đường thẳng $d: y = x$. Tìm tọa độ của C và D .

ĐS: $C(3; 4), D(2; 4)$ hoặc $C(-5; -4), D(-6; -4)$

Yễn Khê - Phú Thọ: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1; 2)$, $BD: 2x + y + 1 = 0$. Gọi M là một điểm nằm trên đường thẳng AD sao cho A nằm giữa M và D , $AM = AC$. Đường thẳng $MC: x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành.

ĐS: $B(1/2; -2), C(-7; 8), D(-13/2; 12)$

GSTT.VN - 2013: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1; 5)$. Điểm $H(1; 3)$ là hình chiếu vuông góc của B trên AC và đường trung trực của BC có phương trình $x + 4y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các điểm B, C, D .

ĐS: $B(-2; -6), C(-4; -2), D(1; -3)$

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2013: cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD , biết $B(3; 3), C(5; -3)$. Giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$ và $CI = 2BI$. Xác định tọa độ của điểm A và điểm D biết tam giác ACB có diện tích bằng 12, $x_A < 0; x_I > 0$.

ĐS: $A(-1; 3), D(-3; -3)$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A và D có $AB = AD < CD$, $B(1; 2)$, đường thẳng BD có phương trình $y - 2 = 0$. Biết đường thẳng $d: 7x - y - 25 = 0$ cắt các đoạn thẳng AD, CD lần lượt tại hai điểm M, N sao cho BM vuông góc với BC và tia BN là tia phân giác của góc $\widehat{MBC}$. Tìm tọa độ điểm D biết D có hoành độ dương.

Sở GD&ĐT Bắc Ninh - 2014: Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông tại $A(1; 1)$ và B . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 2AM$, điểm $N(1; 4)$ là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng CD . Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D biết CM vuông góc với DM , điểm B thuộc đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$.

ĐS: $B(-2; 4), C(-1; 5), D(3; 3)$

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2013: Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB = 2CD$. Phương trình các đường thẳng AC là $x + y - 4 = 0$ và đường thẳng BD là $x - y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành biết hoành độ của A và B dương và diện tích của hình bình hành bằng 36.

ĐS: $A(7; -3), B(7; 5), C(1; 3), D(1; -1)$

chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ - 2014: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(4; 0)$, phương trình đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ B của tam giác ABC là $7x + 4y - 5 = 0$. Phương trình đường trung trực của đoạn BC là $2x + 8y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các điểm B, C, D .

ĐS: $B(-1; -3), C(-2; -1), D(3; -4)$

2. Viết phương trình đường thẳng

Đào Duy Từ - Thanh Hóa: Cho hình thang cân $ABCD$ có diện tích bằng 18, $CD: x - y + 2 = 0$. Hai đường chéo AC và BD vuông góc nhau và cắt nhau tại $I(3; 1)$. Viết phương trình đường thẳng BC , biết C có hoành độ âm.

ĐS: $BC: x + 2y - 1 = 0$

chuyên Quốc Học - Huế - 2013: Cho ABCD là hình thang vuông tại A và B, có diện tích bằng 50, đỉnh C(2;-5), AD = 3BC. Biết rằng đường thẳng AB đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$, đường thẳng AD đi qua N(-3;5).

Viết phương trình đường thẳng AB biết đường thẳng AB không song song với các trục tọa độ.

ĐS: $AB: 4x - 3y + 2 = 0$ hoặc $AB: 6x + 8y + 3 = 0$

CÁC BÀI TOÁN VỀ ĐƯỜNG TRÒN

1. Viết phương trình đường tròn

D03: Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng d . Tìm tọa độ các giao điểm của (C) và (C') .

$$ĐS: (C'): (x-3)^2 + y^2 = 4, A(1; 0), B(3; 2)$$

B04: Cho hai điểm $A(2; 0), B(6; 4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của (C) đến điểm B bằng 5.

$$ĐS: (C_1): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1, (C_2): (x-2)^2 + (y-7)^2 = 49$$

A07: Cho tam giác ABC có $A(0; 2), B(-2; -2), C(4; -2)$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ B ; M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC . Viết phương trình đường tròn đi qua các điểm H, M, N .

$$ĐS: H(1; 1), x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$$

D07: Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + m = 0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho tam giác PAB đều.

$$ĐS: m = 19, m = -41$$

A09: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng $\Delta: x + my - 2m + 3 = 0$, với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C) . Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích ΔIAB lớn nhất.

$$ĐS: m = 0 \text{ hoặc } m = 8/15.$$

A10: Cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A , cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B . Viết phương trình của (T) , biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

$$ĐS: (T): \left(x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$$

B10: Cho điểm $A(2; \sqrt{3})$ và elip $(E): \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$. Gọi F_1 và F_2 là các tiêu điểm của (E) (F_1 có hoành độ âm); M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E) ; N là điểm đối xứng của F_2 qua M . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF_2 .

$$ĐS: (x-1)^2 + \left(y - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}$$

B12: Cho hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$ và đường thẳng $d: x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc (C_2) , tiếp xúc với d và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB vuông góc với d .

