



CLB Toán học

NOKIA
Connecting People

Đề số 1

Bài 1. Với những giá trị nào của b thì tồn tại a sao cho hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = b \\ y = x^2 + (2a+1)x + a^2 \end{cases}$$

có nghiệm?

Bài 2. Cho dãy số $\{x_n\}$ xác định bởi

$$x_1 = 3; \quad x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{3x_n}$$

Chứng minh rằng dãy $\{x_n\}$ có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Bài 3. Trên các cạnh AB và BC của tam giác ABC lấy các điểm M và N tương ứng. Chứng minh rằng bốn điểm A, M, N và C nằm trên một đường tròn khi và chỉ khi giao điểm các đoạn thẳng AN và CM nằm trên đoạn thẳng đi qua trực tâm các tam giác ABC và BMN .

Bài 4. Các số nguyên dương a, b, c, d thỏa mãn điều kiện

$$a^2 + b^2 + ab = c^2 + d^2 + cd.$$

Chứng minh rằng số $a + b + c + d$ là hợp số.

Bài 5. Xét một dãy số gồm các số 0 và các số 1. Xét các cặp số trong dãy này (không nhất thiết kề nhau), trong đó số bên trái là số 1 và số bên phải là số 0. Giả sử trong số các cặp này có đúng M cặp mà giữa số 1 và số 0 của cặp này có một số chẵn các số và có đúng N cặp mà giữa số 1 và số 0 của cặp này có một số lẻ số. Chứng minh rằng M lớn hơn hay bằng N .

(Ví dụ với dãy số 1 1 0 1 0 0 thì $M = 4, N = 4$; với dãy số 1 0 0 0 thì $M = 2, N = 1$).