Đề thi Olympic 30/4 lần thứ XVI — **Trường THPT chuyên Lê Hồng Phong**

Năm học 2009-2010 — **Ngày 3/4/2010**

Câu 1. *Giải hệ phương trình sau:*

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=9 \\ \left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{y}}\right)\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}+1\right)\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{y}}+1\right)=18 \end{cases}$$

Câu 2. *Tìm số nguyên dương* n *lớn nhất sao cho tồn tại tập hợp* $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$ *là các hợp số sao cho:*

i) *Hai số bất kỳ trong chúng nguyên tố cùng nhau*

ii) $1 < a_i \le (2n+5)^2, \forall i = 1, 2, ..., n$

Câu 3. *Cho* ΔABC *đều và một điểm* M *thuộc miền trong tam giác. Từ* M *hạ* MA_1, MB_1, MC_1 *vuông góc xuống các cạnh* BC, CA, AB. *Tìm giá trị nhỏ nhất của đại lượng* $P=\dfrac{MA^2+MB^2+MC^2}{(MA_1+MB_1+MC_1)^2}$.

Câu 4. *Cho* $a, b, c \ge 1$, *thỏa mãn* $a+b+c+2=abc$. *Chứng minh rằng*

$$bc\sqrt{a^2-1}+ca\sqrt{b^2-1}+ab\sqrt{c^2-1}\le\frac{3\sqrt{3}}{2}abc$$

Câu 5. *Trong một môn thi đấu thể thao có* x *tấm huy chương được phát trong* n *ngày. Ngày thứ nhất, người ta phát* 1 *tấm huy chương và một phần mười số huy chương còn lại.*

Ngày thứ nhất, người ta phát 2 *tấm huy chương và một phần mười số huy chương còn lại. Tương tự, ngày thứ* k, *người ta phát* k *tấm huy chương* $(3 \le k < n)$. *Vào ngày cuối cùng, còn đúng* n *tấm huy chương để phát. Hỏi môn thể thao đó có bao nhiêu tấm huy chương và được phát trong bao nhiêu ngày ?*