$$ĐS: (C): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$$

D12: Cho đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc d , cắt trục Ox tại A và B , cắt trục Oy tại C và D sao cho $AB = CD = 2$.

$$ĐS: (C): (x+3)^2 + (y+3)^2 = 10$$

A13: Cho đường thẳng $\Delta: x - y = 0$. Đường tròn (C) có bán kính $R = \sqrt{10}$ cắt Δ tại hai điểm A và B sao

cho $AB = 4\sqrt{2}$. Tiếp tuyến của (C) tại A và B cắt nhau tại một điểm thuộc tia Oy . Viết phương trình đường tròn (C) .

$$DS: (C): (x-5)^2 + (y-3)^2 = 10$$

B09: Cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\Delta_1: x-y=0$, $\Delta_2: x-7y=0$. Xác định tọa độ tâm K và tính bán kính của đường tròn (C_1) ; biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng Δ_1 , Δ_2 và tâm $K \in (C)$

$$DS: K\left(\frac{8}{5}; \frac{4}{5}\right), R = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

D02(dự bị): Cho hai đường tròn: $(C_1): x^2 + y^2 - 10x = 0$, $(C_2): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$. Viết phương trình đường tròn đi qua các giao điểm của (C_1) , (C_2) và có tâm nằm trên đường thẳng $d: x+6y-6=0$.

$$DS: (x-12)^2 + (y+1)^2 = 125$$

B03(dự bị): Cho đường thẳng $d: x-7y+10=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: 2x+y=0$ và tiếp xúc với đường thẳng d tại điểm $A(4; 2)$.

$$DS: (x-6)^2 + (y+12)^2 = 200$$

A04(dự bị): Cho điểm $A(-1; 1)$ và đường thẳng $d: x-y+1-\sqrt{2}=0$. Viết phương trình đường tròn đi qua A , qua gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng d .

$$DS: x^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ hoặc } (x+1)^2 + y^2 = 1$$

A05(dự bị): Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 12x - 4y + 36 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C_1) tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox , Oy đồng thời tiếp xúc ngoài với đường tròn (C) .

$$DS: (C_1): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4, (C_2): (x-18)^2 + (y-18)^2 = 18, (C_3): (x-6)^2 + (y+6)^2 = 36$$

D05(dự bị): Cho 2 điểm $A(0;5)$, $B(2; 3)$. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và có bán kính $R = \sqrt{10}$.

$$DS: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 10, (x-3)^2 + (y-6)^2 = 10$$

D06(dự bị): Cho điểm $A(-1; 1)$ và đường thẳng $d: x-y+1-\sqrt{2}=0$. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua điểm A , gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng d .

$$DS: (C_1): x^2 + y^2 - 2y = 0, (C_2): x^2 + y^2 + 2x = 0$$

B07(dự bị): Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') có tâm $M(5; 1)$ và (C') cắt (C) tại các điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

$$DS: (C'_1): (x-5)^2 + (y-1)^2 = 13, (C'_2): (x-5)^2 + (y-1)^2 = 43.$$

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp: Cho tam giác ABC vuông cân tại $A(1; 2)$. Viết phương trình đường tròn (T) ngoại tiếp tam giác ABC biết tiếp tuyến của (T) tại B là đường thẳng $d: x-y-1=0$.

$$DS: (T): x^2 + (y-1)^2 = 2 \text{ hoặc } (T): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 2$$

chuyên Hạ Long - Quảng Ninh: Cho điểm $M(2; 1)$ và đường thẳng $d: x-y+1=0$. Viết phương trình đường tròn đi qua M và cắt d tại hai điểm A, B sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích bằng 2.

$$DS: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 8$$

Lạng Giang 2 - Bắc Giang: Cho $(C): x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}x - 4 = 0$. Tia Oy cắt (C) tại điểm A . Lập phương trình đường tròn (C') có bán kính bằng 2 và tiếp xúc ngoài với (C) tại A .

$$DS: (C'): (x-\sqrt{3})^2 + (y-3)^2 = 4$$

Nguyễn Đăng Đạo - Bắc Ninh: Cho $d_1 : x + 2y - 6 = 0$; $d_2 : x + 2y = 0$ và $d_3 : 3x - y - 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc d_3 , cắt d_1 tại A và B , d_2 tại C và D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

$$ĐS: (C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 18/5$$

ĐH Vinh: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ và điểm $A(5; -6)$. Từ A vẽ các tiếp tuyến AB , AC của đường tròn (C) với B , C là các tiếp điểm. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

$$ĐS: (x-2)^2 + (y+2)^2 = \frac{25}{4}$$

Toán học & Tuổi trẻ: Viết phương trình đường tròn có bán kính bằng 2, có tâm I nằm trên đường thẳng $d_1 : x + y - 3 = 0$ và đường tròn đó cắt đường thẳng $d_2 : 3x + 4y - 6 = 0$ tại A, B sao cho $\widehat{AIB} = 120^\circ$.

Toán học & Tuổi trẻ: Cho điểm $M(2; -1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C_1) có bán kính bằng 4 và cắt (C) theo một dây cung qua M có độ dài nhỏ nhất.

$$ĐS: (C_1): \left(x-2-\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(y+1+\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 = 16; (C_1): \left(x-2+\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(y+1-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 = 16$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho tam giác ABC có $A(1; 0)$, đường cao kẻ từ B và C lần lượt có phương trình $x - 2y + 1 = 0$ và $3x + y - 1 = 0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$ĐS: (C): x^2 + y^2 + \frac{36}{7}x - \frac{10}{7}y - \frac{43}{7} = 0$$

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2013: Cho tam giác ABC vuông cân tại $A(1; 2)$. Viết phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC biết đường thẳng $d : x - y - 1 = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C) tại điểm B .

$$ĐS: (C): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 2 \text{ hoặc } (C): x^2 + (y-1)^2 = 2$$

GSTT.VN - 2013: Cho $A(1; 5)$ và $(C): x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') có tâm nằm trên $d : x + y + 2 = 0$, đi qua A và cắt (C) tại 2 điểm phân biệt M, N sao cho $MN = 2\sqrt{2}$.

$$ĐS: (C): \left(x + \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{15}{4}\right)^2 = \frac{377}{8} \text{ hoặc } (C): \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{305}{8}$$

Hùng Vương - Bình Phước - 2014: Cho hình vuông $ABCD$, $A(-1; 2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và DC , E là giao điểm của BN với CM . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BME biết $BN : 2x + y - 8 = 0$ và $x_B > 2$.

$$ĐS: (C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 5$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho hai điểm $A(1; 2)$, $B(3; 4)$ và đường thẳng $d : y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm A, B và cắt d tại hai điểm phân biệt M, N sao cho $\widehat{MAN} = 60^\circ$.

$$ĐS: (C): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho điểm $A(1; 2)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') có tâm A và cắt (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho diện tích tam giác AMN đạt giá trị lớn nhất.

$$ĐS: (C'): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 12$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho điểm $A(-1; 2)$ và đường thẳng $d : 3x - 4y + 7 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có bán kính $R = 1$, đi qua A và cắt d theo dây cung BC sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $4/5$.

$$DS: (C): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ hoặc } (C): \left(x + \frac{1}{25}\right)^2 + \left(y - \frac{43}{25}\right)^2 = 1$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho hai đường thẳng $d_1: x + y - 1 = 0; d_2: x - y + 1 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C) cắt d_1 tại A và d_2 lần lượt tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC là tam giác đều có diện tích bằng $24\sqrt{3}$.

$$DS: (C): (x-2)^2 + (y+1)^2 = 32 \text{ hoặc } (C): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 32$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), B\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right), C\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right), D(2;0)$. Viết phương trình

đường tròn (T) có tâm là điểm D và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo một dây cung có độ dài bằng 2.

chuyên Trần Đại Nghĩa - HCM - 2014: Cho hai đường thẳng $d_1: 4x - 3y + 8 = 0; d_2: 4x + 3y + 2 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 20x - 2y + 20 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') tiếp xúc với (C) và đồng thời tiếp xúc với đường thẳng d_1 và d_2 .

$$DS: (C): x^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ hoặc } (C): (x-100)^2 + (y-1)^2 = 6561$$

Tỉnh Gia 1 - Thanh Hóa - 2014: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm I(1;2), bán kính R=5. Chân đường cao kẻ từ B và C lần lượt là H(3;3) và K(0;-1). Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCHK, biết A có tung độ dương.

$$DS: (C): \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}$$

chuyên ĐH Vinh - 2014: Cho hai điểm A(1;2), B(4;1) và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 5 = 0$. Viết phương trình đường tròn đi qua A, B và cắt Δ tại C, D sao cho CD=6.

$$DS: (C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 25 ; (C): \left(x - \frac{43}{13}\right)^2 + \left(y - \frac{51}{13}\right)^2 = \frac{1525}{169}$$

2. Tìm tọa độ của điểm

D06: Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên d sao cho đường tròn tâm M, có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn (C), tiếp xúc ngoài với đường tròn (C).

$$DS: M(1; 4), M(-2; 1)$$

A11: Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ và đường thẳng $\Delta: x + y + 2 = 0$. Gọi I là tâm của (C), M là điểm thuộc Δ . Qua M kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A và B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M, biết tứ giác MAIB có diện tích bằng 10.

$$DS: M(2; -4), M(-3; 1)$$

D13: Cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ và đường thẳng $\Delta: y - 3 = 0$. tam giác MNP có trực tâm trùng với tâm của (C), các đỉnh N và P thuộc Δ , đỉnh M và trung điểm của cạnh MN thuộc (C). Tìm tọa độ điểm P.

$$DS: P(-1; 3), P(3; 3)$$

A02(dự bị): Cho đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d mà qua đó ta kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với (C) tại A và B sao cho $\widehat{AMB} = 60^\circ$.

