

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 05 – 10 – 2010

SBD:

Thời gian **180 phút**, không kể thời gian giao đề
(Đề gồm 04 bài, 01 trang)

Bài 1 (5,0 điểm)

Với mỗi $n \in \mathbb{N}^*$, ký hiệu x_n là nghiệm trong khoảng $(0;1)$ của phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \dots + \frac{1}{x-n} = 0.$$

- a) Chứng minh dãy $\{x_n\}$ có giới hạn.
- b) Hãy tìm giới hạn đó.

Bài 2 (4,0 điểm)

Cho số thực $a > 0$, k là số thực bất kỳ và $f(x) = \frac{a^{2x+k}}{a^{2x} + a}$.

- a) Với $n \in \mathbb{N}^*$, tính $S_n = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right)$.
- b) Khi $k = 2$, tìm tất cả các giá trị của $a \in (0; 1)$ để S_{2009} là số nguyên.

Bài 3 (5,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O và hai đường kính AB, CD không vuông góc với nhau. Gọi M là giao điểm của AC và tiếp tuyến của (O) tại B ; MO cắt BC tại N . Đường thẳng MD cắt (O) tại điểm thứ hai là P . Chứng minh A, N, P thẳng hàng.

Bài 4 (6,0 điểm)

Tập hợp X được chia thành các tập con đôi một không giao nhau $A_1, A_2, \dots, A_n$ và đồng thời cũng được chia thành các tập con đôi một không giao nhau $B_1, B_2, \dots, B_n$. Biết rằng hợp của hai tập con bất kì không giao nhau A_i, B_j ($1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq n$) chứa không ít hơn n phần tử. Chứng minh rằng số phần tử của X không nhỏ hơn $\frac{n^2}{2}$. Nó có thể bằng $\frac{n^2}{2}$ được không?

--- HẾT---

Giám thị không được giải thích gì thêm.