



Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút (*không kể thời gian giao đê*)

Ngày thi: 11/01/2012

**Bài 1 (5,0 điểm).** Cho dãy số thực  $(x_n)$  xác định bởi

$$x_1 = 3 \quad \text{và} \quad x_n = \frac{n+2}{3n}(x_{n-1} + 2) \quad \text{với mọi } n \geq 2.$$

Chứng minh rằng dãy số đã cho có giới hạn hữu hạn khi  $n \rightarrow +\infty$ . Tìm giới hạn đó.

**Bài 2 (5,0 điểm).** Cho các cặp số cộng  $(a_n), (b_n)$  và cho số nguyên  $m > 2$ . Xét  $m$  tam thức bậc hai:  $P_k(x) = x^2 + a_kx + b_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ . Chứng minh rằng nếu hai tam thức  $P_1(x)$  và  $P_m(x)$  đều không có nghiệm thực thì tất cả các tam thức còn lại cũng không có nghiệm thực.

**Bài 3 (5,0 điểm).** Trong mặt phẳng, cho tứ giác lồi  $ABCD$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$  và có các cặp cạnh đối không song song. Gọi  $M, N$  tương ứng là giao điểm của các đường thẳng  $AB$  và  $CD$ ,  $AD$  và  $BC$ . Gọi  $P, Q, S, T$  tương ứng là giao điểm các đường phân giác trong của các cặp góc  $\widehat{MAN}$  và  $\widehat{MBN}$ ,  $\widehat{MBN}$  và  $\widehat{MCN}$ ,  $\widehat{MCN}$  và  $\widehat{MDN}$ ,  $\widehat{MDN}$  và  $\widehat{MAN}$ . Giả sử bốn điểm  $P, Q, S, T$  đôi một phân biệt.

1/ Chứng minh rằng bốn điểm  $P, Q, S, T$  cùng nằm trên một đường tròn. Gọi  $I$  là tâm của đường tròn đó.

2/ Gọi  $E$  là giao điểm của các đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Chứng minh rằng ba điểm  $E, O, I$  thẳng hàng.

**Bài 4 (5,0 điểm).** Cho số nguyên dương  $n$ . Có  $n$  học sinh nam và  $n$  học sinh nữ xếp thành một hàng ngang, theo thứ tự tùy ý. Mỗi học sinh  $X$  (trong số  $2n$  học sinh vừa nêu) được cho một số kẹo bằng đúng số cách chọn ra hai học sinh khác giới với  $X$  và đứng ở hai phía của  $X$ . Chứng minh rằng tổng số kẹo mà tất cả  $2n$  học sinh nhận được không vượt quá  $\frac{1}{3}n(n^2 - 1)$ .

-HẾT

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
  - *Giám thi không giải thích gì thêm.*