$$DS: M_1(3; 4), M_2(-3; -2)$$

D05(dự bị): Cho đường tròn (C) có phương trình: $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d có phương trình: $2x - y + 3 = 0$ sao cho $MI = 2R$, trong đó I là tâm và R là bán kính của đường tròn (C).

$$DS: M(-4; -5), M\left(\frac{24}{5}; \frac{63}{5}\right)$$

B07(dự bị): Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ và đường thẳng d: $x + y - 1 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh hình vuông ABCD ngoại tiếp đường tròn (C), biết A nằm trên d.

$$DS: A(2; -1), B(2; -5), C(6; -5), D(6; -1) \text{ hoặc } A(6; -5), B(6; -1), C(2; -1), D(2; -5)$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$ và parabol (P): $y^2 = x$. Tìm trên (P) các điểm M từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) và góc giữa hai tiếp tuyến bằng 60° .

$$DS: M(2; \sqrt{2}) \text{ hoặc } M(2; -\sqrt{2})$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho d: $3x - 4y + 5 = 0$ và (C): $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) và điểm N thuộc d sao cho MN nhỏ nhất.

$$DS: M\left(-\frac{2}{5}; \frac{11}{5}\right), N\left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho đường tròn (C): $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 1$ và điểm $M\left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$. Tìm trên (C) những điểm N sao cho MN nhỏ nhất.

$$DS: N(-8/5; 19/5)$$

Trung Giã - Hà Nội: Cho tam giác ABC vuông cân tại A ngoại tiếp đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 2$. Tìm tọa độ ba đỉnh của tam giác ABC biết A thuộc tia Ox.

$$DS: A(2; 0), B(-\sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}), C(-\sqrt{2}, -2 - \sqrt{2})$$

chuyên Vĩnh Phúc: Cho (C): $(x-4)^2 + y^2 = 4$, điểm E(4; 1). Tìm tọa độ điểm M trên trục tung sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB đến (C) với A, B là tiếp điểm và đường thẳng AB đi qua E.

$$DS: M(0; 4)$$

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2013: Cho (C): $x^2 + y^2 = 25$, điểm M(1; -2). Đường tròn (C') có bán kính bằng $2\sqrt{10}$. Tìm tọa độ tâm của (C') sao cho (C') cắt (C) theo một dây cung qua M có độ dài nhỏ nhất.

$$DS: (-1; 2) \text{ hoặc } (3; 6)$$

chuyên Vĩnh Phúc - 2013: Cho (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác đều ABC ngoại tiếp (C) biết A thuộc đường thẳng d: $y = -1$ và $x_A > 0$.

$$DS: A(6; -1), B(-4; -1), C(1; 8)$$

chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2013: Cho điểm A(2; 0) và (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$. Tìm tọa độ hai điểm B, C thuộc (C) sao cho tam giác ABC vuông tại B và có diện tích bằng 4.

$$DS: B(2; -4), B\left(\frac{16}{5}; -\frac{8}{5}\right), B(0; 0), B\left(-\frac{6}{5}; -\frac{12}{5}\right), C(0; -4)$$

chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - 2013: Cho (C): $x^2 + (y-1)^2 = 1$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d: $y - 3 = 0$ sao cho các tiếp tuyến của (C) kẻ từ M cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MAB bằng 4.

$$DS: M(2; 3) \text{ hoặc } M(-2; 3)$$

Nguyễn Huệ - Phú Yên: Cho tam giác ABC có đường tròn ngoại tiếp $(C): (x-4)^2 + y^2 = 10$, $A(1; 1)$, trọng tâm $G\left(\frac{11}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. Tìm tọa độ của B và C ($y_C > 0$).

$$ĐS: B(3; -3), C(7; 1)$$

Đào Duy Từ - Thanh Hóa: Cho $(C): x^2 + y^2 - 2x - 24 = 0$ có tâm I ; đường thẳng $d: 3x + 4y - 28 = 0$. Chứng minh d tiếp xúc với (C) . Tìm tọa độ điểm A trên (C) , điểm B và C trên d sao cho tam giác ABC nhận I làm trực tâm và trung điểm cạnh AC thuộc (C) , biết điểm C có hoành độ dương.

$$ĐS: A(-2; -4), B(0; 7), C(12; -2)$$

D09: Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 1$. Gọi I là tâm của (C) . Xác định tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho $\widehat{IMO} = 30^\circ$.

$$ĐS: M\left(3/2; \pm\sqrt{3}/2\right)$$

ĐHSP Hà Nội - 2014: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$ ngoại tiếp tam giác ABC có $A(4; 7)$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C biết $H(4; 5)$ là trực tâm của tam giác ABC .

$$ĐS: B(1-2\sqrt{6}; 2), C(1+2\sqrt{6}; 2) \text{ hoặc } C(1-2\sqrt{6}; 2), B(1+2\sqrt{6}; 2)$$

Hà Nội - Amsterdam - 2014: Cho tam giác ABC có đỉnh $A(1; 5)$. Tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác ABC lần lượt là $I(2; 2)$ và $K\left(\frac{5}{2}; 3\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C .

