

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN
(Hướng dẫn chấm có 05 trang)

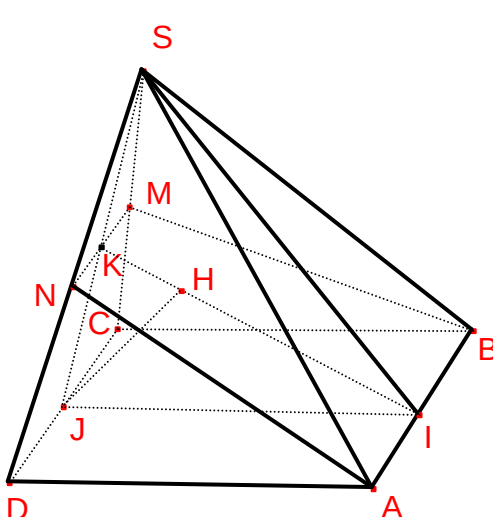
I. Hướng dẫn chung:

1. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
2. Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch hướng dẫn chấm.
3. Điểm của bài thi theo thang điểm 20, phần lẻ được tính đến 0,25 điểm. Giám khảo giữ nguyên điểm lẻ, không được làm tròn điểm.

II. Đáp án và thang điểm:

Câu	ý	Đáp án	Điểm									
I (4đ)	1 (2đ)	Có TXĐ: D=R $y' = 3x^2 - 6x + 3(1 - m)$; $y'' = 6x - 6$; $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ Tọa độ điểm uốn I(1;2)	0,5									
		Dùng phép tịnh tiến theo véc tơ $\overline{OI}$ biến hệ trục Oxy thành hệ trục IXY ta có công thức đổi hệ trục: $\begin{cases} x = X + 1 \\ y = Y + 2 \end{cases}$ thay vào phương trình hàm số ta có: $Y + 2 = (X + 1)^3 - 3(X + 1)^2 + (3 - 3m)(X + 1) + 1 + 3m$ $\Leftrightarrow Y = X^3 - 3mX = f(X)$	0,5									
		f(X) có tập xác định R và f(-X)=-f(X) nên f(X) là hàm số lẻ suy ra đồ thị hàm số (1) nhận điểm I(1;2) làm tâm đối xứng.	0,25									
		Tìm giá trị nhỏ nhất của y': Có bảng biến thiên	0,5									
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y''</td><td></td><td>- 0 +</td><td></td></tr><tr><td>y'</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$ -3m $\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x		$-\infty$	1	$+\infty$	y''		- 0 +		y'	$+\infty$
x	$-\infty$	1	$+\infty$									
y''		- 0 +										
y'	$+\infty$	$\searrow$ -3m $\nearrow$	$+\infty$									
	Từ bảng biến thiên ta thấy y' đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3m khi x=1 hay hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm uốn là nhỏ nhất.	0,25										
		Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 3(1 - m) = 3(x^2 - 2x + 1 - m)$. Đồ thị hs (1) có cực trị khi và chỉ khi pt: $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt tức là: $\Delta' = 1 - (1 - m) = m > 0$ (2) Ta có nhận xét: $y = \frac{1}{3}y'(x - 1) + 2(-mx + 1 + m)$ (3) Đẳng thức 3 chứng tỏ nếu $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ là các điểm cực trị của hàm số thì $\begin{cases} y_1 = 2(-mx_1 + 1 + m) \\ y_2 = 2(-mx_2 + 1 + m) \end{cases}$	0,5									

		Đồ thị hs (1) cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất khi: a) Hoặc đồ thị không có cực trị tức là $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$	0,25												
	2 (2đ)	b) Hoặc đồ thị có cực đại , cực tiểu nhưng $y_1 y_2 > 0$ điều này xảy ra khi: $\begin{cases} m > 0 \\ y_1 y_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 x_1 x_2 - m(1+m)(x_1 + x_2) + (1+m)^2 > 0 \end{cases} \quad (I)$	0,5												
		Do x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 2x + 1 - m = 0$ nên theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = 1 - m \end{cases}$ thay vào (I) ta được: $\begin{cases} m > 0 \\ -m^3 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1$	0,5												
		Vậy đồ thị hs (1) cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất khi $m < 1$	0,25												
II (3đ)	1 (2đ)	. Đk: $x \neq k \frac{\pi}{2}$ Phương trình đã cho tương đương với: $\frac{\sqrt{3}}{2}(1 + \tan^2 x) + \frac{2}{\sin 2x} - \sqrt{3} = \cot x$	0,5												
		$\Leftrightarrow \sqrt{3} \tan^2 x + \frac{2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x \cos x} - \sqrt{3} = 2 \cot x$	0,5												
		$\Leftrightarrow \sqrt{3} \tan^2 x + 2 \tan x - \sqrt{3} = 0$													
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -\sqrt{3} \\ \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	0,5												
		KL: So sánh với điều kiện phương trình có nghiệm : $x = \frac{\pi}{6} + k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$	0,5												
	2 (1đ)	Phương trình $\Leftrightarrow 2(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x) + 1 - 2 \sin^2 2x + 2 \sin 2x + m = 0$ $\Leftrightarrow 3 \sin^2 2x - 2 \sin 2x - m - 3 = 0$ Đặt $\sin 2x = t$, vì $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ nên $0 \leq t \leq 1$ bài toán đưa về: Tìm m để hệ: $\begin{cases} f(t) = 3t^2 - 2t = m + 3 \\ 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$ có nghiệm Xảy ra khi: $\min_{0 \leq t \leq 1} f(t) \leq m + 3 \leq \max_{0 \leq t \leq 1} f(t) \quad (1)$	0,5												
Ta có $f'(t) = 6t - 2$ có bảng xét dấu $f'(t)$ <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>1</td></tr><tr><td>f'(t)</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f(t)</td><td>0</td><td></td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>1</td></tr></table>		t	0	$\frac{1}{3}$	1	f'(t)		-	0	+	f(t)	0		$\frac{1}{3}$	1
t	0	$\frac{1}{3}$	1												
f'(t)		-	0	+											
f(t)	0		$\frac{1}{3}$	1											

		Vậy $\min_{0 \leq t \leq 1} f(t) = f(\frac{1}{3}) = -\frac{1}{3}$; $\max_{0 \leq t \leq 1} f(t) = f(1) = 1$ Thay vào (1) ta được: $-\frac{1}{3} \leq m+3 \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{10}{3} \leq m \leq -2$	
III (4d)	1 (2d)	 Hình vẽ	
		Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD, Ta có $\begin{cases} AB \perp SI \\ AB \perp IJ \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIJ)$	0,5
		Vẽ JH vuông góc với giao tuyến Ix của (P) và (SIJ) (H thuộc Ix) khi đó JH vuông góc với (P) (vì (P) $\perp$ (SIJ)) Vậy JH = a là khoảng cách từ J tới (P) và cũng là khoảng cách giữa CD và (P)	0,5
		Ta cũng có: $\begin{cases} IJ \perp AB \\ HI \perp AB \end{cases} \Rightarrow \widehat{JIH}$ là góc giữa (P) và (ABCD)	0,5
		Tam giác vuông JHI có IJ = 2a, JH = a nên $\widehat{JIH} = 30^\circ$	0,5
	2 (2d)	CD//AB nên CD//(P) suy ra (P) cắt mp(SCD) theo giao tuyến MN//CD, thiết diện là hình thang ABMN. Tam giác vuông SIA: $SI^2 = SA^2 - IA^2 = (a\sqrt{5})^2 - a^2 = 4a^2 \Leftrightarrow SI = 2a$ Mà SI=SJ=IJ=2a nên SIJ là tam giác đều.	0,5
		Suy ra $\widehat{SIJ} = 60^\circ$ nên IH là phân giác của góc $\widehat{SIJ}$ do đó IH qua trung điểm K của SJ và MN qua trung điểm này nên là đường trung bình của tam giác SCD. Vậy MN = a	0,5
		Để ý rằng đường cao IK của tam giác SIJ cũng là đường cao của hình thang ABMN nên $IK = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$	0,5
		Diện tích thiết diện $S_{ABMN} = \frac{AB+MN}{2} . IK = \frac{2a+a}{2} . a\sqrt{3} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$	0,5

IV (3đ)	CM: $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$ Theo công thức khai triển nhị thức Niu Ton: $(1+x)^{2n} = \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k x^k \quad (1)$	0,75
	$(1+x)^n \cdot (1+x)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i x^i \cdot \sum_{j=0}^n C_n^j x^j \quad (2)$	0,75
	Hệ số của x^n trong (1) là C_{2n}^n	0,5
	Hệ số của x^n trong (2) là: $C_n^0 \cdot C_n^n + C_n^1 \cdot C_n^{n-1} + \dots + C_n^n \cdot C_n^0 = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$	0,75
	Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh	0,25
V (3đ)	Tập xác định của pt là: $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ (x+6)(2x-1) \geq 0 \\ (x+2)(2x-1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$	0,5
	Viết phương trình dưới dạng: $f(x) = \sqrt{(x+2)(2x-1)} - 3\sqrt{x+6} + \sqrt{(x+6)(2x-1)} - 3\sqrt{x+2} = 4$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+6} + \sqrt{x+2})(\sqrt{2x-1} - 3) = 4 \quad (1)$	0,5
	Từ (1) suy ra $\sqrt{2x-1} - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$ vậy ta chỉ xét (1) với $x \geq 5$	0,5
	Ta có: * $g(x) = \sqrt{x+6} + \sqrt{x+2}$ là hàm số đồng biến khi $x \geq 5$ vì $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+6}} + \frac{1}{2\sqrt{x+2}} > 0, \quad \forall x \geq 5$	0,5
	* $h(x) = \sqrt{2x-1} - 3$ là hàm số đồng biến khi $x \geq 5$ vì $h'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} > 0, \quad \forall x \geq 5$	0,5
	Vậy khi $x \geq 5$ thì $g(x)$ và $h(x)$ là các hàm không âm và luôn đồng biến, nên tích của chúng là hàm số đồng biến khi $x \geq 5$ hay $f(x)$ là hàm số đồng biến khi $x \geq 5$ Mặt khác $f(7) = (\sqrt{13}+3)(\sqrt{13}-3) = 4$ nên $x = 7$ là nghiệm duy nhất của pt	0,5
VI (3đ)	Gọi 2 cạnh của hình chữ nhật là a và b ($a>0; b>0$) khi đó ta có: $P = 2(a+b); \quad S = ab$ và bất đẳng thức tương đương: $2(a+b) \geq \frac{32ab}{2ab+2(a+b)+2}$	0,5
	$\Leftrightarrow a+b \geq \frac{8ab}{ab+a+b+1}$	0,5
	$\Leftrightarrow (a+b)(a+1)(b+1) \geq 8ab \quad (1)$	0,5

		$a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (2) Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có: $a+1 \geq 2\sqrt{a}$ (3) $b+1 \geq 2\sqrt{b}$ (4)	0,5
		Nhân vế với vế các bất đẳng thức (2), (3), (4) suy ra (1) đúng. Vậy bất đẳng thức được chứng minh. Dấu “bằng” trong (1) xảy ra khi và chỉ khi đồng thời có dấu “bằng”	0,5
		trong (2), (3), (4) $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$ Hình chữ nhật đã cho là hình vuông đơn vị	0,5

_____ Hết _____