

Bài 1.

Giải phương trình:

$$\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{\tan x + \cot 2x}} = \sqrt{2} + 2 \sin 2x$$

Bài 2.

Giải hệ phương trình sau trên $\mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x^2 + 1 + y^2 + xy = 4y \\ x + y - 2 = \frac{y}{x^2 + 1} \end{cases}$$

Bài 3.

Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình:

$$2(x + y) + xy = x^2 + y^2.$$

Bài 4.

Cho dãy số $V_n = n^{n+1} - (n+1)^n \forall n \geq 3$.

- 1) Chứng minh rằng dãy (V_n) là dãy tăng $\forall n \geq 3$.
- 2) Tìm α lớn nhất sao cho $n^{n+1} \geq (n+1)^n + \alpha \forall n \geq 3$.

Bài 5.

Cho tam giác ABC thỏa mãn $a^2 = 4S \cot A$, trong đó $BC = a$ và S là diện tích của tam giác.

Gọi O và G lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp và trọng tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng hai đường thẳng AG và OG vuông góc với nhau.

Bài 6.

Điền số 896 số 1 và -1 vào bảng ô vuông kích thước 14×64 (14 hàng và 64 cột). Biết rằng với hai cột bất kỳ, số lần xuất hiện hai số cùng dấu ở trên cùng một hàng không vượt quá 7. Chứng minh rằng số các số 1 trong 896 số đã cho không lớn hơn 511.