$$ĐS: B(1; 1), C(4; 1) \text{ hoặc } C(1; 1), B(4; 1)$$

Ngô Gia Tự - Vĩnh Phúc - 2014: Cho tam giác ABC có trung tuyến và phân giác trong đỉnh B có phương trình lần lượt là $2x + y - 3 = 0$, $x + y - 2 = 0$. Điểm $M(2; 1)$ nằm trên đường thẳng chứa cạnh AB ; đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính bằng $\sqrt{5}$. Biết đỉnh A có hoành độ dương, hãy xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

$$ĐS: B(1; 1), A(3; 1), C(1; -3)$$

Đức Thọ - Hà Tĩnh - 2014: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$, đường thẳng $\Delta: y = x - 3 + \sqrt{3}$ và điểm $A(3; 0)$. Gọi M là một điểm di động trên (C) và B là điểm sao cho tứ giác $ABMO$ là hình bình hành. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABM , biết G thuộc Δ và G có tung độ dương.

$$ĐS: G(3; \sqrt{3})$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2013: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ có tâm là I và đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d để từ M có thể kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với (C) tại A, B sao cho tứ giác $IMAB$ là hình vuông.

$$ĐS: M(1-2\sqrt{2}; 2-2\sqrt{2}) \text{ hoặc } M(1+2\sqrt{2}; 2+2\sqrt{2})$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho tam giác ABC nhọn. Gọi E, F lần lượt là chân đường cao hạ từ B, C . Đỉnh $A(3; -7)$, trung điểm của BC là điểm $M(-2; 3)$ và đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF có phương trình $(C): (x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$. Xác định tọa độ các điểm B và C .

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ là phương trình đường tròn nội tiếp tam giác đều ABC . Đường thẳng BC đi qua điểm $M\left(\frac{7}{2}; 2\right)$. Xác định tọa độ điểm A .

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ và $d: 2x + y + 10 = 0$. Từ một điểm M bất kỳ trên d kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A, B là các tiếp điểm). Xác định tọa độ điểm M sao cho khoảng cách từ O đến đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất.

$$DS: M\left(\frac{14}{3}; -\frac{58}{3}\right)$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$ và hai điểm $A(3;5)$ và $B(5;3)$. Xác định tọa độ điểm M trên (C) sao cho diện tích tam giác MAB có giá trị lớn nhất.

$$DS: M(0; -3)$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 5$ và đường thẳng $\Delta: 3x - y - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm A, B trên Δ để tam giác OAB có $OA = \frac{\sqrt{10}}{5}$ và có cạnh OB cắt đường tròn (C) tại M sao cho $MA=MB$ (với O là gốc tọa độ).

$$DS: B(2;4), B\left(-\frac{4}{5}; -\frac{22}{5}\right)$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho tam giác ABC có trực tâm $H(5;5)$, phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $x + y - 8 = 0$. Biết đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đi qua hai điểm $M(7;3)$ và $N(4;2)$. Tính diện tích tam giác ABC .

Phan Chu Trình - Đà Nẵng - 2014: Cho đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$. Qua điểm A thuộc d kẻ hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ tại B và C . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tìm tọa độ của điểm A , biết $AG=2$.

$$DS: A(2;5), A(-2;1)$$

chuyên ĐH Vinh - 2014: Cho tam giác ABC có đỉnh $A(3;3)$, tâm đường tròn ngoại tiếp $I(2;1)$, phương trình đường phân giác trong góc $\widehat{BAC}$ là $x - y = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C biết rằng $BC = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ và góc $\widehat{BAC}$ nhọn.

$$DS: B(0;2), C\left(\frac{8}{5}; -\frac{6}{5}\right) \text{ hoặc ngược lại}$$

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014: Cho tam giác ABC có trực tâm $H(-1;3)$, tâm đường tròn ngoại tiếp $I(3;-3)$ và chân đường cao kẻ từ đỉnh A là $K(-1;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .

$$DS: A(-1;-5), B(5;1), C(1;1) \text{ hoặc } A(-1;-5), B(1;1), C(5;1)$$

chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ - 2014: Cho tam giác ABC vuông tại $A(-1;1)$ và có tâm đường tròn nội tiếp là $I(1;5)$. Đường thẳng vuông góc với IA tại A cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AIC tại điểm thứ hai là $D(-7;4)$. Tìm tọa độ điểm B .

$$DS: B(17;7)$$

Hà Huy Tập - Nghệ An - 2014: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 25$ ngoại tiếp tam giác nhọn ABC có tọa độ các chân đường cao hạ từ B, C lần lượt là $M(-1;-3), N(2;-3)$. Hãy tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết rằng điểm A có tung độ âm.

$$DS: A(0;-5), B(5;0), C(-4;3)$$

Hà Huy Tập - Nghệ An - 2014: Cho tam giác ABC cân tại $A(0;3)$ và hai điểm B, C thuộc đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$. Tìm tọa độ của B, C biết rằng tam giác ABC có diện tích lớn nhất và điểm B có hoành độ dương.

$$DS: B\left(\frac{\sqrt{27}}{2}; -\frac{3}{2}\right), C\left(-\frac{\sqrt{27}}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2014: Cho điểm $A(1; -3)$ và đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+6)^2 = 50$ có tâm là điểm I . Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho số đo của góc $\widehat{AMI}$ lớn nhất.

$$DS: M(7; -1), M(-5; -5)$$

Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2014: Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AB=3AM$. Đường tròn tâm $I(1; -1)$ đường kính CM cắt BM tại D . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết đường thẳng BC đi qua điểm $N\left(\frac{4}{3}; 0\right)$, phương trình đường thẳng CD là $x-3y-6=0$ và điểm C có hoành độ dương.

$$DS: A(-2; -1), B(-2; 2), C(3; -1)$$

Nguoithay.vn - 2014: Cho tam giác ABC có đường cao AH , H thuộc cạnh BC sao cho $BC=4BH$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABH có phương trình là $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$. Điểm A nằm trên đường thẳng $d: 2x - 3y - 7 = 0$ và diện tích tam giác ABC bằng 60. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết điểm A và C có hoành độ âm.

Nguoithay.vn - 2014: Cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 20$ và đường thẳng $d: 3x - 4y - 8 = 0$.

Viết phương trình đường tròn (T) có tâm nằm trên d và cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{5}$, biết đường thẳng AB tạo với đường thẳng d một góc α với $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

3. Viết phương trình đường thẳng

B06: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm $M(-3; 1)$. Gọi T_1 và T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) . Viết phương trình đường thẳng T_1T_2 .

$$DS: \text{ Chứng tỏ tọa độ } (x_0; y_0) \text{ của } T_1, T_2 \text{ thỏa phương trình } 2x + y - 3 = 0.$$

D11: Cho điểm $A(1; 0)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông cân tại A .

$$DS: \Delta: y = 1 \text{ hoặc } \Delta: y = -3$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho điểm $M(2; 1)$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho AB nhỏ nhất.

B02(dự bị): Cho hai đường tròn: $(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn (C_1) và (C_2) .

$$DS: 4 \text{ tiếp tuyến chung: } 2x + y \pm 3\sqrt{5} - 2 = 0; y = -1; y = \frac{4}{3}x - 3$$

D02(dự bị): Cho hai đường tròn: $(C_1): x^2 + y^2 - 10x = 0$, $(C_2): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến chung của các đường tròn (C_1) , (C_2) .

$$DS: x + 7y - 5 \pm 25\sqrt{2} = 0$$

B05(dự bị): Cho 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 9$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$. Viết phương trình trục đẳng phương d của 2 đường tròn (C_1) và (C_2) . Chứng minh rằng nếu K thuộc d thì khoảng cách từ K đến tâm của (C_1) nhỏ hơn khoảng cách từ K đến tâm của (C_2) .

$$DS: d: x + y + 7 = 0, \text{ xét } OK^2 - IK^2 = -16 < 0 \Rightarrow OK < IK$$

A07(dự đị): Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$. Đường tròn (C') tâm $I(2; 2)$ cắt (C) tại các điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{2}$. Viết phương trình đường thẳng AB .

ĐS: Chú ý $AB \perp OI$. Phương trình $AB: y = -x \pm 1$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: x - 2y - 4 = 0$ và cắt (C) theo một dây cung có độ dài bằng 4.

ĐS: $d_1: x - 2y + 4 = 0$ hoặc $d_2: x - 2y - 6 = 0$

Phước Bình - Bình Phước: Cho hai đường tròn $(C_1): (x-1)^2 + y^2 = 1/2$, $(C_2): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Viết phương trình đường thẳng d tiếp xúc với (C_1) và cắt (C_2) tại hai điểm phân biệt AB sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

ĐS: $x + y - 2 = 0; x - y - 2 = 0; x + 7y - 6 = 0; 7x - y - 2 = 0$

Đông Hưng Hà - Thái Bình: Cho $(C_1): (x-6)^2 + y^2 = 25$ và $(C_2): x^2 + y^2 = 13$ cắt nhau tại $A(2; 3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và cắt $(C_1), (C_2)$ theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

ĐS: $d: x - 2 = 0$ hoặc $d: x - 3y + 7 = 0$

ĐH Vinh: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$. Gọi I là tâm đường tròn (C) . Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -3)$ cắt (C) tại hai điểm AB . Viết phương trình của d biết tam giác IAB có diện tích bằng 8 và AB là cạnh lớn nhất.

ĐS: $d: y + 3 = 0$ hoặc $d: 4x + 3y + 5 = 0$

THPT Lê Xoay: Cho $(C_1): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và $(C_2): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 2$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 4)$ cắt (C_1) tại M , (C_2) tại N sao cho $AM = 2AN$.

ĐS: $d: x - 1 = 0$ hoặc $d: x - 2y + 7 = 0$

chuyên Đại học quốc gia Hà Nội: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(7; 3)$ và cắt (C) tại B và C sao cho $AB = 3AC$.

