

UBND TỈNH AN GIANG
TRƯỜNG ĐH AN GIANG

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN OLYMPIC TOÁN VÒNG 1

Môn thi: Đại số

Thời gian: 180 phút

Ngày thi: 08/11/2009

Câu 1: Tính định thức sau:

$$\begin{vmatrix} a_1^3 & a_1^2 a_2 & a_1 a_2^2 & a_2^3 & (a_1 + a_2)^3 \\ a_2^3 & a_2^2 a_3 & a_2 a_3^2 & a_3^3 & (a_2 + a_3)^3 \\ a_3^3 & a_3^2 a_4 & a_3 a_4^2 & a_4^3 & (a_3 + a_4)^3 \\ a_4^3 & a_4^2 a_5 & a_4 a_5^2 & a_5^3 & (a_4 + a_5)^3 \\ a_5^3 & a_5^2 a_1 & a_5 a_1^2 & a_1^3 & (a_5 + a_1)^3 \end{vmatrix}$$

Câu 2: a) Cho $A \in M_n(K)$. Chứng minh rằng có không quá n phần tử α khác nhau trong K sao cho $\det(\alpha I_n - A) = 0$.

b) Cho $A, B \in M_n(K)$. Chứng minh rằng nếu A khả nghịch thì có không quá n phần tử α khác nhau trong K sao cho ma trận $\alpha A + B$ không khả nghịch.

Câu 3: a) Cho $A \in M_n(K)$, n lẻ. Chứng tỏ rằng nếu A là ma trận phản đối xứng thì $\det A = 0$.

b) Tìm tất cả các ma trận thực A cấp n có tất cả các phần tử không âm và tồn tại ma trận nghịch đảo A^{-1} cũng có các phần tử không âm.

Câu 4: Giải hệ gồm n phương trình sau

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + \dots + x_n = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + \dots + x_n = 0 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ x_1 + x_2 + x_3 + \dots + 2x_n = 0 \end{cases}$$

Câu 5: Xác định đa thức $P(x)$ thỏa mãn: $P(2x) = P'(x).P''(x)(\forall x \in \mathbb{R})$.

—————HẾT—————

Họ và tên SV: MSSV: