

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ SƠ CẤP
Khóa 60 - Thời gian: 120 phút
Đề số 1

Câu 1. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm

$$\sin^3 x - 5 \cos 2x + 12 \sin x + 1 \leq m.$$

Câu 2. Tìm k để đường cong

$$y = \frac{x^2 + kx + k}{x + 1}$$

cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và tiếp tuyến tại hai điểm đó vuông góc với nhau.

Câu 3. Với những giá trị nào của tham số a thì

$$x^2 + y^2 + z^2 + ayz + xz + x + y + 1 \geq 0$$

với mọi giá trị thực của x, y, z .

Câu 4. Chứng minh rằng hàm số $y = \cos x$ là một hàm số siêu việt trên $\mathbb{R}$.

Câu 5. Cho n là một số nguyên dương. Hãy phân tích đa thức

$$1 + x + x^2 + \cdots + x^{2n}$$

thành tích các tam thức bậc hai trên trường số thực và chứng minh rằng

$$\prod_{k=1}^n \tan^2 \frac{k\pi}{2n+1} = 2n+1.$$

Câu 6. Cho a, b là các số thực dương và m, n là hai số nguyên dương. Chứng minh rằng nếu $m > n$ thì

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}} < \sqrt[n]{\sqrt[m]{a} + \sqrt[m]{b}}.$$

Câu 7. Chứng minh rằng luôn tồn tại số nguyên dương $n \leq 366$ sao cho $\underbrace{11 \dots 1}_{n \text{ số } 1}$ chia hết cho 2013.