ĐS: $y - 3 = 0$ hoặc $12x - 5y - 69 = 0$

chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp: Cho $(C): x^2 + y^2 - 8x - 9 = 0$ và điểm $M(1; -1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $MA = 3MB$.

ĐS: $2x - y - 3 = 0$ hoặc $x + 2y + 1 = 0$

chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội: Cho $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ và điểm $M(6; 2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M cắt (C) tại hai điểm A và B sao cho $MA^2 + MB^2 = 50$.

ĐS: $x + 3y - 12 = 0$ hoặc $x - 3y = 0$

Đặng Thúc Hứa - Nghệ An: Cho $(C): x^2 + y^2 - 10x - 10y + 30 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d tiếp xúc với (C) biết d cắt tia Ox tại A , tia Oy tại B sao cho $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{5}$.

ĐS: $d: x + 2y - 5 = 0$ hoặc $d: 2x + y - 5 = 0$

Đại học sư phạm Hà Nội: Cho điểm $M(0; 2)$ và $(H): \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$. Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm M cắt (H) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $\overrightarrow{MA} = \frac{5}{3}\overrightarrow{MB}$.

ĐS: $d: y = x + 2$ hoặc $d: y = -x + 2$

Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2013: Cho $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ và điểm $M(2; 4\sqrt{3})$. Viết phương trình đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho tam giác MAB đều.

$$DS: y = 0 \text{ hoặc } y = \frac{4\sqrt{3} - 9}{2}$$

chuyên Vĩnh Phúc - 2013: Cho tam giác ABC cân tại $A(4; -13)$ và $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ là phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Viết phương trình đường thẳng BC .

$$DS: BC: x - 3y + 7 + 5\sqrt{10} = 0$$

Đoàn Thượng - Hải Dương - 2014: Cho tam giác ABC có đỉnh $A(-3; 4)$, đường phân giác trong của góc A có phương trình $x + y - 1 = 0$ và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I(1; 7)$. Viết phương trình cạnh BC , biết diện tích tam giác ABC bằng 4 lần diện tích tam giác IBC .

$$DS: BC: 15x + 20y - 131 = 0 \text{ hoặc } BC: 9x + 12y - 114 = 0$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2012: Cho $M(2; 1)$ và đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$. Viết phương trình đường thẳng d qua M cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất.

$$DS: d: x - y - 1 = 0$$

Toán học & Tuổi trẻ - 2014: Cho hai đường tròn $(C): x^2 + (y + 1)^2 = 4$ và $(C'): (x - 1)^2 + y^2 = 2$. Viết phương trình đường thẳng d tiếp xúc với (C) và cắt (C') tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2$.

$$DS: d: y - 1 = 0 \text{ hoặc } d: x - 2 = 0$$

Quỳnh Lưu 1 - Nghệ An - 2014: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (T) có tâm $I(-3/2; 0)$ và (T) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 4x + 2y - 19 = 0$. Đường phân giác trong của góc A có phương trình là $x - y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC , biết diện tích tam giác ABC bằng ba lần diện tích tam giác IBC và điểm A có tung độ âm.

$$DS: BC: 2x + y - 2 = 0 \text{ hoặc } BC: 4x + 2y + 11 = 0$$

chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2014: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - x - 9y + 18 = 0$ và hai điểm $A(4; 1), B(3; -1)$. Các điểm C, D thuộc (C) sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Viết phương trình đường thẳng CD .

$$DS: CD: 2x - y + 6 = 0 \text{ hoặc } CD: 2x - y + 1 = 0$$

Nguoithay.vn - 2014: Cho điểm $M(3; 1)$ và đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M , cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho khoảng cách từ giao điểm của hai tiếp tuyến với (C) tại A và B đến trục hoành bằng 3.

CÁC BÀI TOÁN VỀ BA ĐƯỜNG CONIC

1. Tìm tọa độ của điểm

D08: Cho parabol $(P): y^2 = 16x$ và điểm $A(1; 4)$. Hai điểm phân biệt B, C (B và C khác A) di động trên (P) sao cho góc $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Chứng minh rằng đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

ĐS: Viết PT đường thẳng $BC \Rightarrow BC$ đi qua điểm cố định $I(17; -4)$

A10: Cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) , có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

ĐS: $A\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), B\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right), B\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

A03(dự bị): Cho parabol $y^2 = x$ và điểm $I(0; 2)$. Tìm tọa độ hai điểm M, N thuộc (P) sao cho $\overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IN}$.

ĐS: $M(4; -2), N(1; 1)$ hoặc $M(36; 6), N(9; 3)$

D05: Cho điểm $C(2; 0)$ và elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E) , biết rằng hai điểm A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

ĐS: $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho $A(3; 0)$ và $(E): \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

Toán học & Tuổi trẻ: Cho $(P): y^2 = x$. Tìm tọa độ điểm B và C trên (P) sao cho tam giác OBC đều.

ĐS: $B(6; 2\sqrt{3}), C(6; -\sqrt{3})$ hoặc $C(6; 2\sqrt{3}), B(6; -\sqrt{3})$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ và điểm $A(0; 2)$. Tìm tọa độ điểm B và C trên (E) sao cho tam giác ABC đều.

