

Bài 1. (5 điểm)

1) Giải hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x^6 + y^8 + z^{10} & \leq 1 \\ x^{2007} + y^{2009} + z^{2011} & \geq 1 \end{cases}.$$

2) Cho $a; b; c$ là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3}{bc} + \frac{b^3}{ca} + \frac{c^3}{ab} \geq a + b + c.$$

Bài 2. (4 điểm)Cho các dãy số $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}; \{y_n\}_{n=1}^{\infty}; \{z_n\}_{n=1}^{\infty}$ được xác định như sau:

$$x_1 = a; y_1 = b; z_1 = c; x_n = \frac{y_{n-1} + z_{n-1}}{2}, y_n = \frac{z_{n-1} + x_{n-1}}{2}, z_n = \frac{x_{n-1} + y_{n-1}}{2}$$

Chứng minh rằng các dãy trên hội tụ và $\lim x_n = \lim y_n = \lim z_n = \frac{a+b+c}{3}$.**Bài 3.** (3 điểm)Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n thì $[(2 + \sqrt{3})^n]$ là số lẻ.**Bài 4.** (5 điểm)

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong trường tròn (O) . Gọi P là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Gọi $I; J$ lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác PAB và PCD . Chứng minh rằng các đường thẳng qua các điểm P, I, J theo thứ tự vuông góc với BC, CA, BD đồng quy.

Bài 5. (3 điểm)

Cho tập hợp A gồm n phần tử, $n > 4$. Tìm n biết rằng trong số các tập con của A có đúng $16n$ tập con có số phần tử là lẻ.

———— Hết ————