ĐS: $B\left(\frac{16\sqrt{3}}{13}; -\frac{22}{13}\right), C\left(-\frac{16\sqrt{3}}{13}; -\frac{22}{13}\right)$ hoặc $C\left(\frac{16\sqrt{3}}{13}; -\frac{22}{13}\right), B\left(-\frac{16\sqrt{3}}{13}; -\frac{22}{13}\right)$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ và một tiêu điểm $F_1(-3; 0)$. Tìm tọa độ điểm A trên (E) sao cho AF_1 nhỏ nhất.

ĐS: $A(-5; 0)$ và $AF_1 = 2$

Chu Văn An - Hà Nội - 2014: Cho $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ có hai tiêu điểm F_1 và F_2 với $x_{F_1} < 0$. Tìm tọa độ điểm M trên (E) sao cho $MF_1^2 + 2MF_2^2$ nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

ĐS: $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \pm \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và giá trị nhỏ nhất là 36.

Nguoithay.vn - 2014: Cho $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ có hai tiêu điểm F_1 và F_2 với $x_{F_1} < 0$. Tìm tọa độ điểm M trên (E) sao cho bán kính đường tròn nội tiếp tam giác MF_1F_2 bằng $\frac{2}{3}$.

2. Viết phương trình ba đường conic

A08: Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng (E) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20.

$$DS: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

A12: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8 và (E) cắt (C) tại 4 điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

$$DS: (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$$

B12: Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh của hình thoi biết A thuộc Ox .

$$DS: (E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$$

A06(dự bị): Cho elip $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{2} = 1$. Viết phương trình hypebol (H) có hai đường tiệm cận là $y = \pm 2x$ và có hai tiêu điểm là hai tiêu điểm của elip (E) .

$$DS: (H): \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1$$

D06(dự bị): Lập phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của (E) cùng nằm trên một đường tròn.

$$DS: (E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho elip (E) đi qua điểm $M(-2; -3)$ và có phương trình đường chuẩn là $x + 8 = 0$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) .

$$DS: (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 \text{ hoặc } (E): \frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{39} = 1$$

Toán học & Tuổi trẻ: Cho parabol $(P): y^2 = x$ và điểm $M(1; -1)$. Giả sử A, B là hai điểm phân biệt khác M , thay đổi trên (P) sao cho $MA \perp MB$. Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 16$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) có tâm sai $e = 1/2$ biết elip cắt (C) tại 4 điểm A, B, C, D sao cho AB song song với trục hoành và $AB = 2CD$.

$$DS: (E): \frac{x^2}{\frac{256}{15}} + \frac{y^2}{\frac{64}{5}} = 1$$

chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2013: Cho parabol $(P): y^2 = 4x$. Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(\frac{5}{2}; 1\right)$ cắt (P) tại hai điểm E và F sao cho $ME=MF$. Tính độ dài đoạn EF .

$$DS: E(4;4), F(1;-2), EF = 3\sqrt{5}$$

Đào Duy Từ - Thanh Hóa: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 10x + 16 = 0$ và điểm $T(1; 0)$. Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) nhận tâm của (C) làm một tiêu điểm và có hai tiệm cận lần lượt song song với hai tiếp tuyến kẻ từ điểm T đến (C) .

$$DS: (H): \frac{x^2}{\frac{75}{4}} - \frac{y^2}{\frac{25}{4}} = 1$$

chuyên ĐH Vinh: Cho parabol $(P): y^2 = 4x$ có tiêu điểm F . Gọi M là điểm thỏa mãn điều kiện

$\overrightarrow{FM} = -3\overrightarrow{FO}$; d là đường thẳng bất kỳ đi qua M cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B . Chứng minh tam giác OAB là tam giác vuông.

chuyên Vĩnh Phúc: Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng có một đỉnh và hai tiêu điểm của (E) tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của (E) bằng $24 + 12\sqrt{3}$.

$$DS: (E): \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$$

chuyên Quốc Học Huế - 2013: Cho elip (E) có hai tiêu điểm F_1 và F_2 với $F_1(-\sqrt{3}; 0)$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng tồn tại một điểm M thuộc elip (E) sao cho tam giác F_1MF_2 có diện tích bằng 1 và vuông tại M .

$$DS: (E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$$

chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2013: Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) , biết hình chữ nhật cơ sở của (H) có diện tích bằng 48 và một đường chuẩn của (H) có phương trình $5x + 16 = 0$.

$$DS: (H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2013: Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng khi M thay đổi trên (E) thì độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 và độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 với F_1 là tiêu điểm có hoành độ âm.

$$DS: (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Hà Huy Tập - Nghệ An - 2014: Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng (E) có tâm sai bằng $\frac{4}{5}$ và đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của (E) có phương trình $x^2 + y^2 = 34$. Tìm tọa độ điểm M trên (E) sao cho M nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông và M có hoành độ dương.

$$DS: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1; M\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \pm \frac{9}{4}\right)$$
